C·HUGENII

OPERA

POSTHUMA.

Jean François Rocca
1769

180 787

~~187808~~

26. Vermischte math. Schriften

No 20.a,

36

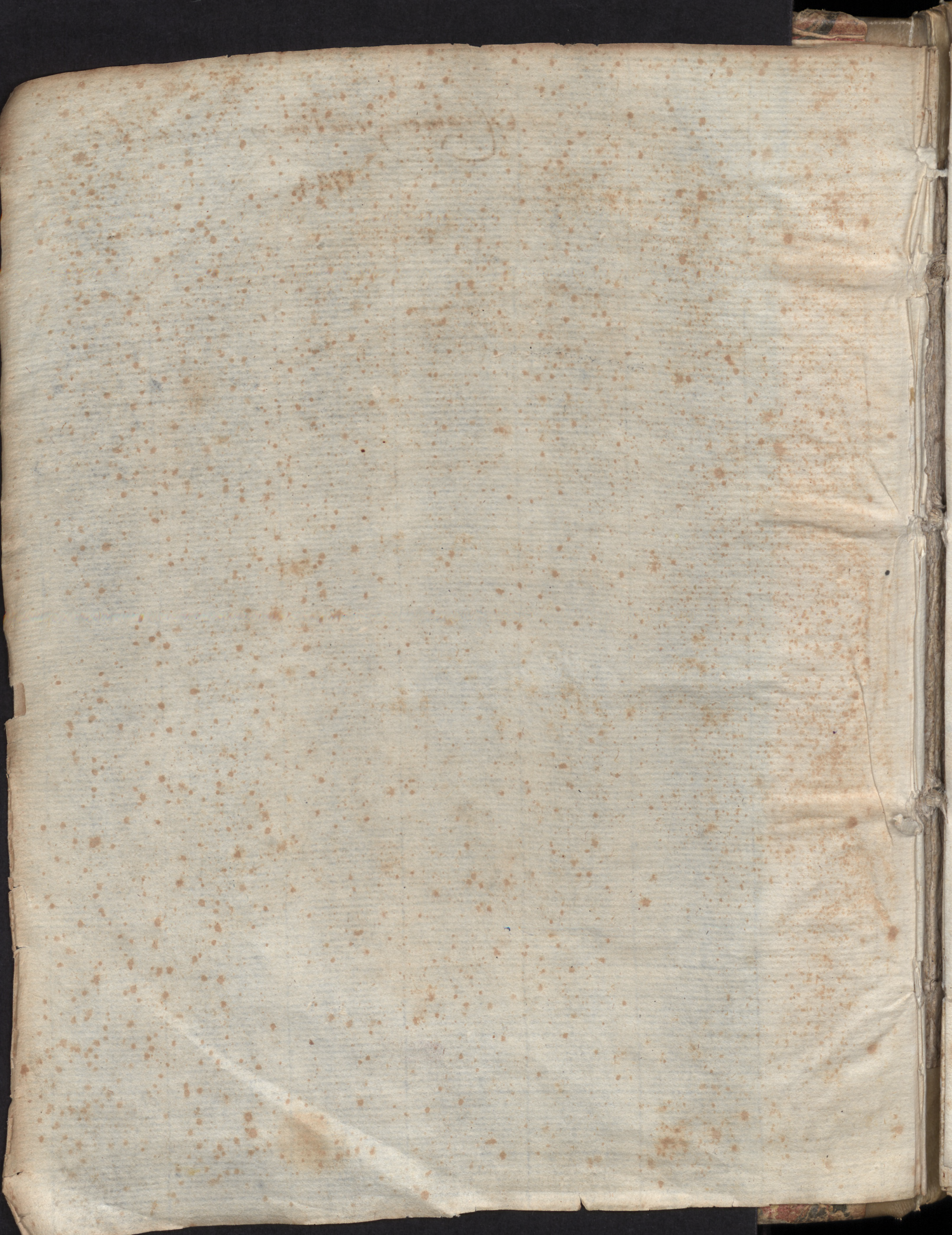
45

7/04

4

G Cramer Genevensis Math. P.

1724



CHRISTIANI HUGENII

Zelemii, dum viveret, Toparchæ

OPUSCULA POSTUMA,

QUAE CONTINENT

DIOPTRICAM.

COMMENTARIOS

DE VITRIS FIGURANDIS.

Dissertationem

DE CORONA & PARHELIIS.

TRACTATUM { DE MOTU.
DE VI CENTRIFUGA.

Descriptionem

AUTOMATI PLANETARII.

LUGDUNI BATAVORUM,
Apud CORNELIUM BOUTESTEYN, 1703.

Generosissimis atque Illustrissimis Viris

ACADEMIÆ LUGD. BATAVÆ

CURATORIBUS,

D. JACOBO BARONI WASSENARIO, Dynastæ in Wassenaer, Obdam, Hensbroek, Wochmeer, Spierdijk, Zuydwyk, Kernchem, Twickeloo, Lage &c. Illustris in Hollandia Nobilium Ordinis Primo, Aggerum Rhenolandicae Praefecturae Assessori, &c. Supremo Equitum Foed. Belgicae Magistro, Oppidorum, Arciumque variarum Gubernatori &c. ad Potentissimos Poloniae & Borussiæ Reges, ac Serenissimum Electorem Hanoveriensem, & alios Germaniæ Principes, Legato nuper Extraordinario, &c. &c.

D. HUBERTO ROSENBOOM, Toparchæ in 's Grevelsrecht &c. JCto, Supremae Batavorum Curiæ Præsidi, &c. &c.

D. HENRICO à BLEYSWYK, JCto, Consulari apud Delphenses Viro, Præpotentium Foederatae Belgicae Ordinum, ut & Societatis Indicae Orientalis Assessori &c. &c.

EORUMQUE COLLEGIS,

Nobilissimis & Amplissimis

CIVITATIS LUGDUNENSIS

CONSULIBUS,

D. JOHANNI vanden BERG, JCto, Consulum Præsidi.

D. CONRADO RUYSCH, JCto, nuper ad Collegium Illustr. & Præpot. Hollandiæ Ordinum Deputatorum Delegato.

D. ABRAHAMO van ALPHEN, JCto, Societatis Indicæ Orientalis apud Amstelodamenses Assessori.

D. PETRO van DORP.

VIRIS NOBILISS. AMPLISS.

S. P. D.

BURCHERUS de VOLDER,

E T

BERNHARDUS FULLENIUS.

QUOD a nobis ultima voluntate ſua deſideravit Nobiliſſ. *Hugenius*, & quod ſecundum eam in nos recepe-ramus, id præſtamus hodie, edendo hæc opuſcula, quæ poſt magno labore luſtrata ejus ſcripta, publicæ luci idonea aut offendere, aut reddere potuimus. Quod ut lubentiſſime pio erga magnum hunc Virum officio ducti præſtitimus, ita nulli dubitavimus, quin hæc, quæ noſtro quidem conſilio, ſed quod Vos Auctoritate veſtra probare dedignati non eſtis, jam prodeunt, Illuſtr. veſtris Nominibus inſcribenda forent. Id enim, præterquam quod ſuadebat toti orbi literario notiſſimus favor, quo literas, literarumque cultores proſequimini, flagitabat inſuper teſtata Auctoris voluntas, a qua in omnibus his quam minimum recedere nobis religio fuit. Nam cum illi placuerit ſua ſcripta legare Academiæ Lugduno-Batavæ, cui

Vos tanta cum ſollicitudine & ſucceſſu præſidetis, ſimul & ſuam erga vos reverentiam teſtatam voluiſſe, & nobis legem hanc fixiſſe viſus eſt, ut quidquid ex illius ſcriptis in publicum prodiret Vobis, VIRI NOBILISS. AMPLISS. optimo jure deberetur. Ipſius quoque Auctoris celebritas, & quam maximo ſuo merito habuit, & habebit ſemper inter omnes doctos exiſtimatio ſumma, facit, ut ſperare audeamus, hoc quod & ipſius & noſtro nomine ea, qua decet, reverentia vobis offerimus, non omnino ingratum fore. Quod ſi obtinuerimus, erit profecto, quod nobis gratulemur admodum; Deum porro precantes, ut Vos difficillimis hiſce temporibus Reipublicæ, cujus magnam partem tam Bello, quam Pace Vobis commiſſam gaudemus, & Academiæ, cujus in Vobis ſita eſt ſalus, diu ſoſpites & incolumes ſervare velit. a. d. XVII Calend. Febru. cIↃ IↃ CC III.

BUR-

BURCHERUS de VOLDER,
ET
BERNH. FULLENIUS
LECTORIBUS S.

*Q*Uanto damno Reip. literariæ diem ante paucos annos obierit suum Vir Illustris Christianus Hugenius *norunt omnes, qui res Physicas aut Mathematicas vel a limine salutarunt. Tantum quippe in eo eluxit ingenii acumen, tanta subtilium floruit inventorum copia, tantaque harum artium effulsit peritia, ut paucos admodum, qui cum ipso comparari possint, superiorem certe hæc ætas tulerit neminem. Quæ res cum summorum virorum suffragiis satis superque stabilita sit, nostram, ut opinamur, commendationem non exigit. Quare & majoribus ingeniis, & majori facundia præditis relinquentes deprædicationem summarum dotium, quæ magnum hunc Virum illustrarunt, hoc unum, quod rem, quæ præ manibus est, propius spectat, monendum duximus; Visum esse Illustri Viro testamenti sui tabulis Academiæ Lugduno-Batavæ legare scripta quædam Mathematica, simulque nos rogare, ut ea perspiceremus, & quæ prælo aptari possent, edi curaremus, & nominatim quidem,* Dioptricam, Tractatum de Motu Corporum ex percussione, item de Formandis Poliendisque Vitris. *Cui operi cum nos accingeremus, plus in eo laboris offendimus, quam in principio nobis persuaseramus. Etsi enim pleraque hæc, quæ hic exhibemus jam a multis annis conscripta sint, vix quidquam tamen invenimus plane ad umbilicum deductum,*

sed

ſed multa, nec ſatis integra, nec convenienti ordine diſpoſita, utpote, quibus Auctor aliis, & aliis, ut fit, ſupervenientibus meditationibus diſtractus, ultimam manum imponere diſtulerat. Exiſtimavimus tamen, nos nec ab Auctoris mente aberraturos, nec in commoda Reipublicæ litterariæ peccaturos, ſi prioribus illis nominatim nobis præſcriptis, adjungeremus, Dioptricæ *quidem, & Tractatui* de Vitris figurandis, poliendiſque, *Diſſertationem* de Parheliis: *Tractatui de* Motu ex percuſſione, *alterum de* Vi centrifuga, *denique* Deſcriptionem Automati Planetarii, *quo Auctor noſter in plano imitatus eſt Planetarum cœleſtium motus. Præter quæ invenimus quidem nonnulla alia ab Auctore inchoata, ſed nequaquam eo perducta, ut noſtro judicio publicam lucem videre poſſint. Quod autem hæc tardius evulgentur, factum eſt, partim quod ſerius hæc ſcripta ad manus noſtras devenerint, partim quod locorum, quibus vivimus, diſtantia non parum moræ attulerit, dum neceſſe fuit, ut ſinguli ſeorſim ea pervolverimus; nec licuerit, ſi quæ res deliberationem requireret, coram inter nos conferre, & certi quid conſtituere, verum omnia per litteras conficere; quæ multis de cauſis, quas unuſquiſque facile perſpiciet, laboris plurimum, & permagnam temporis jacturam ſecum trahunt. Quibus denique accedunt privata noſtra negotia, quæ nos ſæpius ab his peragendis abſtraxerunt.*

Primo ergo loco videre eſt Dioptricam, *jam, ut cætera fere omnia, a multis annis conſcriptam. Ex iis quæ hinc inde annotaverat* Ill. Hugenius *nobis quidem apparuit, in animo eum habuiſſe addere huic* Dioptricæ, Speculare teleſcopium Newtoni, & ea quæ concernunt ejus aperturam; Parheliorum doctrinam, Libellæ deſcriptionem & demonſtrationem, Aſtroſcopiam compendiariam; *quorum tamen nihil hic addidimus præter Tractatum de* Parheliis; *cum* Libellæ *deſcriptio & demonſtratio* Diario

rio

rio Gallico 29 *Januarii* & 26 *Februarii anni* 1680 *inserta*, Astroscopia *vero ab ipso Auctore publice edita sit; de* Speculari *vero* Telescopio Newtoni *nihil ad manus nostras devenerit. Utitur autem hac in Dioptrica sæpenumero prolixis admodum demonstrationibus per rationes compositas; Qua de causa diu hæsimus, an non præstaret subjungere breves quasdam demonstrationes calculo fundatas, quibus proculdubio usus est* Hugenius in *inveniendis conclusionibus. Verum quoniam per rationum compositionem demonstrandi methodum tantum non in omnibus aliis operibus suis alteri prætulerit, consilium hoc abjecimus, existimantes teneri nos obsequi voluntati Auctoris, quantum eam probabili conjectura assequi possemus. Annotasse quidem nostrum invenimus, multa contrahenda, mutandaque esse. Verum cum incertum esset, an in mutationibus faciendis recte mentem ejus assequeremur, optimum reputavimus, quantum fieri posset, ipsum textum sequi. Veruntamen cum Propositiones multis in locis non satis concinne dispositas animadverteremus, nec quidquam certi de eo constituisse videretur Auctor, eas ita disposuimus, ut rerum, de quibus agebatur, seriei, & demonstrationum apto ordini convenientius videbatur.*

In Dioptrica autem noster incipit a primis fundamentis, ipsa scilicet refractionis mensura, secundum quam radii ex aëre, sive in aquam, sive in vitrum transeuntes refringantur. Dein regulas tradit, per quas inveniantur puncta vel collectionis vel dispersionis radiorum, per diversorum mediorum sive planam, sive sphæricam superficiem, ut & per quaslibet lentes transeuntium. Nec ea tantum quæ in ipso axe sunt, verum etiam illa, quæ extra axim versus latera reperiuntur. Verum enim vero cum in lentibus ex figura utrinque sphærica, aut ex sphærica & plana constantibus, hæc puncta non accurate, sed præterpropter tantum

radios colligant, inquirendum porro sibi existimavit, quanta in singulis foret aberratio. Hinc oculi fabricam considerat, & qui vitia oculorum in senibus Myopibusque emendari perspicillis queant, exponit. Post effecta lentium contemplatur, qua scilicet magnitudine apparente respectu veræ, & quo situ objecta repræsententur, sive per unam, sive per plures lentes fiat visio. Aggreditur dein Telescopia, ex duobus, tribus, quatuorve lentibus, sive convexis, sive partim convexis, partim concavis constantia, & amplificationis rationem, & situm objectorum, & anguli visorii amplitudinem in singulis determinat. Qua occasione simul explicuerat, qui aberrationis ex figura vitium, quod in Telescopis, quæ lentes tantum convexas continent, inemendabile est, iu iis tamen, quæ ex convexa & concava lente componuntur, tolli queat; hoc scilicet artificio.

Data exterioris lentis foci distantia, dataque ratione, secundum quam objecta secundum diametrum amplificari volumus, quæ sit, ut b *ad* c, *dataque ex his quoque ratione aberrationis radii extremi ad lentis crassitudinem, quæ sit, ut* f *ad* g, *inter lentem exteriorem & focum ejus, ita scilicet, ut focus utriusque lentis sit idem punctum, collocat lentem concavam, cujus aberratio radii axi paralleli a parte foci communis venientis æquetur crassitudini lentis ductæ in numerum* $\frac{bf}{cg}$. *Quæ crassitudo, si vocetur* q *erit aberratio* $\frac{bf}{cg}q$, *quæ si æqualis ponatur secundum Regulam* Prop. 27. Dioptr. *datam* $\frac{27a^2q + 24adq + 7d^2q}{6a^2}$, *in qua* a *designat semidiametrum superficiei convexæ, &* d, *distantiam puncti dispersus, facile erit invenire semidiametrum superficiei convexæ, & ea cognita semidiametrum quoque concavæ, cum ea sit æqualis* $\frac{ad}{2a+d}$ *ex eadem illa Propositione. Quod inventum licet magni primum*

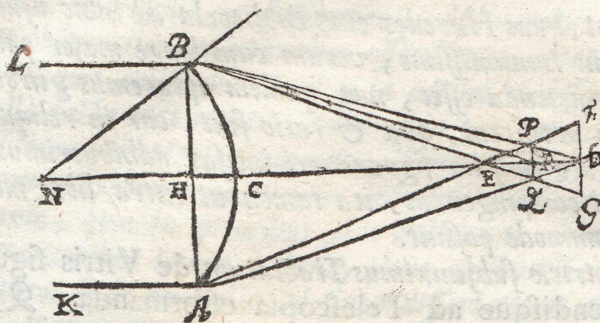
videatur fecisse, ita ut ad quamvis foci distantiam lentis convexoplanæ integram etiam ex eo Tabulam confecerit, reposuit tamen postmodum inter ea, quæ ex Dioptricis suis rejecerat; proculdubio quia post detectam ab V. Cl. Newtono *radiorum, quæ in refractione locum habet, dissipationem, hanc ex figura aberrationem, quæ ab altera, quæ ex dissipatione est, multum deficit, tanti momenti in Telescopiis esse non judicavit. Qua de causa & nos, qui summo studio nobis cavendum duximus, ne quid fieret quod Auctorem ipsum facturum non fuisse suspicaremur, inventum hoc rejecimus, cujus tamen obiter hic mentionem faciendam existimavimus, ut vel ex eo pateret, qua sollicitudine noster respexerit ad omnia, quæ vel tantillulum ad Telescopiorum perfectionem facere posse videbantur.*

Noster equidem perfectissimum sibi proponens Telescopium, quod in maxima claritatis ac distinctionis perfectione objecta ad lubitum amplificaret, tali conatui obstare deprehendit, quod justo major apertura distinctionem, minor vero claritatem impediret. Hinc persuasus modum in eo a Natura esse positum, ultra quem progredi non licet, hoc præstitit, ut dato optimo quodam Telescopio exhibuerit aliud objecta magis amplificans, sed tamen æque clare ac distincte omnia repræsentans. Ergo cum radiorum dissipatio ad Telescopiorum aperturas plurimum faciat, hinc ejus rationem explanat, & assumendo Telescopium rite ordinatum, ita ut nec majorem aperturam in lente exteriori ferre possit, nec acutiorem lentem ocularem, in quo tamen hæc dissipatio non noceat, quaslibet in aliis Telescopiis, data distantia foci lentis exterioris, & aperturas, & lentis ocularis focum & ex his amplificationem objecti secundum Diametrum definit, horumque omnium quantitatem, assumto scilicet Telescopio 30 pedum pro norma reliquorum, juxta diversas foci lentis exterioris distantias, Tabula exponit. Qua de re monendum duximus

Tabulam, quam hic dedimus, in amplificatione paululum deviare ab Auctoris tabula. In hac enim posuerat in Telescopio 30 *pedum amplificationem esse, ut* 120 *ad* 1, *cum tamen ea, posita distantia foci vitri ocularis* $3\frac{3}{10}$ *pollicum, ut facit Auctor, sit solummodo, ut* 109 *ad* 1, *secundum quam rationem reliquum tabulæ, amplificationem, quod spectat, construximus.*

Denique Microscopia aggreditur, primum simplicia, dein composita, & in singulis objecti amplificationem determinat; & assumto, ut in Telescopiis fecerat, Microscopio rite ordinato, considerataque utraque aberratione, tam quæ ex figura, quam quæ ex dissipatione radiorum est, ex hujus ad reliqua comparatione, invenit aliud quodlibet, ex data lentis ocularis foci distantia, & data amplificatione objecti, in quo neutra aberratio noceat.

Noster autem dum considerat dissipationem radiorum Newtonianam, *ita loquitur, ac si ea, quæ in axe lentis est distantia, inter duo puncta, versus quorum alterum radii rubri tendunt, versus alterum vero violacei, foret* $\frac{1}{50}$ *distantiæ ejus, quæ est inter punctum ad quod pertinent radii rubri & ipsam lentem. Quod ne secus ac oportet accipiatur, considerandum est* V. Cl. Newtonum *primum cum orbe litterato communicasse, radium Lucis in superficiem densioris diaphani oblique incidentem, post refractionem, velut in plures radios spargi exiguis angulis dissidentes coloribusque infectos, & ea quidem lege, ut si sinus communis anguli incidentiæ ponatur esse* 44 *partium, sinus refractionis radii rubri, qui minime omnium refringitur, sit earundem partium* 68, *sinus vero refractionis radii violacei, qui maximam refractionem patitur, sit partium* 69. *Ex quibus facile est concludere, si radius* LB *ope refractionis dispergatur colore rubro in* BD, *colore vero violaceo in* BE, *fore* ND *ad* DB, *sive ad* DC, *ut* 68 *ad* 44, *ut &* NE *ad*



EB vel EC ut 69 ad 44. Qualium ergo partium NC est 24, talium CD erit 44, & qualium NC est 25, talium CE erit quoque 44. Erit ergo linea CD ad CE, ut 25 ad 24, adeoque DE erit $\frac{1}{25}$ CD & FG ipsius AB. Verum si perpendamus multo maximam radiorum constipationem esse in PRQ, non vero in FDG, liquebit simul focum lentis esse in PRQ, ita ut RE sit $\frac{1}{50}$ RC vel RH, & PR $\frac{1}{50}$ BH, ut & angulus RBP sit $\frac{1}{50}$ anguli BRH. Quod illud ipsum est, quod Auctor intendit.

Nec possumus quin hac occasione referamus V. Cl. Newtonum *nobiscum communicasse*, Recentioribus se experimentis accuratius didicisse, quod PQ sit $\frac{1}{55}$ ipsius AB, & RE $\frac{1}{28}$ ipsius EH circiter. *Quo ipso angulus aberrationis tantillulo fit minor, utpote quæ in microscopio non major futura est, 15′ : 36′ cum Prop. 63 Dioptr. inveniatur 17′ : 12″. nec in Telescopio major 28′, 24″, cum in eadem Prop. inveniatur 31′ : 20′. Unde perspicuum est, si illa major in Telescopiis Microscopiisve non noceat, nec hanc minorem nocituram. Facile quoque liquet, si hanc aberrationis rationem accuratiorem sequi velimus, in regula priore, quam tradit ultima Dioptrices Propositione, in locum 50 ponendum esse 55.*

Figuras quæ ad Dioptricam pertinent, ligno incisas ipsi Textui adjecimus; earum enim nonnullas jam confectas Auctor

ctor reliquerat, quas Hæredes cum Bibliopola ad hunc usum communicarunt humanissime; verum cum longe major pars adhucdum conficienda esset, non, qualem optaremus, invenire potuimus artificem; quæ & ratio fuit, cur in reliquis opusculis mutato consilio figuras æri incisas adhibuerimus, ad finem libri compingendas, ita tamen ut extra libri molem evolvi commode possint.

Huic Dioptricæ subjunximus Tractatum de Vitris figurandis, poliendisque ad Telescopia efformanda. *Qui cum Belgico sermone conscriptus esset, nec concinnum videretur Latinis hisce Belgica miscere, de eo in Latinam linguam vertendo cogitandum fuit. Quam operam, licet propter plures machinarum denominationes non ita facile Latine explicandas magnam sedulitatem requireret, in se tamen suscepit & feliciter ad exitum deduxit* V. Cl. Hermannus Boerhaven, Philosophiæ & Medicinæ Doctor, *quique in Illustri Academia Lugduno-Batava Medicinam summa cum laude publice docet.*

Sequitur tertio loco Dissertatio de Coronis & Parheliis, *partim Latine, partim Belgice ab Auctore conscripta, quam Latio donavit Solertissimus & maximæ spei Juvenis* M. P. Daumesnil. *In hac autem dissertatione, ex guttulis aqueis nucleum nivalem in se continentibus, ingeniosissime deducit; primo Coronarum varii generis, dein & ex similibus Cylindrulis, Parheliorum, tum lateralium, tum posticorum causas; primario sibi exemplorum instar proponens duas observationes* Coronarum & Parheliorum *anno* 1629 & 1630 *Romæ factas a* Cl. Scheinero, *ut & quasdam* Hevelii, *quas idcirco dissertationi subjunximus. Jam a multis annis varias similium Phænomenum observationes variis locis factas noster collegerat, eo animo, ut quæ in singulis peculiaria reperiret, post exhibitas horum Phænomenum generales causas, hoc in libello simul explicata trade-*

de-

deret, iisdemque ex fundamentis deduceret. Harum quoque observationum nonnullas offendimus, quas tamen addere reliquis omisimus, tum quia earum in ipsa dissertatione nulla facta erat mentio, tum quia eas omni causarum expositione privatas invenimus. Tantum quippe abest, ut hoc suum propositum ad exitum deduxerit, ut ne illa quidem omnia, quæ in prioribus illis Scheineri, Heveliique *observationibus locum habent, plene absolverit. Licet enim moneat se de* Anthelio *ad finem dissertationis acturum, frustra tamen, tum hoc, tum quæ de circulis in cælo apparentibus & se invicem oblique secantibus meditatus erat, quæsivimus. Quare, ut, quantum pote, huic defectui mederemur, adjecimus ab eodem illo ingeniosissimo juvene ex Gallica in Latinam versam* Historiam Coronæ Parisiis observatæ 12 Maii, anni 1667, *quæque circa id tempus jam publicam lucem aspexerat. In ea enim hæc fundamenta, quæ latius in hac dissertatione de* Parheliis *tractantur & demonstrantur, strictius referuntur, simulque &* Antheliorum *& arcuum se invicem secantium, mentio fit. Ex quibus cum fundamentis hic ab Auctore positis propius collatis, qui omissa hæc explanari debeant, facile erit colligere.*

Multum vero magis nos sollicitos habuit, quod in hoc tractatu trium meminisset tabularum, quarum demonstrationem ad finem dissertationis rejicit, cum tamen nec tabularum, nec demonstrationis earundem vestigium ullum appareret, quamquam eæ tanti nobis viderentur momenti, ut absque iis res intelligi non possit. Harum ergo tabularum conficiendarum rationem ex fundamentis ab Hugenio *positis eruere necessum fuit; quod & fecimus, eamque simul cum demonstratione libello huic subjecimus. Postmodum autem forte fortuna in manus nostras incidit chartula a reliquis omnibus sejuncta solas has tres tabellas in se comple-*

plectens, ut partim ex inscriptione tabellis apposita; partim ex eo, quod harum tabellarum numeri exacte illis numeris responderent, quorum tanquam ex tabellis haustorum in hoc tractatu meminit; partim denique ex eo quod reliqui numeri nostro calculo responderent, promtum erat colligere. In demonstratione autem ejus Tabellæ, quæ Parhelia postica respicit, noluimus uti curva, quæ fit ex collectione radiorum refractorum, quanquam per eam rem multo facilius confici posse perspectum habebamus; tum quia harum curvarum inventio longe serius, quam libellus hic ab Auctore conscriptus est, divulgata fuit; tum quia ea usum non fuisse Auctorem, haud vane, ut existimamus, conjecimus.

In hac autem de Parheliis *dissertatione, diametrum Coronæ, quæ frequentissime apparet, tantum non ubique statuit 45 graduum circiter, in Gallico vero illo tractatu de Corona anni 1667, quæ post hanc dissertationem conscripta videtur, licet longe ante eam edita sit, ubique meminit diametri gr. 44'. utpote quæ magnitudo, ut verisimile est, ipsi ex accuratioribus observationibus magis probaretur. Quare & in tabulis illis, quas in chartula nos reperisse diximus, calculus respiciebat diametrum coronæ 44 gr. non vero 45 graduum. Ne tamen cuipiam hac de causa deesse quidpiam tabulis videretur, addidimns quartam, quæ locum habet in corona 45 graduum. Potuisset quidem Tabula extendi ad quamvis nuclei nivei craßitudinem, ut apparentibus pluribus Coronis vel Parheliis lateralibus diversæ distantiæ, quanta nuclei ad Globum vel Cylindrum aqueum proportio occasionem illis præbeat confestim e Tabula confici posset; qualem Tabulam ad omnes nucleorum diversitates extensam jam confeceramus, verum quoniam Auctor primario tantum ad certos nucleos respexerat, eam his addere neglexim us.*

Huic

Huic succedit Tractatus de Motu, in quo Regulæ Motus demonstrantur, quas jam ante 30, *& quod excurrit, annos in* Diario Gallico 18 Martii anni 1669 *cum orbe litterario communicavit Auctor.*

Hunc autem propter materiæ affinitatem sequitur libellus de Vi centrifuga, *quem in scedis Auctoris, sed nequaquam convenienti ordine dispositum invenimus. Quare factu optimum & Auctoris menti convenientissimum existimavimus, si, quantum pote, sequeremur ordinem* Theorematum de Vi centrifuga, *quæ ad finem* Horologii Oscillatorii *divulgavit jam ante multos annos; licet ad id ipsum necessarium fuerit, quædam ex iis Theoremata, utputa* VII, IX, X, XI, *prout hic numerantur, ex fundamentis ab* Ill. Hugenio *positis deducere. Sed ne sic quidem præcise licuit eundem numerum Propositionum obtinere, ne quidpiam, quod de his conscripserat Auctor, publico invideremus.*

Quæ dum scribimus incidit forte fortuna in manus nostras Diarium Gallicum anni 1702, *quod dum obiter pervolvimus, animadvertimus* 23. *Maii* 1701 *adduci demonstrationes horum* 13 *Theorematum; & simul in iis erroris accusari Auctorem nostrum, in eo, quod tempus duarum oscillationum minimarum alicujus penduli æquale ponit circuitui minimo ejusdem penduli motu conico lati, idque ea de causa,* quod tempus duarum talium oscillationum est æquale quadruplo temporis casus perpendicularis ex altitudine fili dupla. *Quod verum esse non potest: Tempus enim quadruplum casus perpendicularis ex altitudine fili dupla ad tempus casus per dimidium fili rationem habet, ut* 8. *ad* 1, *quæ nullam involvit rationem circumferentiæ circuli ad Diametrum; quam tamen ex demonstratis ab* Hugenio Prop. 25 part. 2 Horologii oscillatorii *exigit tempus oscillationis lateralis penduli ad tempus casus perpendicularis ex dimidia fili altitudine. Recte au-*

tem Hugenium *tempori circuitus minimi æquaſſe duas oſcillationes laterales minimas ejuſdem fili, ex iis, quæ in hoc libello demonſtrata ſunt, patet abunde.*

Clariſſ. quoque iſtarum Demonſtrationum, quæ in Diario *exhibentur, Auctor, demonſtrationi Prop.* VI. *hæc ſubjungit.* In hac propoſitione Auctoris (*Hugenii ſcilicet*) duæ deficiunt conditiones: prima, ut filum ſemper ſit ſuperficiei Conoidis perpendiculare; altera, ut ſemper fiat gyratio ad perpendicularem altitudinem dimidii lateris recti; ſine quibus nihil determinatum eſt. *Verum hanc propoſitionem* Hugenii *univerſalem eſſe, nec ullis conditionibus reſtringendam, patet ex demonſtratione, quam hic libellus exhibet, quæque non ex motu conico, qui vi centrifuga minus ſimplex, ſed ex vi centrifuga ſola, & ex proprietate ſuperficiei Parabolicæ generaliter deducitur. Deinde hæc ipſa, quæ in* Diario Gallico *habetur demonſtratio, non recte concludet, niſi filum, quod motu conico circumfertur, iiſdem viribus circuitus ſuos faciat, quibus in libero aëre faceret abſque ulla ſuperficie Parabolica; quod ſane fieri non poſſet, niſi globus ex filo ſuſpenſus ſuperficiei Parabolicæ perpendiculariter inhæreret. Altera vero conditio, ut manifeſtum eſt ex natura Paraboles, in priore continetur.*

Ultimo denique loco videre eſt deſcriptionem Automati Planetarii, *quod, ut ex ipſo Automato liquet, confici curavit anno* 1682, *quanquam ne nunc quidem ejus deſcriptionem invenerimus integram*, de *qua idcirco paucula quædam notanda erunt.*

Primum eſt, illa verba P. 438. *quibus indicat, quantum in viginti annis Planetæ ſinguli promovendi ſint, ut vero cæli ſtatui congruant, deleviſſe Auctorem, & in illorum locum hæc ſubſtituiſſe,* ut in annis viginti error nullus, qui quidem viſibilis ſit, exiſtere queat. Poſt plures vero ætates, ubi opus fuerit, facile corrigetur ea ratione

quam

quam suo loco docebimus. *Nos tamen verba illa, utut ab Auctore expuncta, exprimi curavimus, quoniam eandem illam aberrationis machinæ a Cælo intra 20 annos quantitatem tanti noster fecit, ut eas ipsi machinæ incidi voluerit.*

Secundo notandum est, Aliter describi constitutionem Terræ cum Luna, quam revera in Automato obtinet, ut ex ejus interiori inspectione patuit. In ipso enim Automato annulus A B, *non in interiori, ut describitur, verum in exteriori circumferentia habet dentes* 137, *nec major est orbita Terræ annua sed minor, nec defixus inter Martis & Telluris, sed inter Telluris & Veneris orbitas. Circa hunc annulum rotatur orbita Telluris* C D, *cui perpendiculariter inhærent tres axiculi retinaculo detenti, quod tamen, ut axiculi eo manifestius apparerent, depingi noluimus. Prior axiculus duas rotulas utroque capite affixas habet,* E, F, *quarum inferior duodenos dentes habet commissos dentibus annuli* A B, *superior tredecim. Superioris dentes committuntur dentibus duodecim rotulæ* H, *& dentes hujus duodecim dentibus rotulæ* G, *quæ in axe suo cavitatem habet in partem anteriorem tabulæ Planetariæ patentem, in qua cavitate defigitur stylus exiguus Telluris corpori ac Lunari circello conjunctus. Ita se res in ipso Automato habet; ex qua descriptione manifestum est, revoluto annulo terrestri secundum ordinem signorum, priorem axiculum duabus rotulis* E, F, *instructum in easdem partes volvi, verum rotulam* H *in contrarias, & hanc rursus rotulam* G *simul cum Lunari circello in easdem secundum ordinem signorum partes rotare. Hanc autem Telluris Lunæque constitutionem, licet ita res se in Automato habeat, non descripsisse videtur Auctor, quia eam, quam descripsit, quæ, ut verisimile est, ei demum post confectam machinam in mentem venit, huic prætulit; tum quia plus spatii*

Vide Tab. 3. Fig. 6.

 est

est inter Tellurem & Martem, quam inter eandem & Venerem, tum quia annulus dentatus hac ratione major fit & idcirco dentes majores admittit, & denique, quia duabus rotulis idem efficit hoc modo, quod in Automato fit tribus.

De Mercurio in hac descriptione altum offendimus silentium; Quare ejus constitutionem ex inspectione ipsius Automati, & ex schedis quibusdam dispersis Auctoris haustam ut adjungeremus, necessum fuit. Idem autem præstitum est circa causam inæqualitatis motus, ut & circa definiendam quantitatem aberrationis, qua hæc machina a vera proportione motuum cælestium aliquantulum deflectit.

Hæc ea sunt, de quibus Vos breviter monendos esse duximus. Cæterum nulli dubitamus, si licuisset Auctori ipsi his opusculis ultimam limam adhibere, quin omnia multis partibus exactiora perfectioraque futura essent. Nos id præstitimus quod potuimus. Studuimus equidem nos accommodare ad Auctoris sensum. Quod si obtinuimus, est quod nobis gratulemur; Sin vero humani quidpiam passi sumus, ab æquo Lectore, præsertim si perpenderit, quantum laboris & tædii sit alienos sensus perscrutari, veniam speramus. Valete.

OPUSCULORUM INDEX,

Quæ in hoc Opere continentur.

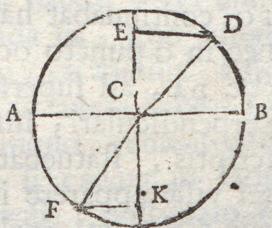
Dioptrica.
Commentarii de Formandis poliendisque vitris ad Telescopia. pag. 1
Dissertatio de Coronis & Parheliis. 265
De Motu Corporum ex Percussione. 291
De Vi Centrifuga. 367
Descriptio Automati Planetarii. 399
429

DIOPTRICA.

De refractione radiorum.

RADIOS lucis in aquam aut alia pellucida corpora incidentes inflecti, cum superficiem eorum attigerint & a via recta detorqueri, jam antiquis temporibus animadversum fuit. Est enim inter Aristotelis Problemata, in quo de remorum apparenti curvitate quæritur. Itemque Archimedis libellus exstitisse fertur de annulo sub aquis viso, in quo procul dubio de flexu isto radiorum agebatur, nataque inde visus fallacia. Leges vero, quas ita affecti radii sequuntur, serius, ac nostro demum ævo repertæ sunt: quas hoc modo sese habere experientia docuit.

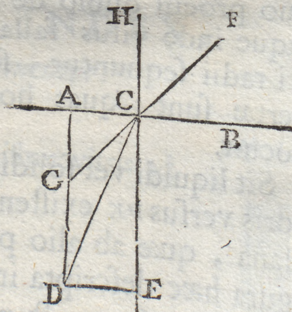
Sit liquidi vel solidi diaphani corporis versus FK existentis superficies plana, quæ ab alio plano, in quo figura hæc descripta intelligitur, secetur secundum rectam AB. In hanc incidat radius obliquus DC, qui ad rectam ECK, superficiei propositæ



 per-

perpendicularem, faciat angulum DCE; is in aqua vitrove perget secundum CF minori angulo ad CK inclinatam, quam sit angulus DCE; atque ea lege, ut sinus utriusque anguli, hoc est perpendiculares eorum DE, FK ex circumferentia circuli centro C descripti in rectam EK demissæ certam, eandemque semper inter se rationem servent.

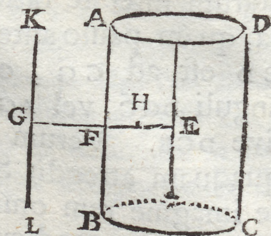
Hæc autem refractionum mensura, non sinuum, sed angulorum ipsorum proportione ab Alhaseno Arabe & Vitellione olim definita fuerat, & experimentis quibusdam utcunque confirmata. Sed cum in majoribus radiorum inclinationibus a vero discrepare proportio illa reperiretur, diligentius sibi Recentiores investigandam existimarunt. In quibus Keplerus, plurimis frustra tentatis †, ipsam quidem rei veritatem non est assecutus; conjecturis tamen suis, variisque molitionibus non parum sequentium studia adjuvit. Post eum vero Willebrordus Snellius, cum jam majus operæ pretium appareret, quippe exorto telescopii invento, multo labore multisque experimentis eo pervenit, ut veras quidem refractionum mensuras teneret, nec tamen, quod invenerat, satis intelligeret. Nam positâ, ex. gratia, aquæ superficie AB, visibili vero sub aqua in D, quod oculo in F posito appareat quasi in recta FC, continuabat hanc FC, donec in G puncto occurreret rectæ DA, ad superficiem aquæ perpendiculari; hisque ita descriptis, statuebat imaginem rei visæ apparere in G, rectæque CD ad CG certam esse rationem, veluti in aqua sesquitertiam. Quæ recta-



† Vide Paralipom. ad Vitellionem.

ctarum inter se ratio vera est, ac convenit prorsus cum ea, quam paulo ante explicuimus, refractionis lege; quia CD est ad CG, ex doctrina triangulorum, ut sinus anguli DGC, vel AGC, seu HCF, ad sinum ang. CDG, sive DCE. Verum ad hanc sinuum proportionem nequaquam attendit Snellius, & usque adeo ab apparente imagine rem omnem pendere existimavit, ut etiam in radio perpendiculari, qualis HC, effectum refractionis, seu, ut falso opinatur, decurtationem radii visorii agnoscat, deceptus eo, quod etiam rectà desuper in vas aqua plenum inspicienti fundus omni parte attolli videtur. Cujus rei vera causa ex radiis ad utrumque oculum tendentibus petenda est. Hæc autem omnia, quæ de refractionis inquisitione volumine integro Snellius exposuerat, inedita mansere; quæ & nos vidimus aliquando, & Cartesium quoque vidisse accepimus, ut hinc fortasse mensuram illam, quæ in sinibus consistit, elicuerit; quâ in explicanda iride & vitrorum figuris investigandis felicissimè est usus. Cujusmodi vero sit illa Refractionis in sinubus proportio, cum radius ex aere in aquam, vitrumve, aut alia corpora diaphana defertur, id vel prismate, ut Cartesius præcipit, inquiri potest, vel aliis modis; quos, qui præcedentia intellexerit, non difficulter inveniet. Nobis hi, quos jam docebo, cæteris faciliores visi sunt; nam si liquida diaphani materia data sit, ea vitreum vas impleatur, quod vel cylindri formam habeat, vel ejusmodi solum, quæ circa axem rotunda sit; quo autem capacius erit, quoque tenuiori vitro, eo melius. Esto illud ABDC, atque ita collocetur, ut axem habeat solaribus radiis, vel ab lumine longinquo venientibus, directe oppositum. Hi igitur radii si cadant in latus DC, concurrent ex parte altera vasis, postquam & vi-

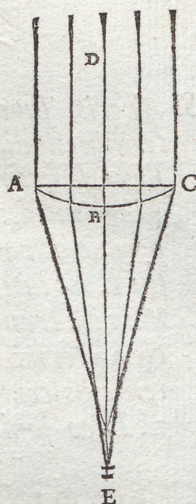
vitrum & aquam eo contentam transierunt, &, si cylindraceum vas fuerit, lineam quandam lucidam signabunt, ut KL in plana superficie vasis lateri parallela. Ea ubi perfectissima contigerit linea minimæque latitudinis, circino capiatur distantia GF qua planum a vase abest, eaque distantia in charta annotetur: atque apponatur deinde semidiameter vasis FE a centro ad extimam superficiem, quæ bifariam secetur in H. Jam proportio refractionis aquæ, vel quicunque liquor fuerit, habebitur ea quæ est EG ad GH, quæ nempe eadem semper in sinibus existet, ut superius exposui. Accuratius autem radii post vitrum colligentur, si tantum eos transire sinamus, qui circa medium cylindrum penetrant; lateribus utrinque aliquousque contectis. Ac demonstratio quidem hujus in sequentibus invenietur, propos. 13. nec refractiones quæ in vitro hic accidunt quicquam obesse, quo minus Cylindrus ABCD velut totus aqueus censeatur, patebit ex iis, quæ dicentur propos. 16. & 20. vel ex prop. 22.



Quod si vitri aut Crystalli refractiones simili compendio inquirere libeat, lentem ex ea materia formatam accipe, superficie altera plana, altera convexa, qualis hic est lens ABC. Superficiem planam Soli oppone vel lucernæ procul positæ ut radii incidant ad rectos angulos: post lentem vero adhibe planum aliquod, ac tantum remove, ut in eo radii coëuntes imaginem Solis aut flammæ quam nitidissimam depingant: Esto in E. Tum distantiam hujus imaginis ab lentis convexa superficie metire EB, & quam rationem habet semidiameter convexitatis ABC puta DB unà cum inventa longitudine

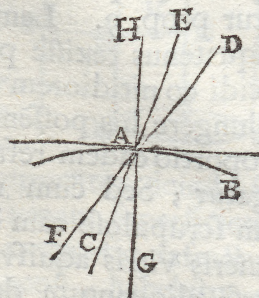
BE,

BE, hoc est, tota DE ad hanc ipsam BE, eandem scito esse refractionis vitri, vel crystalli propositæ. hoc enim demonstrabitur prop. 9. Lentem vero circa latera aliquatenus texisse proderit, ut imaginem lucidi eo nitidiorem referat. Alios modos adjungere his possem operosiores, quibus proportio eadem refractionis subtilius colligatur; Sed cum non multum intersit, tam scrupulose eam definiri, & in diversi generis vitris aquisve, ut jam dixi, diversa aliquantum deprehendatur, operæ pretium non videtur plura de his præcipere. Aquæ tamen pluviæ refractio, ut hoc addam, accurate dimensa reperta est ut 250 ad 187, paulo scilicet major sesquitertia; idque ex Iridis amplitudine Cartesius subtiliter sane collegit, Similique ratione, adhibita sphærula vitrea solida, inventaque ex observatione semidiametro iridis in pluvia vitrea, si qua talis caderet, grad. 21:45; proportionem refractionis vitri inde calculo subduximus, cujus ratio in iis, quæ de Pareliis, explicabitur, comperimusque majorem quam 114 ad 76, sive quam 3 ad 2; minorem vero quam 115 ad 76, ut sesquialteram usurpare absque errore liceat. Cæterum non ad hanc magis quam ad aliam quamlibet in sequentibus theorematis respeximus, quæque iis definiemus omnia eo modo se habitura sciendum est, quæcunque demum fuerit refractionis proportio.



Porro ex lege refractionum modo explicata tria hæc Theoremata facile deducuntur, quorum in cæteris frequens usus erit.

PROPOSITIO I.

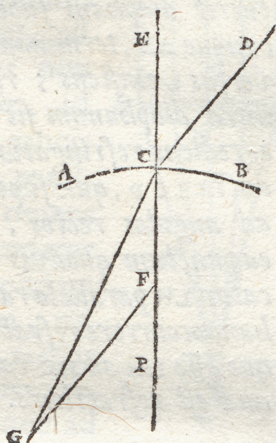


Si fuerit superficies quælibet AB, *terminans diaphanum versus* C *existens, sitque radii* DA *extrinsecus in illam incidentis refractio* AC, *& producatur* DA *versus* F, *&* CA *versus* E. *Et intelligatur deinde diaphanum ita transponi, ut eadem superficie* AB *terminetur, sed existat ad partem ejus contrariam, ubi nempe est* E. *Dico jam radii* FA *refractionem fore* AE.

Sit enim recta HAG, quæ penetret superficiem AB ad angulos rectos in A; sunt ergo in eodem plano per HG ducto tum DA, tum refractio ejus AC. Quia vero radius DA ad perpendicularem HG existente diaphano versus G, eodem angulo inclinatur, quo radius FA, existente diaphano versus H, est enim DAF, ex hypothesi, linea recta, etiam refractiones utriusque cum ipsa HG angulos æquales constituent. Radii autem DA refractio AC facit angulum CAG, ergo huic æqualem angulum efficiet refractio radii FA cum ipsa HA, hoc est, æqualem angulo HAE, est enim CAE linea recta. Sed & in eodem plano per rectam HG ducto sunt FA & AE, quum sint in directum ipsis DA, CA. Ergo patet radii FA refractionem fore ipsam AE, quando diaphanum est a parte H. Quod erat dem.

PROPOSITIO II.

Si fuerit diaphani superficies qvælibet AB, *in quam extrinsecus cadat obliquus radius* DC, *qui refringatur secundum* CG; *sitque recta* ECP *secans diaphani superficiem ad angulos rectos, & sumatur in ea intra diaphanum punctum quodvis* F, *unde ducatur* FG *parallela radio* DC. *Dico hanc occurrere refractioni* CG, *& habere* CG *ad ad* GF *rationem eam, quæ est refractionis.*



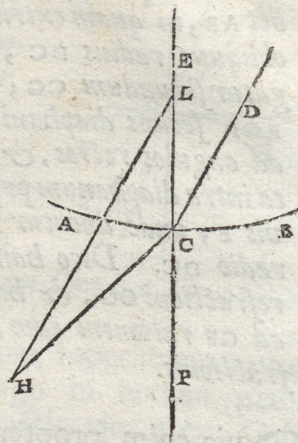
Quia enim propter refractionem angulus FCG minor est quam DCE, idem quoque minor erit, quam PFG, ideoque CG, FG necessario concurrent. Porro, quia secundum refractionum legem superius expositam, sinus anguli DCE ad sinum anguli FCG rationem habet eam, quæ est refractionis. Sinus autem anguli DCE idem est qui anguli DCF seu CFG. Ergo in triangulo CFG habebit sinus anguli CFG ad sinum anguli FCG rationem refractionis. Quare eandem quoque habebit latus CG ad latus GF. Quia nempe in omni triangulo, latera inter se eandem proportionem servant, quam sinus angulorum, quibus illa subtenduntur.

Patet autem & conversæ hujus veritas. Nempe FG parallela existente radio DC, rectæque CG occurrente, fuerit CG ad GF ratio eadem, quæ est refractionis, tunc CG fore refractionem radii DC.

PRO-

PROPOSITIO III.

Si fuerit diaphani superficies quæcunque AB, *terminans diaphanum versus* L *existens; radius autem intra diaphanum sit* DC, *qui in* C *egrediens refringatur in* CH. *Et ducta* ECP, *quæ superficiem secet ad angulos rectos, sumatur in ea punctum quodvis* L, *unde ducatur* LH *parallela radio* DC. *Dico hanc occurrere refractioni* CH, *atque esse* LH *ad* HC *rationem eam, quæ est refractionis.*



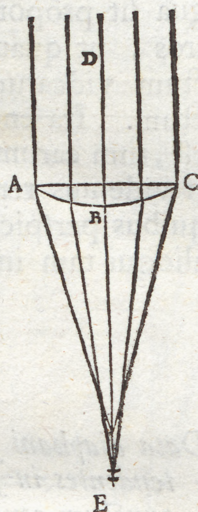
Quia enim radius DC refractus exit a diaphano, erit angulus PCH major angulo LCD, hoc est, angulo CLH. Unde manifestum est rectas CH, LH concurrere.

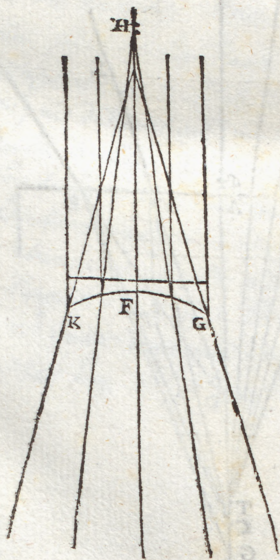
Porro autem, quia secundum legem refractionis, sinus anguli PCH ad sinum anguli LCD sive CLH proportionem refractionis habet. Sinus autem anguli PCH idem est qui sinus anguli LCH, habebit itaque in triangulo LHC, sinus anguli LCH ad sinum anguli CLH proportionem refractionis. Quare eandem quoque habebit latus LH ad latus HC. Quod erat probandum.

Rursus autem & conversa propositionis hujus manifesta est. Nempe si LH parallela existente radio DC, rectæque CH occurrente, fuerit LH ad HC ratio ea quæ refractionis, etiam CH fore refractionem radii DC.

Nunc quomodo puncta ea inveniantur, ad quæ radii, postquam in superficie aliqua plana, convexa, aut cava

cava refracti fuerint, colliguntur, vel ad quæ disperſi reſpiciunt, deinceps exponemus; quæ quidem puncta concurſus vel diſperſus vocabimus. Quoniam vero hoc nomine etiam illa puncta deſignabimus, ad quæ tamen radios omnes refractos non accurate pertinere oſtenſum fuerit, id quomodo tunc intelligendum ſit paucis declarandum eſt. Ergo ſi radios parallelos in lentem ABC incidentes omnes poſt refractionem convenire oſtendatur cum axe DBE citra punctum quoddam E, vel omnes ultra idem punctum, verum hoc pacto, ut quo quiſque radius axi propinquior fertur eo refractus concurrat propius ad punctum E, idque ad diſtantiam tandem quavis data minorem, tum quoque punctum E concurſus punctum dicetur. Similiterque in lente cava KFG, ſi parallelos radios a parte H venientes poſt refractionem ita ſpargi oſtenderimus, ut retrorſum producti conveniant cum axe FH omnes citra punctum quoddam H, vel omnes ultra, iiſdemque etiam conditionibus quas in convexa poſuimus, tum punctum H dicetur punctum diſperſus. Quin etiam hæc puncta plerumque ſic accipiemus, tanquam concurſum aut diſperſum radiorum exacte determinarent; medias videlicet lentium





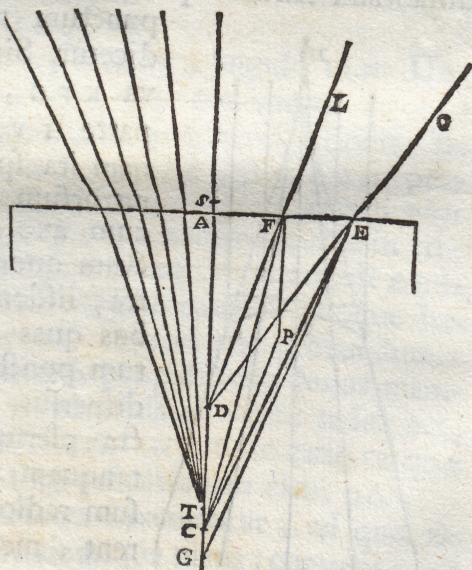
aut superficierum partes respicientes, quarum satis exigua sit proportio ad convexitatis vel cavitatis diametros, ut quantum ad sensum oculorum attinet perfectum videatur, quod geometrica ratione est imperfectum. Ita enim sese habere lentium latitudines certum est, tum earum, quibus in tenebris picturam repræsentari videmus rerum, quæ foris a Sole illuminantur, tum quibus perspicilla seu telescopia constant; neque enim alioqui tam insignes earum effectus cernerentur.

Propositio IV.

Problema I.

Data diaphani superficie plana, & puncto, ad quod radii tendentes in superficiem extrinsecus impingant; Invenire punctum concursus refractorum.

Sit diaphani superficies plana A E, hoc est, in qua est linea recta A E, sitque datum punctum D, ad quod tendentes radii ut L F, O E, superficiei dictæ extrinsecus occurrant. Sit autem D A eidem ad angulos rectos, omnesque lineæ, quæ in schemate apparent, intelligantur in plano per A D ducto. Producatur A D & habeat T A ad A D ra-



Voiés la Dioptrique ~~d'Hy~~ d'HUYGHENS, page 10e.

Soit αD un Rayon de Lumiere, qui entre obliquement dans un Milieu refringent de α en D, en tendant vers D. Et soit le Milieu en D, plus dense que le Milieu en α. On demande le Point de Refraction C.

Soit par D, la Perpendiculaire DA, à la Surface qui termine le Milieu refringent.

Le Rapport de DR à RC, est egal au Rapport du Sinus de Refraction au Sinus d'Incidence. ~~Et~~ Mais, DR est donnée; donc, ~~le Poin~~ RC est donnée; donc le ~~Point~~ C est donné.

Soit par D, menée DS parallele à RC.

~~Le Rapp~~ RD > DS. Donc, RC : RD < RC : DS. Mais, RC : DS = AC : AD; donc, RC : RD < AC : AD. Or, ~~Sinus d'Incidence. Sinus~~ Sin. I : Sin. R < AC : AD.

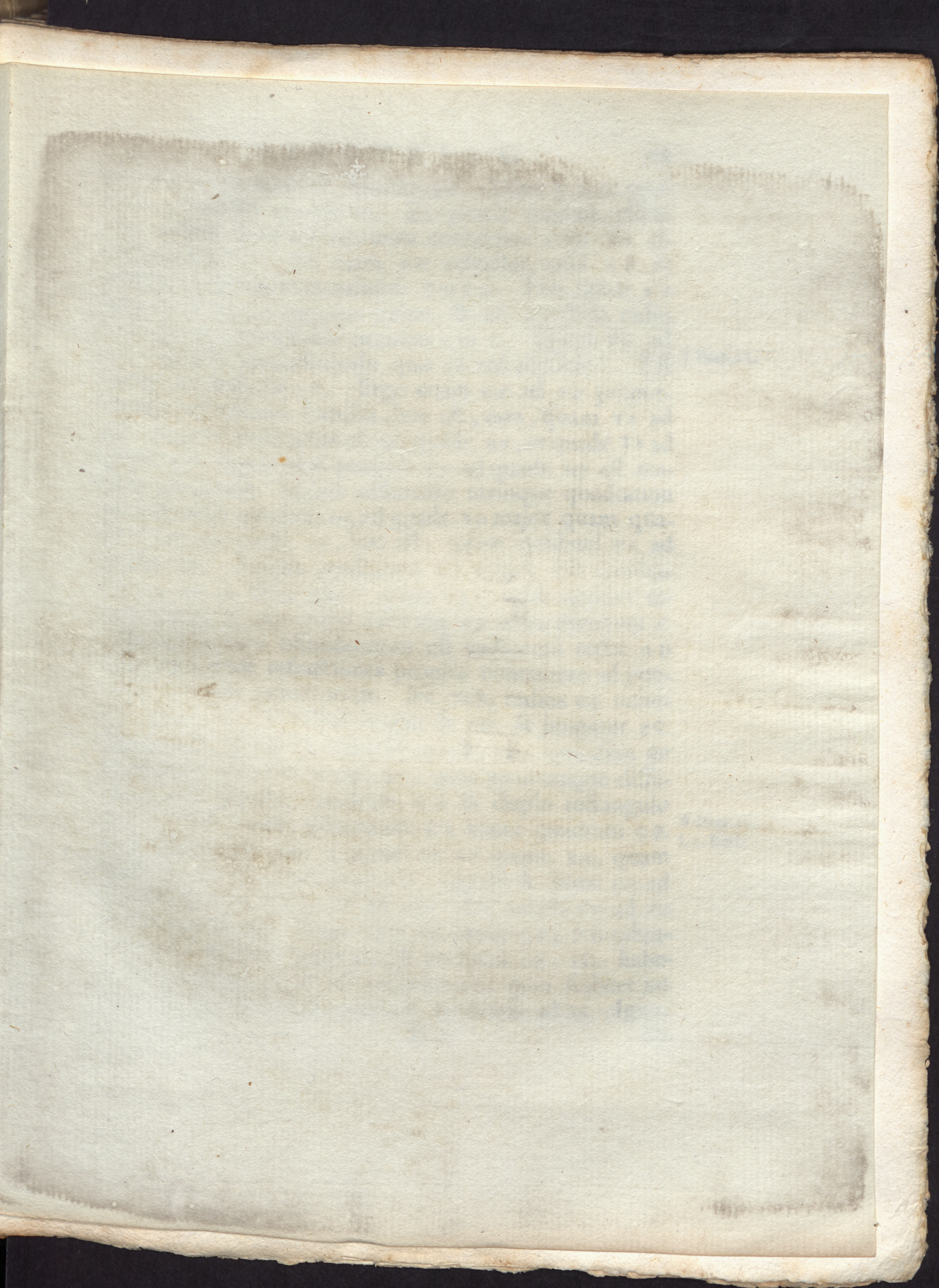
Donc, si Sin. I : Sin. R = ~~AC~~ AT : AD. AT : AD < AC : AD.

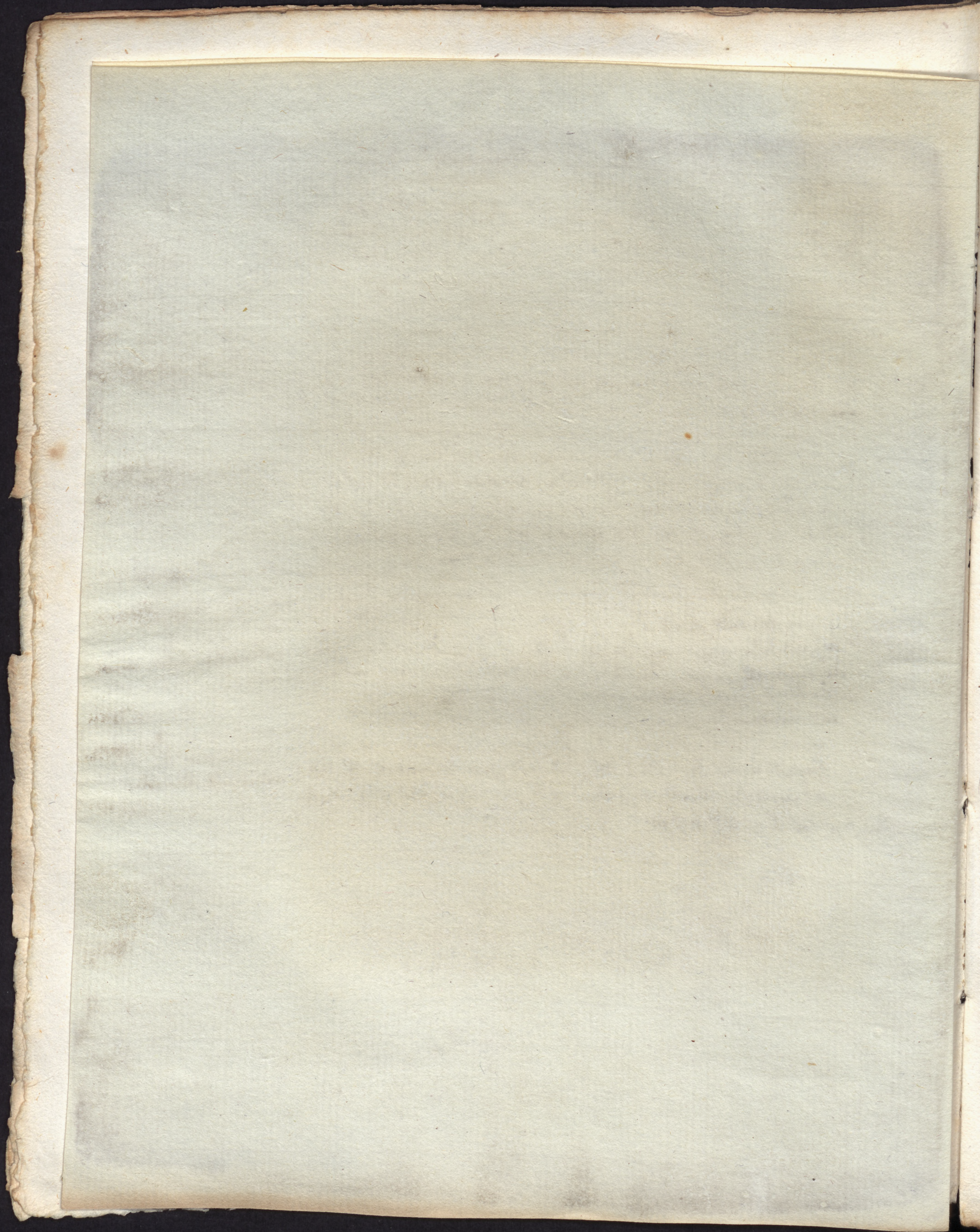
Donc, AT < AC. Donc, Tous les Points de Refraction sont au delà du Point T.

Mais: plus les ~~Ro~~ Points d'Incidence sont voisins du Point A, plus aussi le Point C s'approche du Point T.

Et on peut determiner ~~une Loi~~ le Point R d'Incidence d'un Rayon. ~~qui tombe plus près du Point de T; qui~~ dont le Point de Refraction soit en C, à une Distance du Point T, plus ~~petite~~ petite qu'aucune Distance assignée. Savoir, en decrivant ~~le Cercle dont les Distances~~ la Circonference ~~de chacun des Points~~, dont chacun des Points est à des Distances des Points C et D qui ont entr'elles le Rapport donné de TA à DA; et tant que ~~le Point~~ C A > A T; ~~le Point~~ ce Cercle ~~tombera~~ coupera AD prolongée du côté de A.

Item pr les Prop. Ve. VIe. VIIe.





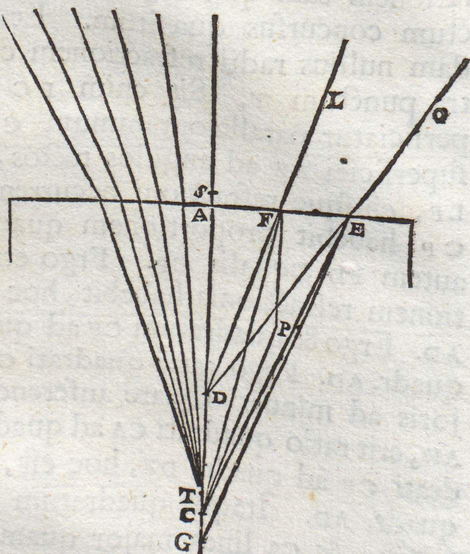
rationem eam quæ est refractionis. Dico T fore punctum concursus quæsitum. Et primo quidem ostendam nullius radii refractionem concurrere cum AD citra punctum T. Sit enim FC refractio radii LF & perficiatur parallelogrammum CDFP. Erit igitur FP superficiei AE ad angulos rectos, & PC parallela radio LF, ejusque refractioni occurrens in C. Quare FC ad CP habebit proportionem quæ est refractionis †. Est autem FD æqualis CP. Ergo etiam CF ad FD proportionem refractionis habebit, hoc est, eam, quam TA ad AD. Ergo & quadratum CF ad quadr. DF, ut quadr. TA ad quadr. AD. Ergo ratio quadrati CF ad quadr. DF est majoris ad minus. Quare auferendo utrinque quadratum AF, erit ratio quadrati CA ad quadr. AD major quam quadrati CF ad quadr. DF, hoc est, quam quadrati TA ad quadr. AD. Itaque quadratum CA majus erit quadrato TA, & CA linea major quam TA: unde apparet refractionem FC convenire cum axe AD ultra punctum T.

† Prop. 11.

Secundo loco ostendendum est radiorum rectæ AD propinquiorum refractiones propius concurrere ad punctum T quam remotiorum. Sit enim radius OE remotior radio LF, & refractio ejus sit EG. & jungatur EC. Quadratum igitur CE excedit quadr. ED, quantum CF quadratum excedit quadr. DF, quia utrorumque differentia est æqualis quadrato CD & duplo rectangulo CDA *. Est autem quadratum CE majus quadrato CF. Ergo minor est ratio quadrati CE ad quadr. ED, quam quadrati CF ad quadratum FD. Quare & lineæ CE ad ED minor ratio quam CF ad FD. Ut autem CF ad FD ita est GE ad ED. Nam sicut de lineis CF, FD ostensum fuit, ostendi etiam potest de lineis GE, ED, habere eas rationem quæ est refractionis, quia scilicet EG statuitur esse refractio radii OE tendentis ad D. Igitur

* Prop. 4. l. 2. Eucl.

minor erit ratio CE ad ED quam GE ad ED: ac proinde GE major quam CE. Unde facile perſpicitur AG quoque majorem eſſe quam CA; adeoque concurſum refracti radii OE longius abeſſe a puncto T quam radii LF.



Denique oſtendere oportet aliquos radios refractos convenire cum AD producta in puncto quod dato quolibet intervallo minus diſtet a puncto T. Sumatur punctum C, dato intervallo propius ſitum puncto T & ulterius diſtans ab A, quam ipſum T; & ſicut differentia quadratorum TA, AD ad quadr. AD, ita ſit differentia quadratorum CA, AD ad quadr. DS. Ergo quia differentia prior minor eſt poſteriore, erit & quadratum AD minus quam quadratum DS: Et linea DA minor quam DS. Ideoque ſi centro D intervallo DS, circumferentia deſcribatur, ea ſecabit rectam AF. Secet in F, & jungatur CF, itemque DF, quæ producatur verſus L. Quoniam igitur differentia quadratorum TA, AD eſt ad quadr. AD ut differentia quadratorum CA, AD ad quadratum DS vel DF; erit, componendo, quadratum TA ad quadr. AD ut differentia quadratorum CA, AD una cum quadrato DF ad quadratum DF. Eſt autem differentia quadratorum CA, AD, hoc eſt, quadr.

CD cum

CD cum duplo rectangulo CDA, addita quadrato DF æqualis quadrato CF. Ergo sicut quadr. TA ad quadr. AD, ita quadr. CF ad quadr. DF. Et linea CF ad DF ut TA ad AD. Est autem ratio TA ad AD ea quæ refractionis. Ergo in triangulo CFD habet latus CF ad FD proportionem refractionis; ac proinde eandem quoque habebit sinus anguli CDF vel ADF, ad sinum anguli FCD. Est autem angulus ADF, quo radius incidens LF inclinatur ad perpendicularem, & angulus FCD, quo ad eandem perpendicularem inclinatur linea FC. Ergo constat radii LF refractionem esse FC. Atque ita ostensum est alicujus radii refractionem quolibet intervallo propius concurrere ad punctum T cum axe AD. Erit igitur propter hæc T punctum concursus quæsitum.

PROPOSITIO V.

Problema 2.

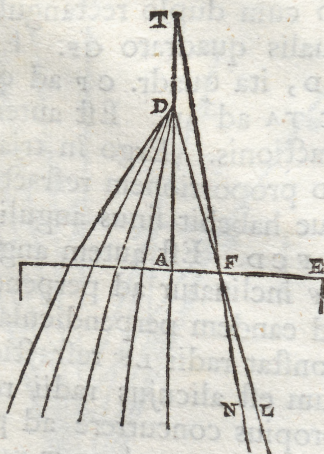
Data diaphani superficie plana, & puncto, a quo venientes radii in illam extrinsecus incidant; invenire punctum dispersus refractorum.

Diaphani superficies plana sit AE & punctum datum D, ex quo radii in diaphanum procedant ut DF. Sit linea DA superficiei AE ad rectos angulos, & producatur, habeatque TA ad AD proportionem refractionis. Dico T fore punctum dispersus quæsitum: Hoc est radiorum ex D procedentium refractiones, sicut FN est radii DF, intra diaphanum ita ferri, quasi venirent ex puncto T.

Producatur enim DF versus L, & jungatur FT. Igitur si superficiem AE, contra quam hîc positum est, terminare imaginemur diaphanum versus D existens,

manifestum est per præced. prop. radiorum ad D tendentium refractiones concurrere ad punctum T: ita ut radii LF refractio futura sit FT. Est autem FD in directum ipsi LF, & FN in directum ipsi TF. Ergo & FN erit hic refractio radii DF †. Itaque radius DF refractus ita fertur quasi ex puncto T manaret, ideoque erit T punctum dispersus quæsitum. Patet autem ejusmodi esse, ut radiorum refractiones retro productæ ultra ipsum T, cum recta AD conveniant.

† Prop. 1.



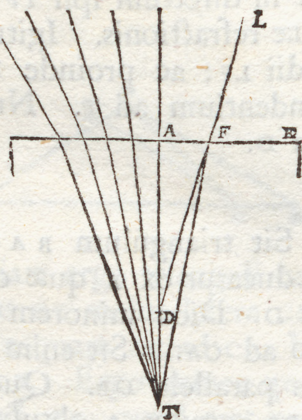
PROPOSITIO VI.

Problema 3.

Data diaphani plana superficie & puncto ex quo manantes radii intrinsecus in eam deferantur; invenire punctum dispersus refractorum.

Sit plana superficies diaphani AE & punctum T datum, ex quo radii ad superficiem AE ferantur ut TF. Sit TA recta ad superficiem AE perpendicularis, eaque dividatur in D, ita ut TA ad DA habeat proportionem refractionis. Dico D fore punctum dispersus quæsitum: ut nempe FL refractio radii TF feratur quasi ex puncto D procederet. Jungatur enim FD. Si igitur LF esset radius incidens in superficiem AE, tendensque ad punctum D, ejus refractio foret FT, ut ex prop. 4. est manifestum; quia nimirum

rum TA ad DA est proportio refractionis. Igitur vicissim radii TF refractio erit FL; hæc enim refractionum lex est, ut supra fuit expositum. Igitur D est punctum dispersus quæsitum. Erit autem ejusmodi ut radiorum refractiones omnes citra D concurrant, hoc est ut concursus earum minus distet a superficie A quam punctum D. Quod facile probari potest ex iis quæ habentur prop. IV.

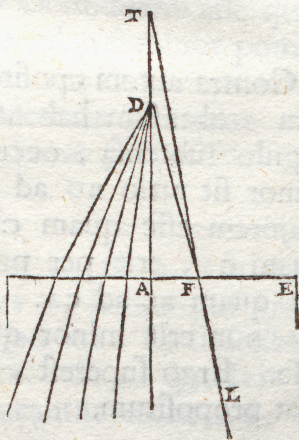


PROPOSITIO VII.

Problema 4.

Data diaphani superficie plana, & puncto extra diaphanum ad quod tendentes radii intrinsecus in superficiem ejus incidant, invenire punctum concursus refractorum.

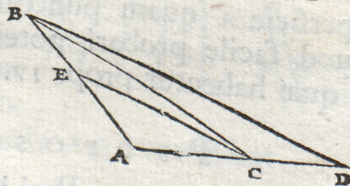
Superficies diaphani plana sit AE & punctum extra datum T, quo tendentes radii ut LF, occurrant superficiei AE intrinsecus. Sit TA superficiei ad angulos rectos, eaque secetur in D, ut TA ad AD sit proportio refractionis. Dico D esse punctum concursus quæsitum. Constat enim ex prop. V. Si DF sit radius incidens, ejus refractionem fore FL, quoniam FL est



est in directum ipsi TF, ratio autem TA ad AD eadem quæ refractionis. Igitur vicissim hic erit FD refractio radii LF: ac proinde D punctum concursus radiorum tendentium ad T. Nullus autem radius concurret ultra D.

Lemma I.

Sit triangulum BAC angulum A obtusum habens, & ducatur ex B quæ occurrat AC, versus C productæ in D. Dico minorem esse rationem BD ad DA quam BC ad CA. Sit enim ducta CE parallela DB. Quoniam ergo angulus A obtusus est; angulus autem BEC æqualis utrisque simul, angulo A & ECA: Erit & BEC angulus obtusus, ideoque in triangulo BEC latus BC majus latere EC. quare minor ratio erit EC ad CA quam BC ad CA. ut autem EC ad CA ita BD ad DA. Ergo minor quoque ratio BD ad DA quam BC ad CA. Quod erat propositum.



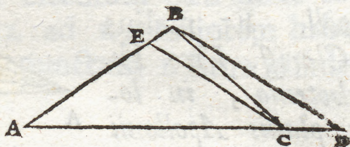
Lemma 2.

Contra autem, posito, ut ante, triangulo BAC, angulum A obtusum habente, si ducatur BD eidem obtuso angulo subtensa, occurrensque rectæ per AC, ita ut minor sit ratio BD ad DA, quam BC ad CA. Dico DA majorem esse quam CA. Si enim DA minor dicatur quam CA, erit per præced. lemma major ratio BD ad DA quam BC ad CA. Ponitur autem minor esse. Ergo DA non erit minor quam CA, sed nec æqualis potest esse. Ergo superest, ut DA sit major quam CA. quod erat propositum.

Lem-

Lemma 3.

Sit triangulum ABC angulum B obtusum habens, & ducatur ex B quæ productæ AC versus C occurrat in D. Dico minorem fore rationem AD ad DB quam AC ad CB.



Sit enim CE parallela DB. Quoniam ergo trianguli CBE obtusus est angulus B, Erit latus CE majus latere CB: ac proinde minor ratio AC ad CE quam AC ad CB. Ut autem AC ad CE ita est AD ad DB. Ergo minor quoque ratio AD ad DB quam AC ad CB. quod erat propositum.

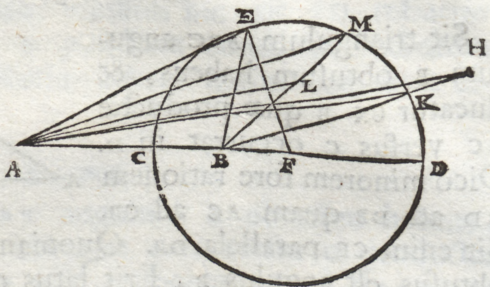
Lemma 4.

Sit denuo triangulum ABC angulo B obtuso, & ducatur BD occurrens rectæ per AC in D, ita ut & angulus ABD existat obtusus, sitque ratio AD ad DB minor ratione AC ad CB. Dico AD majorem esse quam AC. Si enim AD minor dicatur quam AC, sequetur ex lemmate præcedenti, rationem AC ad CB minorem esse quam AD ad DB, hic autem ratio AD ad DB minor ponitur quam AC ad CB. Non est igitur AD minor quam AC. Sed nec æqualis, cum BC, BD diversæ ponantur. Ergo major est AD quam AC, quod erat propositum.

Lemma 5.

Esto linea recta AB divisa in C, ut AC sit major quam CB. Et producatur versus B, habeatque AD ad DB rationem eandem quam AC ad CB: Et describatur circa CD diametrum circulus CED. Si ad quodvis circumferentiæ punctum ut E ducantur rectæ AE, BE.

Dico esse AE ad EB ut AC ad CB. Demonstratum hoc est ab *Eutocio in comm. ad Conica Apoll.* Et melius a *Clariss. Viro Fr. Schotenio, in locis planis Apollonii ab ipso restitutis.* Quod si vero extra descriptum circulum sumatur punctum ut H, ad quod rectæ inflectantur a punctis A, B; Dico AH ad HB minorem rationem habere quam AC ad CB. Ducatur enim AK ad intersectionem circumferentiæ & rectæ BH. Est igitur AK ad KB ut AC ad CB: ideoque AK major quam KB. Quare addita utrique KH, erit AKH ad HB minor ratio quam AK ad KB. Sed HA minor est quam HKA vel ipsi æqualis, si H sumtum fuerit in linea CD versus D prolongata. Ergo & AH ad HB minorem rationem habebit, quam AK ad KB, hoc est, quam AC ad CB. quod erat propositum.



Rursus si intra circulum sumatur punctum ut L, ad quod rectæ inflectantur ex punctis A & B. Dico AL ad LB rationem majorem esse quam AC ad CB. Producta enim BL occurrat circumferentiæ in M. & jungatur AM. Est ergo AM ad MB ut AC ad CB, ideoque AM major quam MB. Sed ALM major est quam AM, vel eidem æqualis, si punctum L sumtum fuerit in linea BD. Ergo ALM quoque major erit quam MB. Quare si utrimque auferatur LM, fiet major ratio reliquæ AL ad reliquam LB quam ALM ad MB. Ratio autem ALM ad MB major est, vel eadem cum ratione AM ad MB. Ergo ratio AL ad LB major utique erit quam AM ad MB, quare constat propositum.

Pa-

Patet autem & conversum utriusque horum. Nempe si AH ad HB minorem rationem habeat quam AC ad CB, punctum H cadere extra circulum CED dicto modo descriptum. Si autem AL ad LB majorem habeat rationem quam AC ad CB, punctum L intra eundem circulum cadere.

PROPOSITIO VIII.

Problema 5.

Data diaphani superficie sphærica convexa, in quam radii paralleli extrinsecus incidant, invenire punctum concursus refractorum.

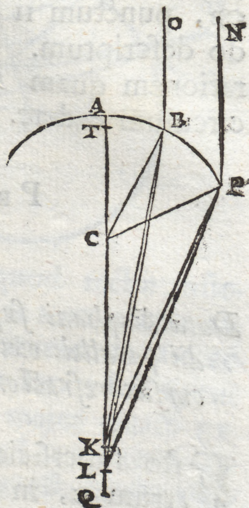
Esto superficies convexa diaphani ABP cujus centrum C, in quam incidant radii ut OB, NP paralleli rectæ AC, quæ per centrum ducta est. Producatur AC usque in Q, ut AQ ad QC habeat rationem eam quæ est refractionis. Dico Q fore punctum concursus quæsitum.

Ac primo quidem demonstrabitur nullius radii refractionem cum producta AC concurrere ultra punctum Q. Sit enim radii OB refractio BL (quæ necessario conveniet cum AC ultra punctum C) & jungatur CB. Quia igitur CB in superficiem AB perpendicularis est, BL autem refractio radii OB, cui radio parallela est CL, habebit BL ad LC rationem eam quæ est refractionis *, hoc est eam, quam AQ ad QC. Sed AL major est quam BL, quoniam illa per centrum circuli AB ducta est. Itaque major ratio AL ad LC quam BL ad LC, hoc est, quam AQ ad QC. Et dividendo, major proinde ratio AC ad CL quam AC ad CQ: ideoque CL minor quam

* Prop. II

quam CQ. Ergo refractio radii OB non concurrit cum AC ultra punctum Q.

Secundo loco ostendetur radiorum axi AC propiorum refractiones propius accedere ad punctum Q quam remotiorum. Sit enim radius OB dictæ AC propior quam radius NP, atque hujus refractio sit PK. Et jungantur KP, KB. Eâdem igitur ratione qua modò, & BL ad LC & PK ad KC habebit proportionem refractionis *. Est autem BK major quam PK. Ergo major ratio BK ad KC quam PK ad KC, hoc est, quam BL ad LC. Angulus autem BCL necessario est obtusus, cui utraque linearum BL, BK subtenditur. Ergo major erit CL quam CK †. Atque ita apparet, refractionem radii OB propius concurrere ad punctum Q quam refractionem radii NP.



* Prop. 11.

† Lem. 2.

Denique ostendemus aliquos radios refractos convenire cum AC ad punctum quolibet dato intervallo minus distans a puncto Q. Sit enim primò quilibet radius parallelus incidens NP, & refractio ejus PK, & sumatur inter K & Q, punctum L dato intervallo propinquius puncto Q. quam autem rationem habet CQ ad QA, eam habeat CL ad LT, & jungatur PL. Quoniam igitur angulus PCL obtusus est, & CL major quam CK, erit minor ratio PL ad LC quam PK ad KC †. Est autem ratio PK ad KC eadem quæ refractionis, quia PK ponitur esse refractio radii NP. Ergo cum ratio PL ad LC sit minor quam PK ad KC, eadem quoque minor erit ratione TL ad LC, nam per constr. est:

† Lem. 1.

est TL ad LC ut AQ ad QC, hoc est, ut PK ad KC. Igitur PE minor quam TL. Sed TL minor est quam AL; est enim CT minor quam CA, quia CL minor quam CQ. Ergo circumferentia descripta centro L radio LT, necesse est ut secet circumferentiam AP inter A & P. Secet ergo in B & ducatur BO parallela AC, & jungantur BL, CB. Quia igitur CB ad superficiem AB perpendicularis est, habetque BL hoc est TL ad LC proportionem refractionis, erit BL refractio radii OB, rectæ AC paralleli. Itaque patet & hujus radii, & omnium qui ab axe AC minus distabunt refractiones concurrere ad puncta dato intervallo minus remota a puncto Q. Et ob hæc quidem erit Q punctum concursus radiorum refractorum, quod invenire oportebat.

PROPOSITIO IX.

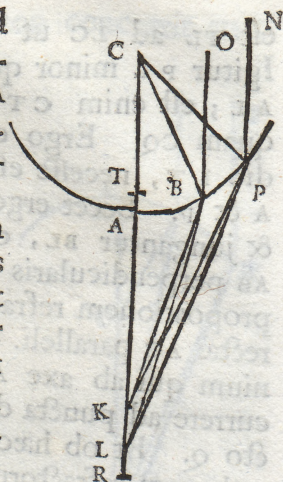
Problema 6.

Data diaphani superficie sphærica convexa cui paralleli radii intrinsecus occurrant, invenire punctum concursus refractorum.

Sit superficies convexa AB, centro C, per quod ducta sit CA radiis incidentibus parallela. Producatur ea ad R, & habeat CR ad RA proportionem refractionis. Dico R esse punctum concursus quæsitum.

Primum ergo demonstrabimus nullius refractionem radii convenire cum producta CA ultra punctum R. Sit enim radii OB ipsi CA paralleli refractio BL, & jungatur BC. Ergo cum CB ad superficiem AB perpendicularis sit, & CL parallela radio OB, habebit CL ad LB proportionem refractionis*, hoc est, eam quam CR ad RA. Sed LA minor est quam LB. Igitur CL ad LA ma-

* Prop. III.



majorem habebit rationem quam ad LB, hoc est, quam CR ad RA: Et dividendo CA ad AL majorem quam CA ad AR. Ergo AL minor quam AR. patetque radii OB refractionem concurrere citra punctum R.

Porro ostendendum est radiorum rectæ CA propinquiorum refractiones propius pervenire ad punctum R. Sit itaque radius OB quam NP propior CA, & refractio radii NP sit PK; & jungantur BK, CP. Habebit igitur CK ad KP refractionis proportionem * æque ac CL ad LB. quia autem KB minor est quam KP, erit major ratio CK ad KB quam CK ad KP, hoc est, quam CL ad LB. Suntque anguli CBL, CBK uterque necessario obtusi. † Ergo major erit CL quam CK, ex quo propositum patet.

* Prop. III.

† Lem. 4.

Denique est ostendendum, alicujus radii refractionem occurrere CA productæ in puncto, quod dato quolibet propius sit puncto R. Sit aliquis e parallelis radiis NP, cujus refractio PK: Et sumatur punctum L inter K & R, dato intervallo propius puncto R, & habeat CL ad LT rationem refractionis, eandem nempe quam CR ad RA. Quia ergo AL minor est quam AR, erit CA ad AL ratio major quam CA ad AR. Et componendo major ratio CL ad LA quam CR ad RA, hoc est quam CL ad LT; quare LT major erit quam LA. Jungatur LP. Itaque quia angulus CPK est obtusus, & ponitur CL major quam CK, erit quoque obtusus angulus CPL: ac proinde major ratio CK ad KP quam CL ad LP †. Ut autem CK ad KP ita est CL ad LT, nam utraque est ratio eadem quæ refractionis. Ergo major ra-

† Lem. 3.

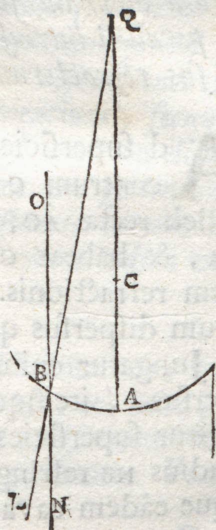
ratio CL ad LT quam CL ad LP, ac proinde LT minor quam LP. Sed eadem LT major est ostensa quam LA. Ergo si centro L, semidiametro LT circumferentia describatur, ea secabit circumferentiam AP inter A & P. Secet in B puncto, & sit BO parallela AC, & jungantur LB, BC. Quia ergo CL ad LT, hoc est, ad LB habet proportionem refractionis, estque CB ad superficiem AB perpendicularis, erit BL refractio radii OB †. Quare ostensum est alicujus radii rectæ CA paralleli refractionem concurrere cum eadem AC producta, in puncto quod dato quolibet intervallo minus absit a puncto R. Atque ob hæc erit R punctum concursus quæsitum.

† Prop. III.

PROPOSITIO X.

Data diaphani superficie sphærica cava in quam radii paralleli extrinsecus incidant, invenire punctum dispersus refractorum.

Sit superficies cava AB ex sphæra cujus centrum C, incidantque in eam radii rectæ CA paralleli ut OB. Producatur AC, & habeat AQ ad QC proportionem eam quæ est refractionis. Dico Q esse punctum dispersus quæsitum: hoc est, radios ita refractione inflecti ut pergant tanquam ex puncto Q promanantes.



Jungatur enim QB & producatur versus L, & radius OB versus N. Itaque sicut superficie AB convexa existente, id est, diaphano ad partem ubi est C collocato, radii NB refractio est

est BQ*: ita hîc ubi diaphanum ad contrariam partem situm est, erit radii OB refractio BL†, quia BO est in directum ipsi NB, & BL ipsi BQ. Sciendum tamen refractionem BL atque omnes alias retro productas non ad ipsum punctum Q concurrere, sed paulo citra, quoniam etiam radii NB in convexam superficiem incidentis refractio citra punctum Q cum axe concurrit*. Verum exiguum discrimen pro nullo hîc habemus, sicut supra jam admonui; quia videlicet illos radios præcipuè respicimus qui proximi sunt axi AC.

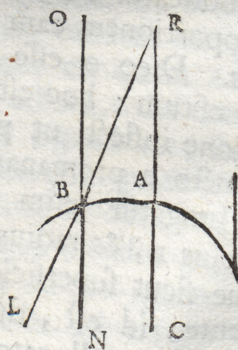
* Prop. VIII.
† Prop. I.
* Prop. VIII.

Manifestum autem est ex propositione hac, radios tendentes ad punctum Q, ut LB, incidentesque intrinsecus in superficiem cavam AB, refractione facta, evadere parallelos axi AC. Nam si radii OB refractio est BL, erit & radii LB refractio BO.

PROPOSITIO XI.

Data diaphani superficie sphærica cava, in quam radii paralleli intrinsecus incidant, invenire punctum dispersus refractorum.

Ad superficiem cavam AB cujus centrum C, accidant radii paralleli rectæ AC, ut OB. Producatur CA, & habeat CR ad RA proportionem refractionis. Dico R esse punctum dispersus quæsitum.



Jungatur enim RB & producatur versus L, itemque OB versus N. Si igitur superficies AB esset convexa, radius NB refringeretur in BR*. Itaque eâdem cava existente, erit quoque

* Prop. IX.

que

que radii OB refractio BL †, quandoquidem OBN, RBL † Prop. 1. sunt lineæ rectæ.

Hinc vero manifestum est radios ad R tendentes ut LB ita refringi ad eandem cavam superficiem AB, ut postea fiant rectæ AC paralleli. Nempe quia BL est refractio radii OB, etiam BO erit refractio radii LB.

DEFINITIO.

Pertinere ad punctum illud radii vel radiorum refractiones dicuntur, ad quod tendunt, vel a quo exeunt, vel ad quod eo modo se habent, ac si inde prodiissent.

PROPOSITIO XII.

Data diaphani sphærica superficie convexa, vel cava, & puncto, ad quod pertinentes radii superficiei dictæ occurrant; si tribus ab illo puncto distantiis quarta proportionalis constituatur in axe, qui per centrum superficiei & punctum ipsum transit; quarum distantiarum prima sit a puncto dato ad illud quo pertinerent refractiones axi parallelorum a contraria parte advenientium; secunda ad superficiem refringentem; tertia ad centrum illius; terminus quartæ distantiæ erit punctum quo pertinebunt radii refracti. Hæc autem quarta distantia in eam dati puncti partem sumenda est, ut vel omnes eodem versus habeantur, vel binæ utrimque.

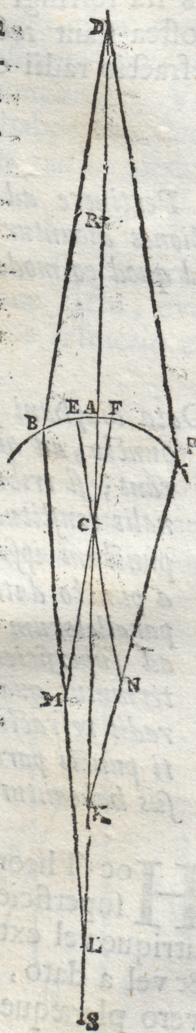
Hoc Theorema in partes octo distribuemus, nam superficies sphærica vel convexa est, vel cava; & utrique vel extrinsecus, vel intrinsecus radii occurrunt; & vel a dato, vel ad datum punctum tendentes. Partes vero pleræque suos casus habebunt.

PARS I.

Cum superficies est convexa, & a puncto venientes radii extrinsecus in eam deferuntur.

Esto diaphani superficies sphærica convexa AB, cujus centrum C, & punctum D a quo venientes radii in illam deferantur ut DB; agatur recta per DC, inque ea signetur punctum R, ita ut CR ad RA habeat proportionem refractionis. Est igitur R punctum concursus radiorum parallelorum a contraria parte venientium *. Punctum autem D aut magis aut minus a convexo distabit quam punctum R; nam si in ipsum R incidit, radii ab illo venientes pro parallelis habentur, ut ex prop. IX. manifestum est; quia nempe, uti diximus, paralleli ex parte C venientes a superficie AB detorquentur ad punctum R. Primò igitur sit punctum D remotius quam R, & quandoquidem DR est prima dictarum distantiarum, DA secunda, DC tertia, fiat ut DR ad DA ita DC ad DS. Dico S fore punctum concursus radiorum ex D procedentium. Nam primùm quidem, nullius radii refractionem cum axe AC ultra punctum S convenire, sic ostendemus. Sit radii cujusvis DB refractio BL, & ducatur CM parallela DB, & producatur versus C quousque occurrat superficiei AB in F. Cum igitur FM per centrum convexi ducta sit parallela radio

* Prop. IX.



dio DB, sitque refractio hujus BM, constat FM minorem fore quam CR †, & CM proinde minorem quam AR. DB autem major est quam DA. Itaque major ratio DB ad CM, hoc est, DL ad LC, quam DA ad AR; ideoque per conversionem rationis minor ratio LD ad DC quam AD ad DR, hoc est, quam SD ad DC *. Ergo DL minor erit quam DS. Patet igitur radii DB refractionem BL convenire cum axe AC citra punctum S, ac proinde reliquorum quoque omnium.

† Prop. II.

* Ex hyp.

Deinceps demonstrabimus radios eos qui minus distant ab axe AC, refractos propius accedere ad punctum S. Esto radius DP remotior quam DB, & refractio illius sit PK. Ducatur CN parallela DP, & occurrat superficiei in E. Angulus itaque ADP, hoc est ACE major est quam ADB sive ACF; sed & circumferentiæ pars AP major est quam AB; itaque arcus EP major omnino erit arcu FB. Quare constat concursum radii DP refracti cum recta ECN propiorem esse centro C quam concursum radii DB refracti cum recta FM *. Ergo CN minor quam CM. Sed DP major est quam DB. Ergo major ratio DP ad CN, hoc est, DK ad KC quam DB ad CM, hoc est, quam DL ad LC. Et dividendo, major DC ad CK, quam DC ad CL. Ergo CK minor quam CL, quod ostendere oportebat.

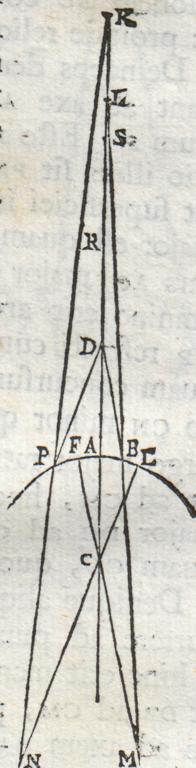
* Prop. VIII.

Denique aliquos radios refractos cum axe AC concurrere ad puncta quolibet intervallo propiora puncto S hinc erit manifestum. Etenim quia DL est ad LC ut DB ad CM, potestque fieri appropinquando radium DB ad axem DAC ut differentia inter DB & DA sit qualibet data minor, ut & ea quæ est inter CM & AR; nam excessus AR super CM eo minor erit quo minor fuerit arcus BF; apparet fieri posse ut ratio DB ad CM, hoc est DL ad LC quam libet proxime eadem evadat

 quæ

quæ DA ad AR; ac proinde per conversionem rationis, ratio LD ad DC quamlibet proxime eadem quæ AD ad DR, hoc est, quæ SD ad DC. Atque ita DL proxime æqualis DS. hoc est, ut punctum L ubi radius DB convenit cum axe AC quamlibet propinquum fiat puncto S. Propter hæc igitur erit S punctum concursus radiorum ex D manantium.

Esto autem nunc punctum D inter A & R datum; & fiat rursus ut DR ad DA ita DC ad DS; accipiatur autem DS non versus C sed versus R. Dico radios ex puncto D in superficiem AB incidentes post refractionem ita inflecti quasi venirent ex puncto S, sive S fore punctum dispersus radiorum refractorum.



Etenim primo ostendemus omnes dictas refractiones retro productas concurrere longius ab A quam sit punctum S. Sit radius incidens DB, ejusque refractio BM, quæ producta retro recurrat axi AC in L. oportet autem DB minorem esse duabus tertiis DC, ut refractio BM retro producta conveniat cum axe AC, nam alioqui vel parallela illi fieret, vel occurreret prorsum producta; ut manifestum est ex demonstratis prop. IX. Ducta igitur CM parallela DB, erit rursus, sicut in casu præcedenti, CM minor quam AR; at DB major quam DA; ideoque major ratio DB ad CM, hoc est, DL ad LC, quam DA ad AR; Et invertendo minor CL ad LD quam RA ad AD; & dividendo minor CD ad DL quam RD ad DA, hoc est, quam CD ad DS. Quare DL ma-

major quam DS. ideoque occursus L ulterius distat ab A quam punctum S. Sumto autem puncto D valde propinquo ipsi R posset fieri DB major quam CM, & sic refractio radiorum quorundam ab axe remotiorum concurrere simul cum axe ultra punctum C.

Porro quod radiorum axi AC propiorum refractiones retro productæ propius concurrant ad punctum S, demonstratur quemadmodum in casu præcedenti; nisi quod hîc, ubi ostenderimus majorem esse rationem DK ad KC quam DL ad LC, inde sequatur, invertendo & dividendo, rationem CD ad DK minorem esse quam CD ad DL, unde DK major quam DL.

Denique aliquorum radiorum refractiones quolibet intervallo propius concurrere ad punctum S eodem quoque modo ostenditur atque in casu priori. Erit igitur S punctum dispersus radiorum ex D promanantium.

PARS II.

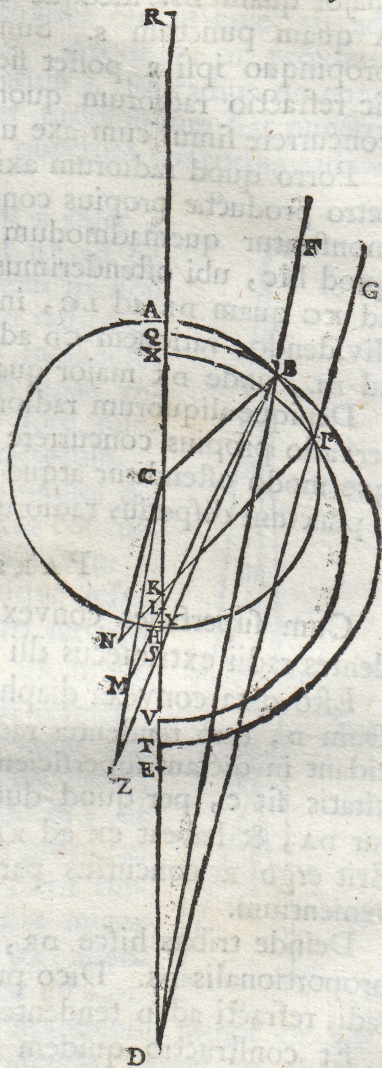
Cum superficies convexa est, & ad punctum tendentes radii extrinsecus illi occurrunt.

Esto data convexa diaphani superficies AB, & punctum D, quo tendentes radii ut FB, GP, exterius incidant in dictam superficiem. Centrum autem convexitatis sit C, per quod ducta sit recta DCA. Producatur DA, & habeat CR ad RA proportionem refractionis. Erit ergo R concursus parallelorum a contraria parte venientium.

Deinde tribus hisce DR, DA, DC, inveniatur quarta proportionalis DS. Dico punctum S esse quo pertinent radii refracti ad D tendentes.

Et constructio quidem universalis est ad omnes casus pertinens; in demonstratione autem triplex spectanda est differentia. Nam DC ad radium CH vel majorem

rem rationem habet, quam sit refractionis ratio, vel minorem, vel eandem. Atque hoc ultimo casu animadversione dignum est radios omnes perfectè coire ad punctum unum S. Ut jam olim adverteram cum ovalem quandam ex iis quas Cartesius excogitaverat ad colligendos radios uno casu circulum fieri admonui; quod suis in Cartesii geometriam commentariis Franc. Schotenius inseruit.



Ut autem tres quos dixi casus ordine persequamur: sit primo punctum D ita positum, ut major sit ratio DC ad CH, ratione refractionis, hoc est, quam CR habet ad RA. Sitque S punctum repertum eo modo quo diximus. Radius autem quilibet ut FB tendens ad punctum D, refractus conveniat cum axe AC in L. Ostendam igitur primo punctum L cadere citra S. Jungatur BS, & producatur, ut & BL, & occurrat utraque rectæ CMZ radio FBD parallelæ, nempe BS in Z, BL in M. Sicut autem DA ad AS ita sit DE ad ES. Quia

Quia ergo ratio DC ad CH sive ad CA major ponitur quam CR ad RA; & permutando major erit DC ad CR quam CA ad AR. Et componendo DR ad RC major quam CR ad RA. Quare reliquæ DC ad reliquam AC major ratio quam DR ad RC *. Ut autem DR ad RC ita est DA ad AS. nam quia ut DR ad DA ita DC ad DS, erit permutando & per conversionem rationis DR ad RC ut DA ad AS. Itaque ratio DC ad CA major quoque quam DA ad AS. Ut autem DA ad AS ita DE ad ES, ideoque duæ simul DA, DE ad duas AS, SE, hoc est ad AE, ut DA ad AS. Igitur major ratio DC ad CA, sive ad CH, quam ADE ad AE: Et dividendo major ratio DH ad HC quam duplæ DE ad EA. Et sumtis consequentium duplis, major DH ad HA, quam duplæ DE ad duplam EA, hoc est, quam DE ad EA. Itaque punctum E cadit extra circulum ABH; ideoque si circa EA diametrum circulus describatur, is intra se complectetur punctum B. Est autem DE ad ES ut DA ad AS. Itaque major erit ratio DB ad BS quam DA ad AS †. Ut autem DB ad BS ita est CZ ad ZS, & ut DA ad AS ita DR ad RC, fuit enim hoc antea ostensum. Major itaque erit ratio CZ ad ZS quam DR ad RC. Componitur autem ratio DR ad RC ex rationibus DR ad RA & RA ad RC, quarum DR ad RA est eadem quæ DC ad CS, quia fecimus ut DR ad DA ita DC ad DS. Ergo ratio CZ ad ZS major quam quæ componitur ex rationibus DC ad CS & RA ad RC. Ratio autem CZ ad ZS eadem est compositæ ex rationibus CZ ad ZB & ZB ad ZS. Ergo quæ ex duabus hisce componitur ratio major erit composita ex rationibus DC ad CS & RA ad RC. quare ablatis utrinque rationibus æqualibus, hinc DC ad CS, inde BZ ad ZS, major adhuc erit ratio CZ ad ZB quam RA ad RC. Et invertendo ratio BZ ad ZC minor quam CR ad

* 33. V. Elem.

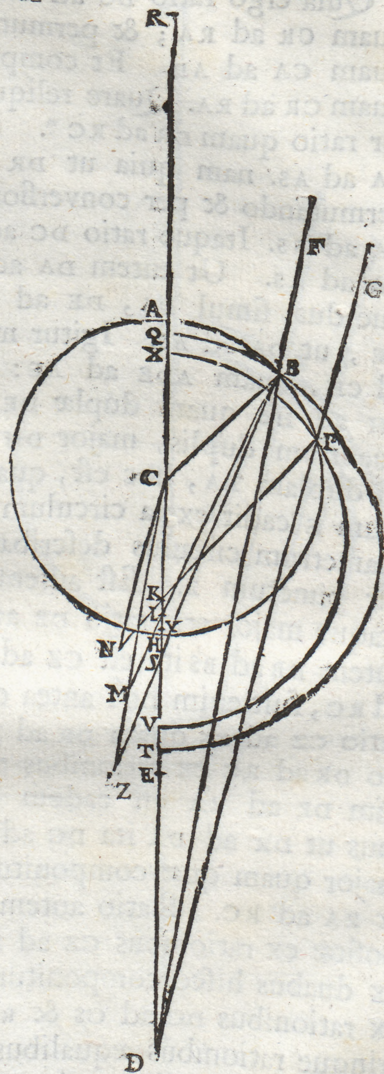
† Lem. 5.

RA.

RA. Sicut autem CR ad RA, quæ est ratio refractionis, ita est BM ad MC *, quoniam BM est refractio radii FB, cui parallela ducta est CM. Igitur minor est ratio BZ ad ZC quam BM ad MC. Angulus autem BCZ, quoniam æqualis est angulo FBC, necessario est obtusus; eique utraque linearum BM, BZ subtensa est. Ergo CM minor erit quam CZ †, & angulus proinde CBM minor angulo CBZ. Quare & CL minor quam CS. Itaque apparet omnium radiorum ad D tendentium refractiones cum axe AC convenire citra punctum S.

* Prop. 11.

† Lem. 2.



Nunc porro ostendemus refractiones radiorum axi AC propinquiorum concurrere propius ad punctum S, idque ad intervallum minus quolibet dato. Sit enim radius aliquis GP tendens ad D, inque superficiem AB incidens, qui refringatur in PK. Est igitur concursus K inter C & S ex jam demonstratis. Porro inter K & S quodvis punctum sumatur L: & dividatur DL in T, ut DT ad TL ha-

habeat rationem eam quam rectangulum DC, AR ad rectangulum LC, CR; quæ quidem erit majoris ad minus. Major enim est ratio DC ad CL quam DC ad CS, hoc est, quam DR ad RA (nam has easdem esse supra ostensum est) ideoque multo major ratio DC ad CL quam CR ad RA, ac proinde rectangulum DC, AR majus rectangulo CL, CR. Quoniam igitur ratio DT ad TL est majoris ad minus, potest in linea DL continuata versus L, sumi punctum Q, ita ut DQ ad QL habeat eandem rationem quam DT ad TL. Esto itaque inventum, sitque ad diametrum QT descripta circuli circumferentia. Ea secabit circumferentiam AP inter A & P, ut postea demonstrabitur. Secet ergo in B, & ducatur recta DBF, & jungatur BL, eaque producatur, & occurrat rectæ CM, quæ ducenda est ipsi DBF æquidistans. Quoniam igitur punctum B est ad circuli circumferentiam cujus diameter TQ, estque DT ad TL ut DQ ad QL; erit ratio DB ad BL eadem quæ DT ad TL *, hoc est, quæ rectanguli DC, AR ad rectangulum LC, CR. Ratio autem DB ad BL, hoc est, CM ad ML componitur ex ratione CM ad MB & MB ad ML, hoc est, & DC ad CL. Rectangulum vero DC, AR ad rectangulum LC, CR compositam habet rationem ex DC ad CL & AR ad RC. Ergo eadem est ratio quæ componitur ex rationibus CM ad MB & DC ad CL, compositæ ex rationibus DC ad CL & AR ad RC. Quare ablata communi ratione DC ad CL, erit eadem ratio CM ad MB quæ AR ad RC, & invertendo BM ad MC eadem quæ CR ad RA, quæ est ratio refractionis. Ergo cum CM sit parallela radio FB, erit BLM ejusdem radii refractio. Sumtum autem fuit punctum L pro arbitrio inter K & S. Itaque constat alicujus radii refractionem quolibet dato intervallo propius accedere ad pun-

* Lem. 5.

E ctum

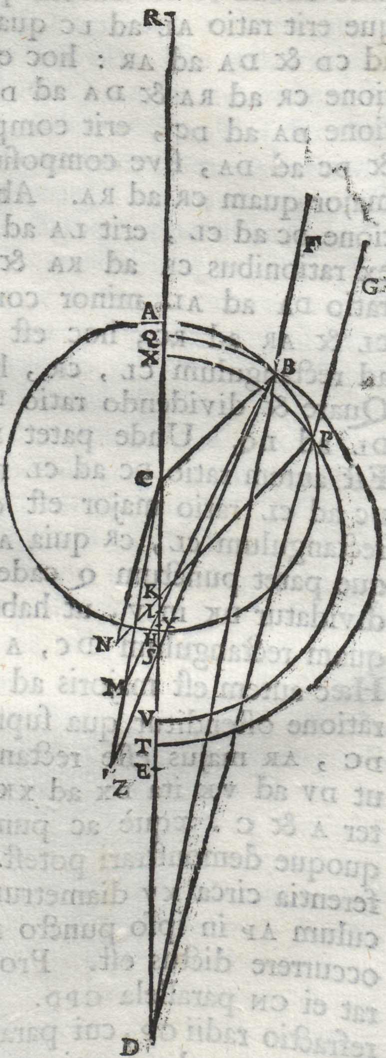
ctum S, in linea CS. Sed & ostensum est, radium cujus refractio pervenit ad punctum L, propiorem esse axi AC, quam cujus refractio ad punctum K concurrit. Ergo constat eas refractiones, quæ propius conveniunt ad punctum S, pertinere ad radios axi AC propiores. Cujus conversum quoque verum esse liquet, nimirum radiorum axi AC propinquiorum refractiones propius concurrere ad punctum S. Ergo ob hæc erit S punctum concursus radiorum ex D venientium.

Quod autem dictum est circumferentiam circa QT diametrum descriptam secare circulum APH inter A & P, sic ostendetur. Primò quia CS major quam CL, erit major ratio AC ad CL quam AC ad CS, & componendo, major AL ad LC quam AS ad SC. Ratio autem AS ad SC componitur ex rationibus AS ad SD & SD ad SC; quarum AS ad SD eadem est quæ RC ad CD. quia ex constr. est DR ad DC ut DA ad DS. Item ratio

ratio SD ad SC eſt eadem quæ DA ad AR. Major itaque erit ratio AL ad LC quam compoſita ex ratione RC ad CD & DA ad AR: hoc eſt, quam compoſita ex ratione CR ad RA & DA ad DC. quare ablata utrinque ratione DA ad DC, erit compoſita ex ratione AL ad LC & DC ad DA, ſive compoſita ex LA ad AD & DC ad CL major quam CR ad RA. Ablataque rurſus utrinque ratione DC ad CL, erit LA ad AD major quam compoſita ex rationibus CR ad RA & LC ad CD. Et invertendo ratio DA ad AL minor compoſitâ ex rationibus DC ad CL & AR ad RC; hoc eſt, ratione rectanguli DC, AR ad rectangulum CL, CR, hoc eſt, ratione DQ ad QL. Quare & dividendo ratio DL ad LA minor erit ratione DL ad LQ. Unde patet LQ minorem eſſe quam LA. Eſt autem ratio DC ad CL major quam DQ ad QL, nam DC ad CL ratio major eſt quam rectanguli DC, AR ad rectangulum CL, CR quia AR minor eſt quam CR. Itaque patet punctum Q cadere inter A & C. Jam porro dividatur DK in V, ut habeat DV ad VK rationem eam quam rectangulum DC, AR ad rectangulum KC, CR. Hæc autem eſt majoris ad minus, ſiquidem hoc eadem ratione oſtenditur, qua ſupra oſtenſum fuit rectangulum DC, AR majus eſſe rectangulo LC, CR. Deinde fiat ut DV ad VK ita DX ad XK, cadetque punctum X inter A & C, æquè ac punctum Q, nam hoc ſimiliter quoque demonſtrari poteſt. Sit autem circuli circumferentia circa XV diametrum deſcripta. Ea ſecabit circulum AP in ipſo puncto P ubi radius GP convexo AB occurrere dictus eſt. Producatur enim PK, & occurrat ei CN parallela GPD. Ergo quia PK poſita eſt eſſe refractio radii GP, cui parallela ex centro ducta eſt CN; habebit PN ad NC rationem refractionis. Eſt igitur CN ad NP ut AR ad RC. Unde ſic porro argumentabimur.

Ratio CN ad NK componitur ex rationibus CN ad NP & NP ad NK, hoc est, & DC ad CK; igitur ratio CN ad NK, hoc est, DP ad PK componitur ex rationibus AR ad RC & DC ad CK, ex quibus componitur quoque ratio rectanguli AR, DC ad rectangulum RC, CK. Igitur DP ad PK erit ut rectangulum AR, DC ad rectangulum RC, CK; ac proinde etiam sicut DV ad VK, nec non ut DX ad XK. Quare circumferentia cujus diameter XV, transibit per punctum P*, ut dicebamus. Jam quia ratio DT ad TL est eadem quæ rectanguli AR, DC ad rectangulum RC, CL; ratio vero DV ad VK eadem quæ rectanguli AR, DC ad rectangulum RC, CK; minor erit ratio DT ad TL quam DV ad VK, quia rectang. RC, CL majus est rectangulo RC, CK. Itaque multo minor ratio DT ad TK quam DV ad VK; nam DK major est posita quam DL. Apparet igitur punctum T cadere inter D & V.

* Lem. 5.



Punctum vero Q dico cadere

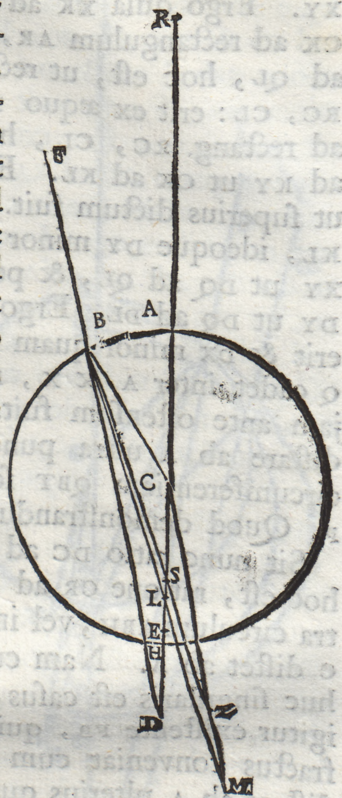
dere inter A & X. Sit enim ut DQ ad QL ita DX ad XY. Ergo quia XK ad XD per constr. ut rectang. RC, CK ad rectangulum AR, DC; DX autem ad XY ut DQ ad QL, hoc est, ut rectang. AR, DC ad rectangulum RC, CL: erit ex æquo XK ad XY ut rectang. RC, CK ad rectang. RC, CL, hoc est, ut CK ad CL. Et XK ad KY ut CK ad KL. Est autem XK major quam CK, ut superius dictum fuit. Ergo KY major quoque quam KL, ideoque DY minor quam DL. Erat autem DX ad XY ut DQ ad QL, & per conversionem rationis DX ad DY ut DQ ad DL. Ergo quum DY sit minor quam DL, erit & DX minor quam DQ. Unde necessario punctum Q cadet inter A & X, nam quod inter A & C cadat jam ante ostensum fuit. Sed punctum T ostendimus distare ab A ultra punctum V. Ergo manifestum est circumferentiam QBT secare circulum APH inter A & P. Quod demonstrandum supererat.

Sit nunc ratio DC ad CH minor ratione refractionis, hoc est, ratione CR ad RA. Sitque punctum D vel extra circulum ABH, vel intra, ita tamen ut ultra centrum C distet ab A. Nam cum inter A & C positum est adhuc singularis est casus, quem mox videbimus. Radio igitur existente FB, qui tendat ad punctum D, & refractus conveniat cum axe AC in puncto L: Dico L distare ab A ulterius quam punctum S. Jungatur enim BS, & ducatur CM parallela FD, quæ occurrat productis BS, BL in Z & M; Et sicut DA ad AS ita sit DE ad ES. Si igitur punctum D intra circulum ABH ponatur, cadet necessariò & E intra eundem. Si vero D extra dictum circulum ponatur, tamen E punctum intra circulum cadere sic ostenditur.

Quia enim minor ratio DC ad CH, vel DC ad CA quam CR ad RA, permutando quoque minor erit DC

 ad

ad CR quam CA ad AR, & componendo, minor DR ad RC quam CR ad RA; quare reliquæ DC ad reliquam CA minor erit ratio quam DR ad RC, hoc est, quam DA ad AS, namque has easdem esse, sicut in casu præcedenti, ostenditur. Ut autem DA ad AS ita est DE ad ES ex constr. ideoque & duæ simul AD, DE ad duas simul AS, SE, hoc est, ad AE, ut DA ad AS. Igitur minor ratio DC ad CA, vel DC ad CH, quam ADE ad AE: Et dividendo minor ratio DH ad HC quam duplæ DE ad EA. Sumtisque consequentium duplis, minor DH ad HA quam duplæ DE ad duplam EA, hoc est, quam DE ad EA. Ergo punctum E cadet intra circulum ABH.



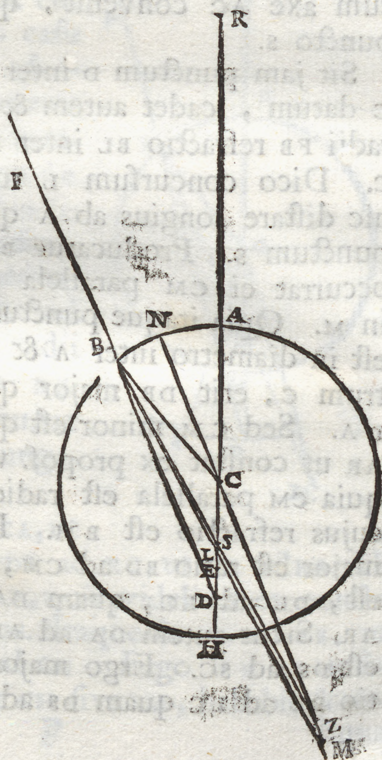
Jam utroque casu sic porro argumentabimur. Quoniam E cadit inter A, H, si circa AE diametrum circulus describatur, extra eum erit punctum B. Est autem ut DA ad AS ita DE ad ES. Ergo erit DB ad BS minor ratio quam DA ad AS *. Ut autem DB ad BS ita est CZ ad ZS: & ut DA ad AS ita DR ad RC. Ergo minor est ratio CZ ad ZS quam DR ad RC. Ratio autem DR ad RC componitur ex rationibus DR ad RA & RA ad RC, quarum DR ad RA est eadem quæ DC ad CS, quia ut DR ad DA ita DC ad DS ex constr. Ergo ratio CZ ad ZS minor erit

* Lem. 5.

rit compositâ ex rationibus DC ad CS & RA ad RC. Ratio autem CZ ad ZS eadem est compositæ ex rationibus CZ ad ZB & ZB ad ZS. Itaque ablatis utrinque rationibus æqualibus, hinc BZ ad ZS, inde DC ad CS, minor quoque erit reliqua ratio CZ ad ZB quam RA ad RC: Et invertendo, major BZ ad ZC quam CR ad RA. Sicut autem CR ad RA quæ est ratio refractionis ita est BM ad MC *, quoniam BLM est refractio radii FB, cui parallela ducta est CM. Igitur major est ratio BZ ad ZC quam BM ad MC. Angulus autem BCM, cui utraque BM, BZ subtenditur, necessario est obtusus, quippe æqualis angulo FBC. Ergo CZ minor erit quam CM †, atque angulus proinde CBM major angulo CBZ. Quare & CL major quam CS; quod erat probandum.

* Prop. VIII.

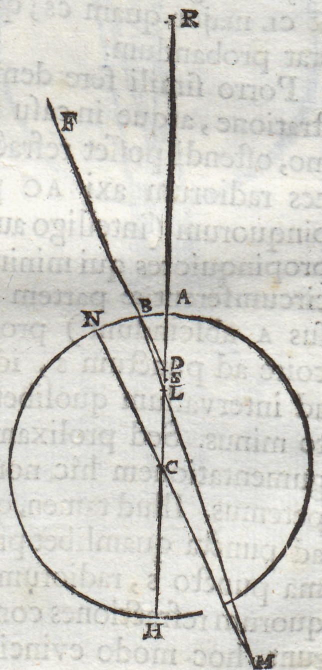
† Lem. 2.



Porro simili fere demonstratione, atque in casu primo, ostendi posset refractiones radiorum axi AC propinquorum (intelligo autem propinquiores qui minimam circumferentiæ partem versus A abscindunt) propius coire ad punctum S, idque ad intervallum quolibet dato minus. Sed prolixam argumentationem hîc non repetemus. Illud tamen, quod ad puncta quamlibet proxima puncto S, radiorum aliquorum refractiones concurrunt, hoc modo evinci potest.

test. Producta MC occurrat circumferentiæ in N. Quoniam ergo propter triangula similia LDB, LCM, sicut DB ad CM, ita DL ad LC; potestque fieri appropinquando radium FB ad axem AC, ut differentia longitudinis linearum DB, DA evadat qualibet data minor, ut & ea quæ est inter CM & AR; (hæc enim differentia eo minor erit quo minor continget arcus BN, ut patet ex prop. VIII. quia nempe ratio BM ad MC est eadem quæ CR ad RA.) apparet hinc fieri posse ut ratio DB ad CM, hoc est, DL ad LC, quamlibet prope eadem efficiatur quæ DA ad AR, hoc est, quæ DS ad SC. atque sic punctum L, quo nempe radius FB refractus cum axe AC convenit, quamlibet propinquum fiat puncto S.

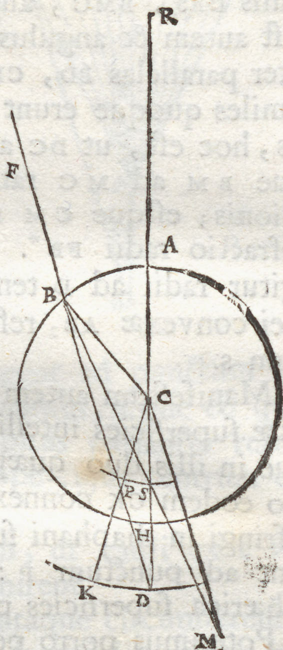
Sit jam punctum D inter A & C datum, cadet autem & hîc radii FB refractio BL inter D & C. Dico concursum L rursus hic distare longius ab A quam punctum S. Producatur BL & occurrat ei CM parallela FBD in M. Quia itaque punctum D est in diametro inter A & centrum C, erit DB major quam DA. Sed CM minor est quam AR ut constat ex propos. VIII. quia CM parallela est radio FB cujus refractio est BM. Ergo major est ratio BD ad CM, hoc est, DL ad LC, quam DA ad AR. Sicut autem DA ad AR ita est DS ad SC. Ergo major ratio DL ad LC quam DS ad SC; &



& componendo, major DC ad CL quam DC ad CS. Ergo CL minor quam CS. Unde liquet punctum L ulterius quam S distare ab A.

Porro autem, eodem modo quo in casu præcedenti, ostenditur hic quoque radiorum aliquorum refractiones propius concurrere ad punctum S, qualibet data distantia. Erit igitur & hic S punctum concursus radiorum ad D tendentium.

Ultimus casus demonstrandus restat, cum punctum D extra sphæram ABH sic collocatum est, ut DC ad CH habeat rationem eandem, quam CR ad RA, hoc est, rationem refractionis. Quo casu diximus omnium radiorum ad D tendentium refractiones accurate colligi in puncto S: quod nempe invenitur faciendo ut sicut DR ad RA ita sit DC ad DS. Puncto igitur D sicut dictum est posito, sit quilibet radius illuc tendens FBD & ab occursu B ducatur ad punctum S recta BS. Dico radii FB refractionem esse ipsam BS. Producatur enim BS & occurrat ei CM parallela FBD, & jungatur BC.



Quia igitur DC ad CH sive CA, ut CR ad RA, erit quoque tota DR ad RC, ut CR ad RA. Ut autem DR ad RC ita est DA ad AS, quia videlicet ex constr. est, ut DR ad DA ita DC ad DS. Itaque & DA ad AS, ut CR ad RA, hoc est, ut DC ad CH. Ergo si a DA auferatur DC & ab AS, auferatur CH sive CA, habebit & reliqua

 reliqua

liqua CA, seu CH, ad reliquam CS eandem rationem quam DC ad CH. Est autem CB æqualis CH. Ergo & BC ad CS ut DC ad CB, ideoque trianguli DCB, BCS similes, quoniam & angulum ad C communem habent qui a lateribus proportionalibus comprehenditur. Igitur & latus illius reliquum DB erit ad hujus trianguli latus reliquum BS, ut DC ad CB sive CH, & angulus SBC erit æqualis angulo BDC. Hinc jam igitur in triangulis DBS, BMC, angulus MBC æquabitur angulo BDS. Est autem & angulus BMC æqualis angulo DBS, propter parallelas BD, CM. Igitur dicti trianguli DBS, BMC similes quoque erunt, ac proinde BM ad MC ut DB ad BS, hoc est, ut DC ad CH, hoc est, ut CR ad RA. Itaque BM ad MC rationem eam habet quæ est refractionis; estque CM radio FB parallela. Ergo BSM est refractio radii FB*. quod erat ostendendum. Omnes igitur radii ad D tendentes atque occurrentes superficiei convexæ AB, refracti concurrent ad punctum unicum S.

*Prop. II.

Manifestum autem est, si circa centrum C duæ sphæricæ superficies intelligantur semidiametris CD, CS; atque in illis duo quæpiam puncta sumantur K, P, radio eodem CK connexa, omnes radios ad K tendentes refringi in diaphani superficie ABH, ut exactè concurrant ad punctum P: quod quidem nulla alia quam sphærica superficies præstare queat.

Poterimus porro per hæc, cum & refractionem vitri penitus cognitam habeamus, sitque sphærica superficies expolitu facilis, lentes conficere quæ radios ad datum punctum tendentes ad datum aliud punctum concurrere faciant. Item quæ venientes ex dato puncto ita inflectant quasi ex alio puncto dato promanent. Dentur enim puncta A, B, oporteatque efficere ut radii

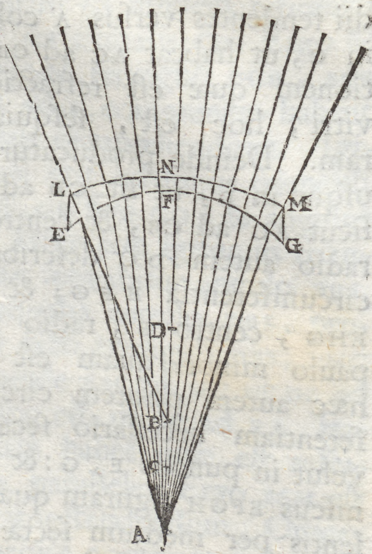
dii tendentes versus A colligantur in B. Dividatur AB in C, ut habeat AC ad CB rationem quæ est refractionis vitri, hoc est, sesquialteram. Deinde producatur AB usque in D, ut sit CD ad DB sicut AC ad CB, & centro D radio autem DC describatur circumferentia EFG; & alia EHG, centro B, radio BH, paulo minori quam est BF. hæc autem priorem circumferentiam necessariò secabit, velut in punctis E, G: & meniscus EFGH figuram quæsitæ lentis per medium sectæ exhibebit. Radii enim tendentes ad A & in superficiem EFG incidentes ibique refracti vergent ad punctum B; secundum ea quæ modo ostensa fuerunt, atque eò quidem pervenient cum nullam amplius patiantur refractionem in superficie EHG, quippe cujus centrum est ipsum B punctum.

Eadem vero lens efficiet etiam, ut radii ex B venientes inflectantur quasi ex A venirent.

Similiter datis punctis A, B inventaque circumferentia EFG sicuti diximus, si centro B, intervallo autem BN paulo major quam BF, alia circumferentia describatur LNM; figura ELNMGF sectionem alterius lentis referet, quæ efficiet ut radii tendentes ad punctum B dirigantur versus A. Si enim convexa existens vitri superficies EFG radios ad A tendentes deflectere facit ad B, necesse est ut eadem superficies cava existens ut hîc,

 ra-

radios ad B tendentes mittat versus A: ut facile colligere est ex propos. I. Superficies autem LNM nulla refractione hîc radios inflexit ad B tendentes, quoniam hoc centrum habet.



Eadem vero lens cava radios ex A venientes ita franget ut videantur procedere ex puncto B.

PARS III.

Cum convexa est superficies, & a puncto egredientes radii intrinsecus illi occurrunt.

Sit convexa diaphani superficies AB & punctum S, ex quo in illam perveniant radii ut SB, qui quidem egredientes diaphanum refringentur, nisi S sit idem cum convexi centro C. Est autem præterea quoque duplex casus: Junctâ enim SC, eademque productâ, ac circumferentiam AB secante in A, si fecerimus ut AQ ad QC habeat rationem quæ est refractionis, erit punctum S vel propius puncto A quam punctum Q, vel ulterius remotum. Nam si convenit cum puncto Q, perspicuum est ex propos. I. & VIII. radios post refractionem non concurrere ad punctum aliquod, sed pro parallelis haberi: est enim Q punctum concursus radiorum parallelorum extrinsecus in superficiem AB incidentium.

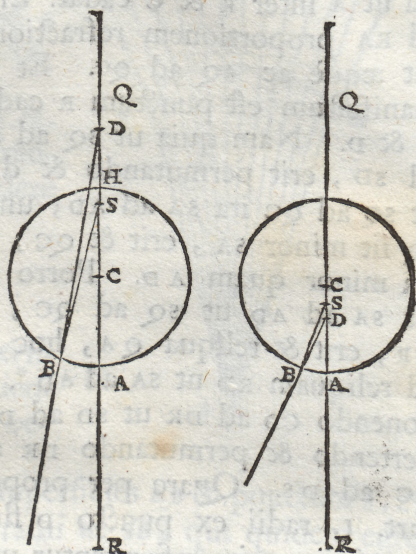
Sit igitur primo punctum S ulterius distans ab A quam punctum Q. Et fiat ut SQ ad SA ita SC ad SD.

Dico D fore punctum concursus radiorum refractorum qui a puncto S procedunt ad superficiem AB. Ponatur enim AR æqualis CQ, ita ut A inter R & C cadat. Ergo & CR ad RA proportionem refractionis habebit æquè ac AQ ad QC. Et præterea manifestum est punctum R cadere inter A & D. Nam quia ut SQ ad SA ita SC ad SD, erit permutando & dividendo ut SQ ad QC ita SA ad AD; unde, cum SQ sit minor SA, erit & QC, hoc est, AR minor quam AD. Porro quoniam est SA ad AD ut SQ ad QC, hoc est, AR, erit & reliqua QA, hoc est, CR ad reliquam RD ut SA ad AD *. Et componendo CD ad DR ut SD ad DA, & invertendo & permutando DR ad DA ut DC ad DS. Quare per propos. hujus part. I. radii ex puncto D fluentes in superficie AB ita refringentur ut tendant ad S. ideoque & vice versa, qui veniunt ab S puncto, ad eandem superficiem ita refringentur ut tendant ad D. Igitur D erit punctum concursus quæsitum. Ea nempe ratione qua punctum S in propositionibus antecedentibus. Etenim non perfectè ad D radii hic concurrent sed omnes citra; quod sic ostenditur. Radius quilibet ex D veniens ut DB atque a superficie AB refractus, convenit cum recta DC citra punctum S *, velut in P. Quare & vicissim radii PB refractio erit BD; Ideoque radii SB refractio puta BN, concurret citra punctum D. quin cum ad idem superficiei

* 19. V.

* p. I. Prop. hujus.

ciei punctum tendant radii PB, SB, necesse est ut post refractionem fiat intersectio, ut facilè colligitur ex prima refractionum proprietate.



Sit nunc punctum S datum, ut minus distet ab A quam punctum Q. Erit autem vel inter Q & C vel inter C & A. nam cum in C incidit nullam fieri refractionem jam diximus. Sit primo inter Q & C punctum S; & fiat rursus ut SQ ad SA ita SC ad SD quæ sumatur in partem a centro C aversam. Dico D fore punctum dispersus radiorum refractorum qui ab S puncto egrediuntur. Sumatur enim, ut ante, AR æqualis CQ. Erit ergo & CR ad RA proportio refractionis, eadem nempe quæ AQ ad QC. Et quoniam SQ ad SA ut SC ad SD, erit & componendo QA, hoc est, RC ad AS ut CD ad DS. quare & utraque simul RC, CD hoc est, DR ad utramque simul AS, DS, hoc est, ad DA ut DC ad DS. Ergo radiorum ad D tendentium & in convexa superficie AB refractorum punctum concursus erit S*. Quare & vicissim radiorum ex puncto S in superficiem eandem AB, sed intrinsecus incidentium, punctum dispersus erit D. Erit autem D punctum dispersus accuratè uno casu, cum nempe ratio AC ad CS erit eadem quæ AQ ad QC, sive quæ refractionis. Si enim ut AQ ad QC ita AC ad CS;

* Prop. hujus p. 2.

CS; auferendo AC ab AQ & CS ab QC erit & reliquæ CQ ad reliquam QS eadem ratio quæ AQ ad QC. Quia porro QA ad AS ut CD ad DS, uti antea ostensum est, erit & per conversionem rationis AQ ad QS ut DC ad CS. Sed CS ad CA ut CQ ad AQ; ergo erit ex æquo in proportione perturbata DC ad CA sive CH ut CQ ad QS, hoc est, ut AQ ad QC, quæ est proportio refractionis. Cum autem DC ad CH habet proportionem refractionis, estque DR ad DA ut DC ad DS, ut hic esse ostendimus, constat radios omnes ad punctum D tendentes, atque ad superficiem convexam AB refractos, colligi exactè ad punctum S. Ergo & vicissim qui veniunt ex puncto S, ad eandem superficiem ita refringentur, ut a puncto D procedere videantur. Quod si vero minor ratio fuerit AC ad CS quam AQ ad QC, omnium radiorum ex S venientium refractiones retro productæ ultra punctum D concurrent cum axe AC; si autem ratio AC ad CS major fuerit quam AQ ad QC, eædem omnes citra punctum D concurrent, ut ex propos. hujus parte 11 facile colligitur.

Casus denique is quo punctum S inter A & C datum est, eodem modo construitur quo novissime præcedens nec dissimilem demonstrationem habet. Nempe cum sit SQ ad SA ut SC ad SD, erit componendo QA, hoc est, RC ad AS ut CD ad DS. Quare auferendo CD ab RC, & DS ab AS, erit & reliqua DR ad reliquam DA ut DC ad DS. Unde reliqua eodem modo concludemus. Erit autem D punctum dispersus ejusmodi, ut refractiones omnes retro productæ citra ipsum concurrant, hoc est, inter D & A.

PARS

PARS IV.

Cum superficies convexa est, & ad punctum tendentes radii intrinsecus superficiei occurrunt.

Esto diaphani convexa superficies AB, & datum punctum S, quo tendant radii, ut LB, intrinsecus superficiei occurrentes, centrum vero convexi sit C. Jungatur SC secetque superficiem in A, & producatur ad Q, ut AQ ad QC habeat proportionem refractionis; & ut SQ ad SA ita sit SC ad SD. Dico D esse punctum concursus radiorum refractorum qui ad S punctum pergunt. Sit enim AR æqualis CQ; Ergo & CR ad RA habebit proportionem refractionis. Et quia SQ ad SA ut SC ad SD, erit dividendo, QA, hoc est, CR ad SA ut CD ad DS. Quare auferendo CD a CR, & DS ab SA, erit & reliqua DR ad reliquam DA ut DC ad DS. Ergo quum radii ex D in convexum AB incidentes refractique habeant punctum dispersus S; vicissim qui ad S tendunt ab eadem superficie inflectentur versus punctum D. Non tamen accurate; sed quia qui ex D veniunt refracti, retroque producti non in ipsum punctum S concurrunt, sed omnes ulterius ab A, idcirco & ii qui tendunt ad punctum S, tantum prope D inter A, D, concurrent ad puncta diversa, quæ eo propiora erunt puncto D, quo radius incidens propior fuerit axi CA.

PARS V.

Cum superficies cava est, & radii a puncto venientes extrinsecus ei occurrunt.

Sit superficies sphærica cava AB, cujus centrum C, incidantque in eam radii a puncto dato D procedentes, ut DB. Jungatur DC, & producta secet superficiem in A, & habeat CR ad RA proportionem refractionis. Erit ergo R punctum dispersus radiorum parallelorum ab opposita parte venientium. Jam sicut DR ad DA ita sit DC ad DS. Dico S fore punctum dispersus radiorum ex D egredientium postquam in superficie AB refracti fuerint.

Junctâ enim SB, productâque versus L, & DB versus N. constat radii NB refractionem fore BS, si superficies AB convexa esset. Ergo cum cava nunc sit, hoc est, diaphanum ab contraria parte positum terminet, cumque NBD, SBL sint lineæ rectæ, erit radii DB refractio BL *. Itaque erit S punctum dispersus radiorum ex D manantium.

* Prop. hujus p. 4.

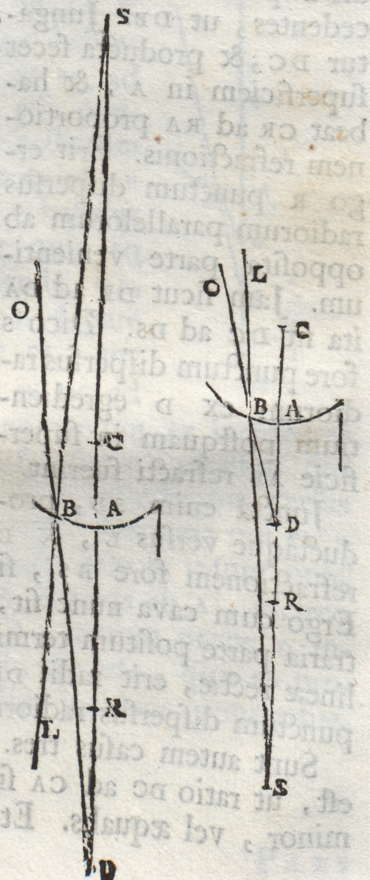
Sunt autem casus tres. Nam punctum D ita datum est, ut ratio DC ad CA sit major ratione CR ad RA, vel minor, vel æqualis. Et si quidem eadem est ratio DC ad

ad CA quæ CR ad RA, sive quæ refractionis, erit S punctum quo exacte omnes radii refracti pertinebunt. Si vero ratio DC ad CA major, refractiones omnes retro productæ citra S punctum cum axe AC convenient. Si minor, ultra. Quæ omnia ex iis quæ propositionis hujus parte II habentur manifesta sunt.

PARS VI.

Cum superficies cava est, & radii ad punctum tendentes extrinsecus illi occurrunt.

Sit superficies sphærica cava AB, centro C; incidantque in eam radii ad punctum datum D tendentes, ut OB, agatur recta per DC, secans superficiem in A, & habeat CR ad RA proportionem refractionis. Et ut DR ad DA ita sit DC ad DS. Dico priore casu, cum R cadit inter A, D, punctum S fore punctum dispersus radiorum qui ad D tendebant. Altero verò casu, cum D cadit inter A, R, eventurum contra ut S sit punctum eorum concursus. Si autem D fuerit idem quod punctum R, radii eo tendentes, post refractionem fient inter se & axi AC paralleli, ut in propos. IX & I annotatum fuit.



Ca-

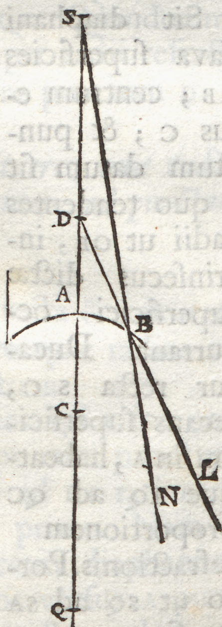
Casus autem hîc propositi demonstrabuntur ductâ SB, eâdemque versus L extensâ. Quia enim rectæ sunt lineæ SBL, DBO, estque superius demonstratum *, radiorum ex D venientium ad superficiem AB convexam refractiones concurrere ad S punctum, ita ut si DB sit radius incidens refractio ejus fiat BS; necesse est hîc radii OB ad D tendentis atque in cavam superficiem AB incidentis refractionem esse BL †. Quamquam exacta ratione tamen radii OB refractio concurret cum AC citra punctum S, quando S est punctum dispersus. Sed ultra, quando contingit S esse punctum concursus.

* Prop. hujus p. I.

† Prop. I.

PARS VII.

Cum superficies cava est & radii a puncto venientes intrinsecus illi occurrunt.



Sit superficies cava AB, cujus centrum C; & punctum S, unde digressi radii ut SB intrinsecus in superficiem ferantur. Ducatur recta per SC, secans superficiem in A, & habeat AQ ad QC proportionem refractionis. Erit igitur punctum Q quo pertinerent radii paralleli a parte contraria advenientes. Quare ut SQ ad SA ita sit SC ad SD. Dico D fore punctum dispersus radiorum ab S manantium: hoc est, si jungatur DB & producatur versus L, futuram BL refractionem radii SB. Si enim & SB producatur versus N, constat radii NB refractionem esse BD, si superficies AB convexa intelligatur *. Itaque hîc, cum

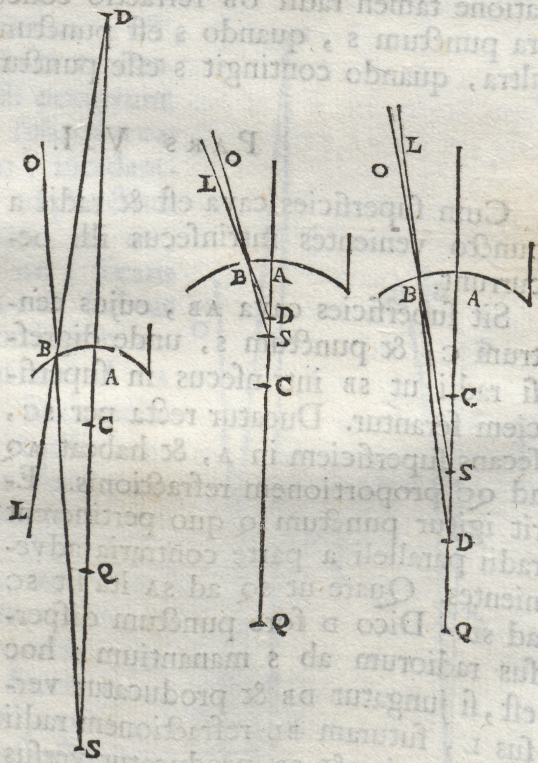
* Hujus Prop. p. IV.

cum diaphanum ad alteram partem superficiei AB positum sit, erit & BL refractio radii SB *. Ideoque D punctum dispersus radiorum ab S venientium. Est autem ejusmodi ut refractiones omnes citra ipsum cum axe conveniant, hoc est, minus procul a superficie AB.

* pr. 1.

PARS VIII.

Cum superficies cava est, & radii ad punctum tendentes intrinsecus illi occurrunt.



Sit diaphani cava superficies AB; centrum ejus C; & punctum datum sit S quo tendentes radii ut OB, intrinsecus dictæ superficiei occurrant. Ducatur recta SC, secans superficiem in A, habeatque AQ ad QC proportionem refractionis. Porro ut SQ ad SA ita sit SC ad SD. Dico priore casu, cum punctum Q cadit inter A & S, futurum D punctum dispersus radiorum

diorum ad S tendentium. Posterioribus vero duobus quibus S cadit inter A, Q, dico D fore eorundem radiorum punctum concursus. Jungatur DB & versus L producatur. Itaque si superficies AB convexa ponatur, ut diaphanum sit versus C, constat radii SB refractionem esse DB priori casu, duobus verò reliquis in producta DB, hoc est, BL *. Quare è diverso hìc, ubi diaphanum a parte altera superficiei collocatum est, erit radii OB refractio BL in casu primo, in reliquis vero BD *. Quia videlicet OBS, DBL sunt rectæ lineæ. Est igitur priori casu D punctum dispersus radiorum ad S tendentium, reliquis duobus punctum concursus. Potest autem fieri ut fiat D punctum concursus accuratè; nempe si AC ad CS habeat rationem eam quæ est refractionis, hoc est, eandem quam AQ ad QC. Quandocunque autem D fit punctum dispersus semper radii refracti retro producti convenient cum axe citra punctum D.

* Prop. h. p. 3.

* Prop. i. p. 3.

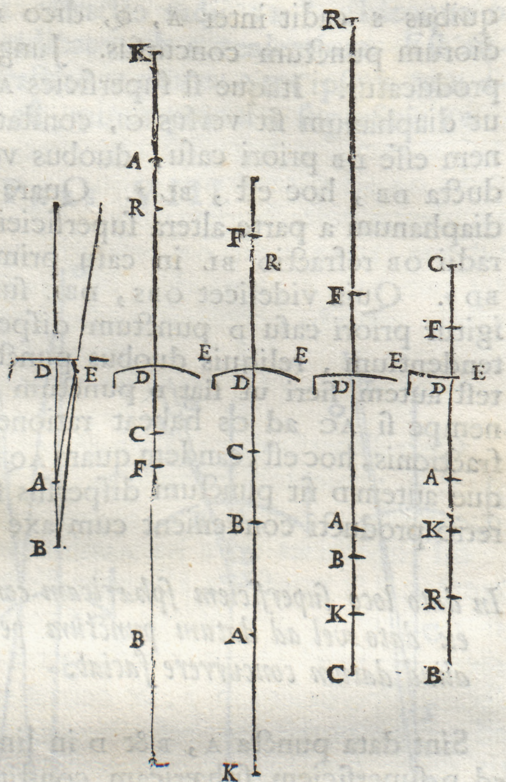
In dato loco superficiem sphæricam constituere, quæ radios ex dato vel ad datum punctum pergentes, ad punctum aliud datum concurrere faciat.

Sint data puncta A, B & D in linea recta & oporteat ad D superficiem sphæricam constituere quæ radios ex A vel ad A tendentes colligat in puncto B.

Sciendum quod uno casu superficies sphærica non invenitur, sed plana ejus loco. Nempe cum punctum A inter B & D situm est, habetque BD ad DA rationem quæ est refractionis, ut in casu horum primo. Nam si per punctum D plana superficies ducatur diaphanum terminans quod sit a parte A, ea radios versus A punctum tendentes coget ad punctum B, ut supra demonstratum fuit. In cæteris autem casibus hæc erit constructio.

 Pro-

Producatur DA ad K, ut KD ad DA sit eadem quæ refractionis ratio; & tribus hisce BK, BA, BD, inveniatur quarta proportionalis BC, ponaturque in eam partem ut vel omnes in eandem tendant, vel binæ in utramque. Jam si centro C circumferentia describatur DE, ea sectionem quæsitæ superficiei exhibebit, diaphanum habentis a parte B. quæ quidem cæteris casibus convexa, uno vero cava erit, nempe si punctum A positum fuerit inter D & B, & major ratio BD ad DA ratione refractionis.



Ad demonstrationem autem, ponatur DF æqualis AK, ut simul fiat FA æqualis DK, & habeat CR ad RD rationem quæ est refractionis, hoc est, quam habet KD ad DA.

Quia igitur BK ad BA ut BD ad BC, erit & BK ad KA ut BD ad DC, & permutando, BK ad BD ut KA seu DF ad DC. Quare & KD seu AF ad DB, ut FC ad CD; & permutando & invertendo FC ad FA ut DC ad DB.

Por-

Porro quia FA æqualis KD ex conſtructione, erit FA ad AD ut KD ad DA, hoc eſt, ut CR ad RD. Igitur & per converſionem rationis, AF ad FD ut RC ad CD. Sed ut FC ad FA ita erat DC ad DB. Igitur ex æquali in proportione perturbata, erit FC ad FD ut RC ad DB. Inſuper quia ut FA ad AD ita CR ad RD, erit & dividendo, FD ad DA ut CD ad DR; & permutando, FD ad CD ut DA ad DR. Ergo & FD ad FC ut DA ad AR. & invertendo FC ad FD ut AR ad AD. Sed ut FC ad FD ita oſtenſa fuit RC ad BD. Igitur & AR ad AD ut RC ad BD; Et permutando AR ad RC ut AD ad BD. Ideoque & proportionales AR, AC; AD, AB. Unde liquet radios ad punctum A pertinentes, ita refringi in ſuperficie DE ut congregentur in puncto B. Quod erat demonſtrandum.

Si vero inventæ ſuperficiei altera jungatur centro B, ſemidiametro minore quam BD; conſtituent ſimul lentem, quæ propoſitum efficiet; nam in poſteriori ſuperficie nulla amplius continget refractio, quum radii ad ipſius centrum ferantur.

Cognita ſingularum ſuperficierum refractione ex his quæ hactenus demonſtrata ſunt, poterimus jam lentium quarumlibet convexarum vel cavarum vel quæ ex convexis, cavis, planiſque ſuperficiebus diverſimode componuntur, puncta concurſus vel diſperſus invenire, æquè cum paralleli radii incidunt, atque cum ex dato vel ad datum punctum feruntur: Qua in re ſæpe etiam compendia quædam ſequi licebit, ut in ſequentibus manifeſtum fiet.

PRO-

Propositio XIII.

Sphæra data quæ sit ex materia diaphana, invenire punctum concursus radiorum parallelorum in illam incidentium.

Esto sphæra cujus centrum C axis BA, sectio per centrum circulus BPA. Incidant aûtem radii paralleli axi BA, ut OP. Dividatur semidiameter CA bifariam in E, & producatur, & habeat CD ad DE proportionem refractionis, eam nempe quæ convenit materiæ ex qua sphæra componitur. Veluti si crystallina aut vitrea sphæra proponatur, oportet rationem CD ad DE esse sesquialteram proximè, si vero ex aqua, sesquitertiam. Dico D fore punctum concursus quæsitum.

Signentur enim in axe AB utrinque producto puncta S & Q, ut tam BS ad SC, quam AQ ad QC habeat proportionem refractionis, hoc est, eandem quam CD ad DE: fientque inter se æquales CS, CQ. Radii igitur axi BA paralleli, ut OP, in ingressu ita frangentur, ut tendant ad punctum S*. Porro autem quia CD ad DE ut BS ad SC, erit & dividendo CE sive EA ad ED ut BC sive CA ad CS. Unde & EA ad AD ut CA ad AS. Est autem EA dimidia ipsius CA, ergo & AD dimidia erit ipsius AS. Sed & SC est dimidia ipsius SQ. Ergo ut SQ ad SC ita SA ad SD, & permutando. Est autem Q punctum concursus radiorum

* Prop. VIII.

rum parallelorum a parte contraria in ſuperficiem AQ incidentium. Itaque erit D punctum concurſus radiorum ad S tendentium atque ad ſuperficiem eandem A refractorum *. Diximus autem radios parallelos poſt primam refractionem in ſuperficie BP tendere ad punctum S. Ergo totâ ſphærâ penetratâ liquet eos concurrere ad punctum D. quod erat demonſtrandum.

* Prop. XII. p. 4.

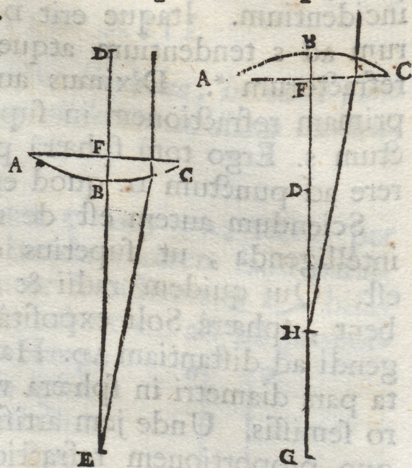
Sciendum autem eſt de radiis axi BA proximis hæc intelligenda, ut ſuperius quoque plerumque factum eſt. Qui quidem radii & comburendi facultatem habent, ſphærâ Soli expoſitâ; Et rerum imagines pingendi ad diſtantiam AD. Hæc autem erit proximè quarta pars diametri in ſphæra vitrea, in ſphæra aquea vero ſemiſſis. Unde jam artificii ejus ratio manifeſta eſt, quo proportionem refractionis initio inquirere docui. Quoniam hæc demonſtratio ad cylindrum quoque pertinet, vel ad aliud omne vas rotundum cujus ſectio ad axem recta ſit.

PROPOSITIO XIV.

Data lente quæ ſuperficiem unam planam habeat, alteram convexam, invenire punctum concurſus radiorum axi parallelorum.

Sit data lens cujus ſuperficies convexa ABC, ex ſphæra quæ centrum habeat D, plana autem ſuperficies ſit AFC. Atque hæc primò radiis parallelis oppoſita ſit. Ductâ igitur DBE recta, quæ axem lentis referat, hoc eſt, quæ ſuperficiem AFC ſecet ad angulos rectos, eâque producta ad E, ita ut DE ad EB habeat proportionem refractionis, quæ ſemper data intelligitur: Manifeſtum eſt, E fore punctum concurſus quæſitum. Radii

dii enim axi DF paralleli, cum in superficiem planam A C incidant ad rectos angulos; nullam refractionem ibi patientur. ac proinde paralleli venient ad superficiem A B C. cujus refractione ad E punctum flectentur per prop. IX.



Erit autem BE distantia diametro convexi sive duplæ DB æqualis si lens vitrea fuerit quia ratio DE ad EB est sesquialtera.

Sit nunc superficies convexa ABC radiis opposita. Si igitur axis BD producatur ad G, ut BG ad GD habeat proportionem refractionis, erit punctum G quo tendent radii post primam refractionem in superficie ABC *. Dividatur autem GF in H, ita ut GF ad FH habeat quoque refractionis proportionem. Dico H fore punctum concursus radiorum parallelorum postquam utramque superficiem lentis transierint. Quia enim post refractionem in superficie ABC tendunt ad punctum G, atque ita occurrunt intrinsecus superficiei planæ AFC, hæc eos diriget porro ad punctum H *, quoniam GF ad FH proportio est refractionis.

* Prop. VIII.

* Prop. VII.

Manifestum autem est distantiam FH paulo tantum minorem esse quam BE supra inventam, rationemque ad eam habere quam GF ad GB. Unde, si crassitudo lentis FB pro nulla habeatur, erit FH ipsi BE æqualis, hoc est, diametro sphæræ cujus portio est ABC, si lens vitrea fuerit.

Patebit autem, si concursus radiorum ab hac lente re-

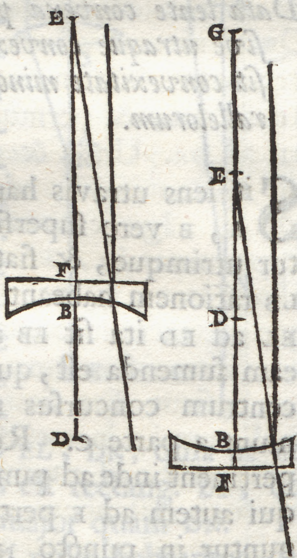
refractorum exactè expendatur atque ad calculos revocetur, accuratius aliquanto eos propiusque ad unum punctum convenire hoc posteriore lentis situ, nempe cum superficies convexa venientibus opposita est radiis, quam si plana ad illos convertatur.

PROPOSITIO XV.

Data lente quæ cavam & planam superficiem habeat, invenire ante ipsam punctum dispersus radiorum parallelorum.

Esto lens ejusmodi cujus cava superficies sit B, centrum cavitatis habens D, plana autem F.

Quod si ergo superficies plana radiis advenientibus obversa est, producatur tantum DB in E, ut DE ad EB sit proportio ea quæ est refractionis; eritque E punctum dispersus quæsitum, uti manifestum est ex prop. XI. Nulla siquidem contingit refractio in superficie plana F quum radii ad angulos rectos in hanc incidere ponantur, ideoque paralleli perveniant in superficiem B.



Si vero aliter conversa fuerit lens, producenda est BD ad G, ita ut BG ad GD sit proportio refractionis; deinde dividenda GF in E ut & GF ad FE proportionem refractionis habeat eandem, atque ita rursus inventum erit dispersus punctum E. Radii enim paralleli refracti

cti in superficie cava B, habebunt inde punctum dispersus G, per prop. X. qui vero ex G venientes incidunt in superficiem planam, secundò ibi refractionem subeunt, perguntque deinceps quasi ex puncto E procederent, per prop. VI. Itaque E est punctum dispersus quæsitum.

Quia vero GF ad FE ut BG ad GD, estque GF major quam BG, erit & FE major quam GD, cui æqualem esse constat BE in casu priori. Unde ablata utrinque BF crassitudine lentis, etiam distantia BE in posteriori casu major erit quam FE in priori.

PROPOSITIO XVI.

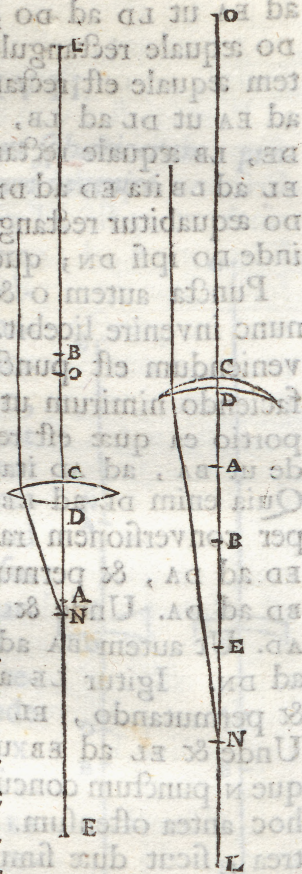
Data lente convexa parium vel disparium superficierum, sive utraque convexa sit, sive altera cava; sed cavitas sit convexitate minor; invenire punctum concursus parallelorum.

Sit lens utravis harum CD, & superficiei C centrum A, B vero superficiei D. Jungatur AB & producatur utrimque, & fiat ut tam CE ad EA, quam DL ad LB rationem habeant quæ est refractionis. Deinde sicut EL ad ED ita sit EB ad EN, hæc autem EN in partem eam sumenda est, quam præcipit prop. XII. Eritque N centrum concursus radiorum axi parallelorum qui veniunt a parte C. Refracti enim primò in superficie C pertinent inde ad punctum E, ut ostensum est prop. VIII. qui autem ad E pertinent refracti in superficie D colliguntur in puncto N, per part. IV. prop. XII. & in menisco per part. VIII. prop. XII.

Eadem ratione si fiat ut LE ad LC ita LA ad LO, erit O punctum concursus parallelorum qui adveniunt

a

a parte D. Et notandum quod distantiæ DN & CO proximè inter se sunt æquales, causamque inæqualitatis oriri tantum a crassitudine lentis. Et si quidem superficies D sit ex majori sphæra quam superficies C, hoc est, si BD sit major quam AC, erit CO distantia major quam DN, quod sic ostenditur. Quia ut DL ad LB ita CE ad EA, erit & per conversionem rationis & invertendo ut DB ad DL ita CA ad CE. Estque DB major quam CA, ergo & DL major quam CE. In casu igitur lentis utrinque convexæ, si ab utraque harum auferatur DC; in menisco autem si eadem DC addatur ad DL, auferatur vero a CE; patet utrobique majorem fieri rationem LC ad DE, quam sit LD ad CE, hoc est, quam LB ad AE. quamobrem rectangulum LC, AE majus erit rectangulo DE, LB. Rectangulum autem LC, AE æquale est rectangulo LE, CO, quia ut LE ad EA ita LC ad CO; & rectangulum DE, LB æquale est rectangulo EL, DN, quia ut EL ad LB ita ED ad DN. Ergo majus est rectang. LE, CO rectangulo LE, DN, ideoque CO major quam DN.



At si crassitudinem lentis CD pro nulla habeamus, uti fere semper in sequentibus fiet, dico puncta concursus parallelorum O & N æqualiter a lente remota esse. Sit enim nunc punctum medium lentis D pro utrisque

D & C. Quia ergo LE ad LA ut LD ad LO, erit & LE ad EA ut LD ad DO, unde rectang. LE, DO æquale rectangulo EA, LD. huic autem æquale eſt rectang. DE, LB, quia DE ad EA ut DL ad LB, & rurſus rectangulo DE, LB æquale rectang. EL, DN, quia ut EL ad LB ita ED ad DN. Ergo rectang. LE, DO æquabitur rectangulo EL, DN; ac proinde DO ipſi DN; quod erat probandum.

Puncta autem O & N faciliori ratione nunc invenire licebit. Etenim ſolum inveniendum eſt punctum L ſicut antea, faciendo nimirum ut DL ad LB ſit proportio ea quæ eſt refractionis; ac deinde ut BA, ad AD ita LB ad DN vel DO. Quia enim DL ad LB ut DE ad EA, erit per converſionem rationis LD ad DB ut ED ad DA, & permutando LD ad DE ut BD ad DA. Unde & LE ad ED ut BA ad AD. Ut autem BA ad AD ita fecimus LB ad DN. Igitur LE ad ED ut LB ad DN. & permutando, EL ad LB ut ED ad BN. Unde & EL ad EB ut ED ad EN, ideoque N punctum concurſus quæſitum; nam hoc antea oſtenſum. Itaque in lente vitrea, ſicut duæ ſimul convexitatum ſemidiametri; in meniſco autem ut earum differentia, ad alterutram ipſarum, ita reliqua bis erit ad foci diſtantiam. fit enim tunc LB dupla radii BD, quia DL ad LB ut 3 ad 2 quæ in vitro eſt proportio refractionis. Quod ſi autem ſuperficies utraque fuerit æqualiter convexa, apparet jam foci diſtantiam ſemidiametro convexitatis æqualem fore; eandemque etiam

in

in lente planoconvexa produci a convexitatis semidiametro duplo minore.

PROPOSITIO XVII.

Data lente cava duarum superficierum sphæricarum, punctum dispersus radiorum parallelorum invenire.

Sit data lens CD quæ superficiem utramque cavam habeat, vel alteram earum convexam, sed quæ majoris sit sphæræ quam cava. Sint autem semidiametri superficierum AC, BD, quæ producantur ad L & E; ut tam CE ad EA quam DL ad LB habeat proportionem quæ refractionem metitur. Et ut EL ad ED ita sit EB ad EN. Dico N fore punctum dispersus radiorum qui paralleli incident a parte C.

Qui enim paralleli advenientes refringuntur in superficie C, exinde pertinent ad punctum E, per prop. X. quia CE ad EA est proportio refractionis. Sed quia ut EL ad ED ita EB ad EN, ideo qui ex E veniunt, refracti a superficie D, habebunt punctum dispersus N, ut constat ex prop. XII. p. 7. & p. 3. Igitur punctum N est punctum dispersus radiorum parallelorum post geminam in lente CD refractionem. Oportet autem in lente cavoconvexa, ut semidiameter AC tanto saltem minor

nor ſit ſemidiametro BD, ut punctum E minus quam L a lente remotum inveniatur. Nam alioqui radii qui ex E tendunt, refracti in ſuperficie D non poterunt diſpergi, ut conſtat ex prop. XII. part. III.

Porro ſi fiat ut LE ad LC ita LA ad LO, erit O punctum diſperſus parallelorum qui adveniunt a parte D. Primum ſiquidem per refractionem ſuperficiei D, pertinebunt radii ad punctum L, per prop. X. & VIII. Et quia LE ad LC ut LA ad LO, ideo poſt alteram refractionem in ſuperficie C, diſpergentur quaſi procederent ex puncto O, per prop. XII. p. VII. & VIII. ſi modo in convexocavâ L magis diſtet quam E. Erit autem jam DO minor quam CN, ſi AC fuerit minor quam BD, & contra. Quia enim BD ad AC ut DL ad CE. Itaque in caſu lentis utrimque cavæ ſi addatur utriſque DC lentis craſſitudo, in caſu vero cavoconvexæ, ſi auferatur DC a DL, eadem vero addatur ad CE, fiet utrobique minor ratio LC ad DE quam LD ad CE, hoc eſt, quam LB ad AE. Unde ſimili argumentatione ac ſupra in lente convexa efficietur rectangulum LE, CO minus eſſe rectangulo LE, DN, ideoque CO minorem quam DN; differentia vero eſt exigua, quæ oritur ex craſſitudine lentis. Namque ſi pro nulla habeatur lentis craſſitudo, ita ut pro punctis D & C ſit unum D, jam diſtantiæ DN, DO inter ſe æquales fient, quod eodem modo demonſtratur atque ſuperiori propoſitione in lente convexa.

Poterunt autem hic rurſus puncta diſperſus O vel N brevius nunc inveniri, faciendo tantum ut DL ad LB habeat refractionis proportionem, ſicut prius; ac deinde ſicut BA ad AD ita BL ad DN vel DO; cujus eadem quoque eſt demonſtratio quæ fuit in lente convexa.

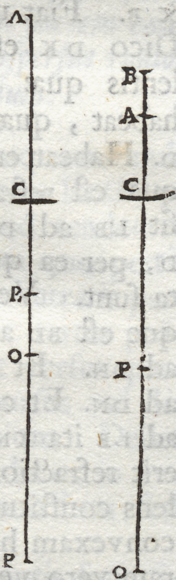
Liquet autem, ſi utraque ſuperficies fuerit æqualiter

ter concava, hoc est, si AD æqualis DB, quod DN vel DO erit æqualis dimidiæ LB: ac proinde, si lens vitrea fuerit, æqualis ipsi AD vel BD semidiametro. Eadem scilicet ratione qua id in lente convexa de concursus puncto ostensum fuit.

PROPOSITIO XVIII.

Lentem invenire cujus superficies altera convexa sit eadem datæ, quæque punctum concursus parallelorum habeat ad datam distantiam.

Sit lentis C superficies altera data, hoc est semidiameter ejus convexitatis AC. deturque distantia CO, oporteatque invenire superficiem alteram quæ juncta priori, lentem efficiat quæ radios parallelos cogat ad punctum O.



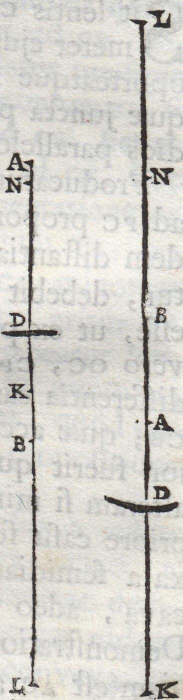
Producatur AC usque in P, ut sit AP ad PC proportio refractionis. Tum si quidem distantia OC ipsi CP æqualis inveniatur, debebit altera lentis superficies plana esse, ut ex prop. XIV. manifestum est. Si vero OC, CP inæquales fuerint, fiat sicut differentia earum PO ad OC, ita AC ad CB; quæ accipiatur versus P, si PC major fuerit quam CO; at versus partem alteram si minor PC quam CO. Eritque priore casu superficies lentis altera convexa a semidiametro BC; posteriore autem cava, adeo ut tunc meniscus habeatur. Demonstratio autem est hujusmodi. Quoniam est AC ad CB ut PO ad OC, erit componendo in priore casu, in altero vero per conversionem rationis con-

contrariam ut AB ad BC ita PC ad CO. Est autem AP ad PC proportio refractionis. Igitur erit O punctum concursus radiorum qui paralleli incidunt in lentem C, ut constat ex prop. XVI. Patetque lentem, qualis requirebatur, esse inventam.

PROPOSITIO XIX.

Datæ lenti inæqualiter convexæ vel menisco, lentem aliam æquivalentem invenire, quæ convexam & planam superficiem habeat vel utramque convexam æqualiter.

Sit data lens D qualem diximus vel meniscus. Et centra superficierum sint A & B. Fiat ut BA ad AD ita BD ad DK. Dico DK esse semidiametrum convexi, lentis quæ alteram superficiem planam habeat, quæque paria faciat cum lente D. Habeat enim DL ad LB proportionem quæ est refractionis, & ut BA ad AD ita sit LB ad DN. Erit ergo N focus lentis D, per ea quæ in prop. XVI. demonstrata sunt. Verum ut BA ad AD, ita quoque est BD ad DK; ergo BD ad DK ut LB ad DN. Et permutando BD ad BL ut DK ad DN. Et componendo igitur erit ut DL ad LB ita KN ad ND. quare & KN ad ND erit refractionis proportio. Itaque si in D lens constituatur quæ superficiem alteram convexam habeat semidiametro KD, alteram vero versus K planam, ejus erit focus punctum N; ut ex prop. XIV. manifestum est.



Si

Si vero KD duplicetur, habebitur semidiameter convexitatis ad lentem duarum æqualium superficierum, ut patet ex prop. XVI.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

Posita quavis lente convexa vel cava, sive utraque superficie sphærica constet, sive altera plana; datoque in axe ejus puncto, a quo vel ad quod radii tendentes lenti occurrant: Si duabus ab eo puncto distantiis tertia proportionalis statuatur, quarum distantiarum prima sit ad punctum quo pertinent refractiones parallelorum a contraria parte incidentium; secunda ad lentem ipsam; erit terminus tertiæ, sumendæ a puncto dato in partem eandem cum primâ, punctum concursus vel dispersus radiorum à dato puncto vel ad datum tendentium.

Sit lens C, cujus quidem crassitudinem tanquam si nulla esset hic considerabimus, in axe autem lentis AC datum sit punctum D, a quo vel ad quod tendentes radii lenti C occurrant. Sitque O punctum quo pertinent refractiones radiorum parallelorum a contraria parte incidentium. Et ponatur duabus DO, DC tertia proportionalis DP, ita ut DO, DP semper sint versus partem eandem. Dico P fore punctum concursus vel dispersus radiorum ex D vel ad D procedentium. Debet autem D non incidere in O, quia tunc radii ex D venientes refractione lentis non cogentur ad punctum, sed paralleli evadent, ut constat ex prop. I.

Demonstratio autem, quando utraque lentis superficies sphærica est, erit hujusmodi.

Sit A centrum sphæricæ superficiei cui primum inci-

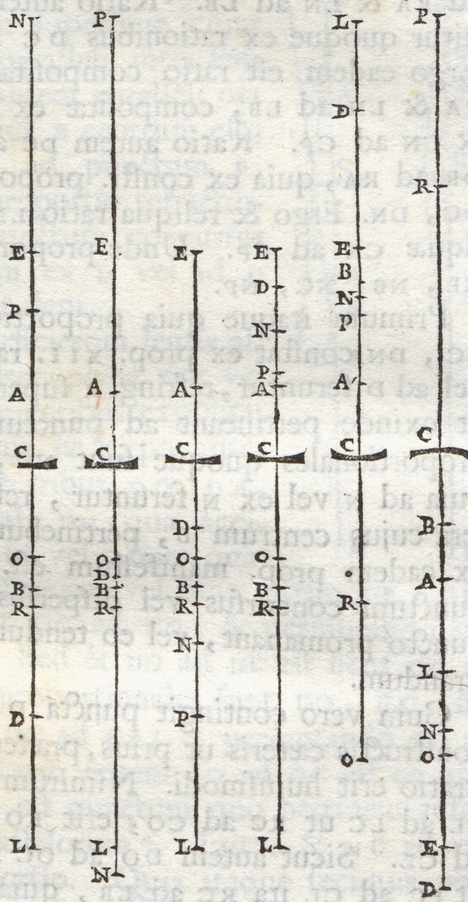
 dentes

dentes radii occurrunt; B vero centrum reliquæ. Et inveniantur puncta E & L, ut tam CE ad EA quam CL ad LB habeat proportionem refractionis. Et ponatur ipsi AE æqualis CR ad partem lentis alteram; Unde AR erit ad RC sicut CE ad EA. fiat quoque tribus hisce DR, DC, DA quarta proportionalis DN, sumenda in eam partem ut vel quatuor omnes a puncto D eodem versus habeantur vel binæ utrimque. Quod si D sit idem quod A punctum, etiam N cum hisce coincidere cogitandum est. Si vero R cadat in D, is casus seorsim demonstrabitur. Nunquam vero N cadet in L, cum D diversum sit ab O, uti diximus esse debere.

Quia igitur CE ad EA, item CL ad LB est proportio refractionis, punctumque O quo pertinent refractiones parallelorum; erunt proportionales hæ quatuor LE, LA; LC, LO*. quare & LE ad EA ut LC ad CO, & permu-

* Prop. XVI. & XVII.

mutando LE ad LC ut EA sive CR ad CO. Unde & LE erit ad EC ut CR ad RO. Quia porro ex constructione proportionales sunt DR, DA; DC, DN, erit & DR ad RA seu EC ut DC ad CN; & invertendo NC ad CD ut EC ad DR. Quare & NE ad RC ut EC ad DR. Sed ut RC ad RO ita diximus esse LE ad EC. Ergo ex æquali in ratione perturbata, erit ut EN ad RO ita LE, DR. Et permutando & invertendo, ut LE ad EN ita DR ad RO. Hinc vero & LE ad LN ut DR ad DO, ac proinde rectang. LE, DO æquale LN, DR. Est autem sicut DO ad OC ita rectang. DO, LE ad OC, LE. Ergo erit DO ad OC ut rectang. LN, DR ad OC, LE, hoc est, ad rectang. LC, RC. dictum enim fuit antea quod LE ad LC sicut CR ad CO. Est autem ut DO ad OC ita DC ad CP, quia ex constr. proportionales sunt DO, DC, DP. Ergo DC ad CP sicut rectang. LN, DR ad LC, CR. Rectangulum autem LC, CR æquale



quale eſt LB, AR, quia CL ad LB ex conſtr. ut AR ad RC. Ergo DC ad CP rationem habet quam rectang. DR, LN ad LB, AR, hoc eſt, compoſitam ex rationibus DR ad RA & LN ad LB. Ratio autem DC ad CP componitur quoque ex rationibus DC ad CN & CN ad CP. Ergo eadem eſt ratio compoſita ex rationibus DR ad RA & LN ad LB, compoſitæ ex rationibus DC ad CN & CN ad CP. Ratio autem DC ad CN eſt eadem quæ DR ad RA, quia ex conſtr. proportionales ſunt DR, DA; DC, DN. Ergo & reliqua ratio LN ad LB eadem eſt reliquæ CN ad CP. Unde proportionales quoque erunt NL, NB; NC, NP.

Primum itaque quia proportionales ſunt DR, DA; DC, DN conſtat ex prop. XII. radios qui ex puncto D vel ad D feruntur, refringi a ſuperficie cujus centrum A, ut exinde pertineant ad punctum N. At quia porro proportionales quoque ſunt NL, NB; NC, NP; ideo quia ad N vel ex N feruntur, refracti in ſuperficie altera cujus centrum B, pertinebunt ad punctum P, ut ex eadem prop. manifeſtum eſt. Itaque patet P eſſe punctum concurſus vel diſperſus radiorum qui ex D puncto promanant, vel eo tendunt; quod erat demonſtrandum.

Cum vero contingit puncta D & R in unum coire; conſtructis cæteris ut prius, præter punctum N, demonſtratio erit hujuſmodi. Nimirum quia dictum fuit eſſe EL ad LC ut RC ad CO, erit RO ſeu DO ad OC ut EC ad CL. Sicut autem DO ad OC ita eſt DC ad CP, & ut EC ad CL ita RC ad LB, quia ex conſtr. eſt CE ad EA ſive CR ut CL ad LB. Itaque DC ad CP ut RC ſeu DC ad LB. ac proinde CP ipſi LB æqualis. Et addita utrique BC, erit quoque BP æqualis LC. Ergo eadem ratio BP ad LB ſeu PC quæ CL ad LB. hæc autem eſt

ra-

ratio refractionis ex constructione. Quia itaque primum AR ad RC posita est refractionis proportio, constat ex prop. XI. & IX. quod radii ad R, hoc est, ad D pertinentes, atque in superficie cujus centrum A refracti, paralleli intra lentem incedent. Qui autem paralleli occurrunt superficiei cujus B centrum est, pertinebunt deinceps ad punctum P, quia BP ad PC est proportio refractionis. Itaque P est punctum concursus vel dispersus radiorum ex D vel ad D tendentium: quod erat dem.

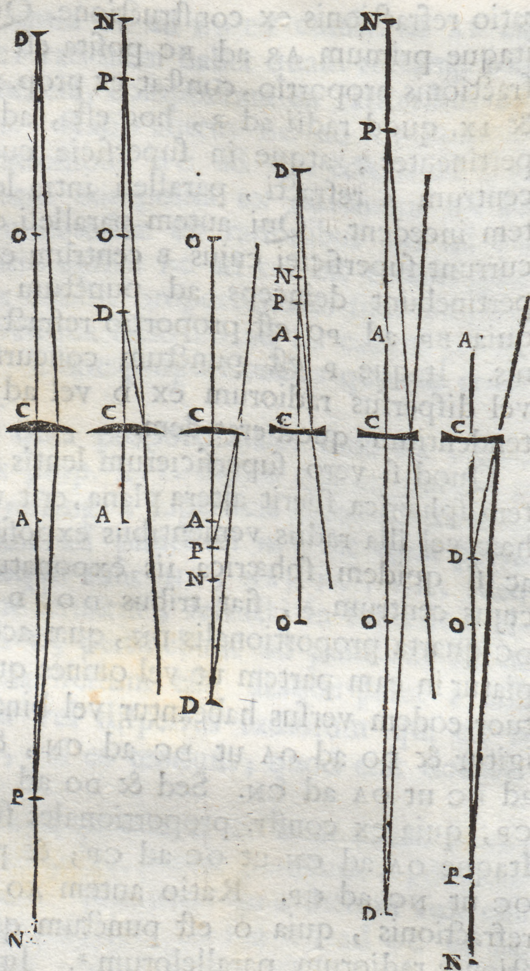
Quod si vero superficierum lentis altera sphærica fuerit altera plana, erit vel hæc vel illa radiis venientibus exposita, ac si quidem sphærica iis exponatur, cujus centrum A, fiat tribus DO, DA, DC quarta proportionalis DN, quæ accipiatur in eam partem ut vel omnes quatuor eodem versus habeantur vel binæ utrimque. Erit igitur & DO ad OA ut DC ad CN, & permutando DO ad DC ut OA ad CN. Sed & DO ad DC est sicut OC ad CP, quia ex constr. proportionales sunt DO, DC, DP. Itaque OA ad CN ut OC ad CP; & permutando AO ad OC ut NC ad CP. Ratio autem AO ad OC est ea quæ refractionis, quia O est punctum quo pertinent refractiones radiorum parallelorum *. Igitur & NC ad CP erit refractionis proportio. Quia itaque fecimus proportionales DO, DA; DC, DN; apparet radios omnes qui ad D vel ex D feruntur, refringi in superficie cujus centrum A, ut exinde pertineant ad punctum N †. Sed quia NC ad CP rationem habet quæ est refractionis,

* Prop. XIV. XV.

† Prop. XII. p. I.

nis, ideo qui ad punctum N pertinent, refracti in plana lentis superficie, pertinebunt inde ad punctum P *. Ergo & hic constat propositum.

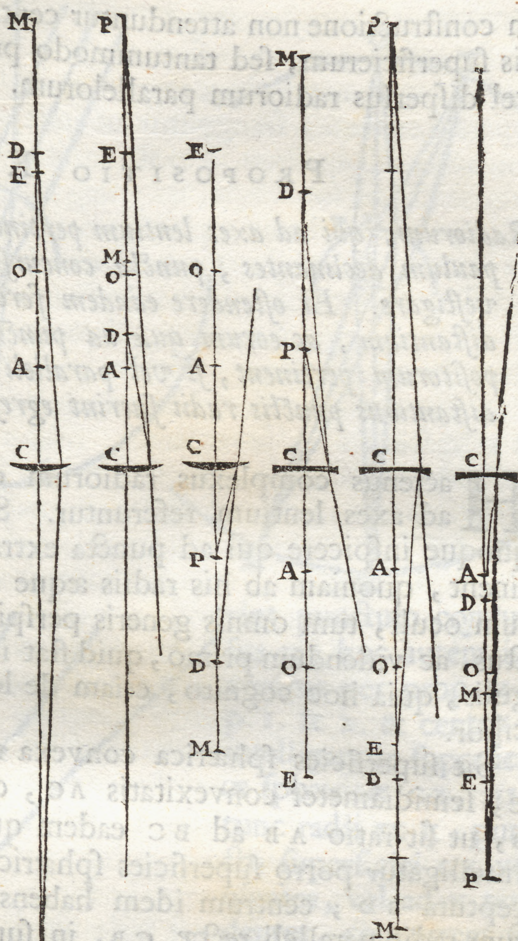
* Prop. VII.



Si vero in planam lentis superficiem primum radii incidant, rursusque centrum superficiei sphæricæ sit A; habeat CE ad EA proportionem refractionis, ut & MC ad CD. Quia igitur O punctum est quo pertinent refractiones parallelorum, erit CO æqualis AE †; ideoque & CE ad CO ut CE ad EA, hoc est, ut MC ad CD. Quare & ME ad OD erit ut MC ad CD. Est autem ut OD ad OC ita DC ad CP, quia ex constr. proportionales sunt DO, DC, DP. Igitur ex æquo, ut ME ad OC sive EA ita MC ad CP; ac proinde ut ME ad MA ita MC ad MP. Quia igitur posita est ratio MC ad CD eadem

† Prop. XIV.

eadem quæ refractionis, ideo radii ex D vel ad D tendentes, post refractionem in superficie lentis plana, pertinebunt ad punctum M *. Et quia proportionales sunt ME, MA; MC, MP, constat † radios qui ad M punctum pertinent, refractos in superficie, cujus centrum A, pertinere porro ad punctum P. Quod demonstrandum supererat.



* Prop. v.

† Prop. XII. p. 3.

Manifestum autem ex his est, quantum ad distantiam punctorum concursus vel dispersus radiorum, a quibusvis vel ad quælibet puncta tendentium, nihil interesse utra lentis alicujus superficies radiis incidentibus obvertatur.

Item diversarum superficierum lentes, quæ puncta concursus vel dispersus parallelorum æque remota habent, etiam ad cætera æquivalentes esse. Nempe quia

in constructione non attenduntur centra singularum lentis superficierum, sed tantummodo punctum concursus vel dispersus radiorum parallelorum.

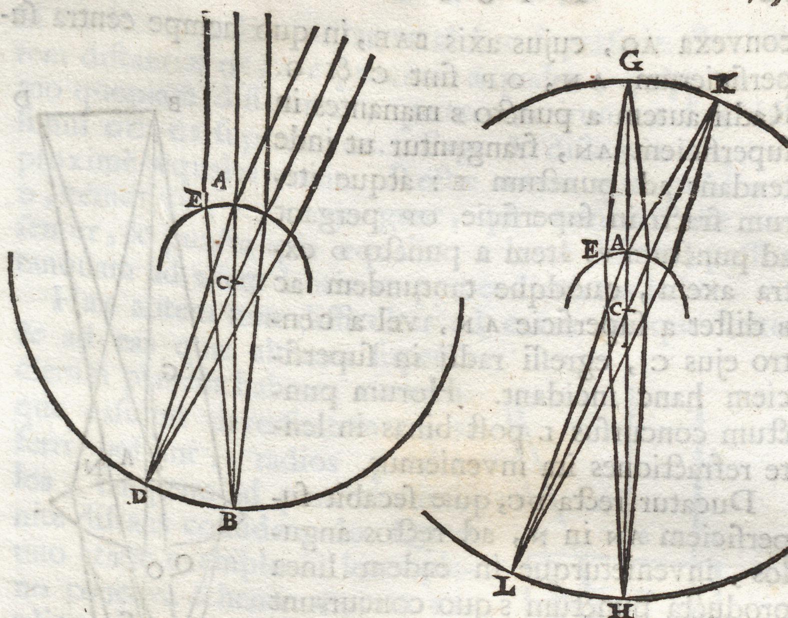
PROPOSITIO XXI.

Radiorum, qui ad axes lentium pertinent ab axe primario paulum declinantes, puncta concursus vel dispersus investigare. Et ostendere eandem ferè horum esse a lente distantiam, ac eorum quæ ad puncta radiorum in axe positorum pertinent, si vel paralleli vel ab æque procul distantibus punctis radii fuerint egressi.

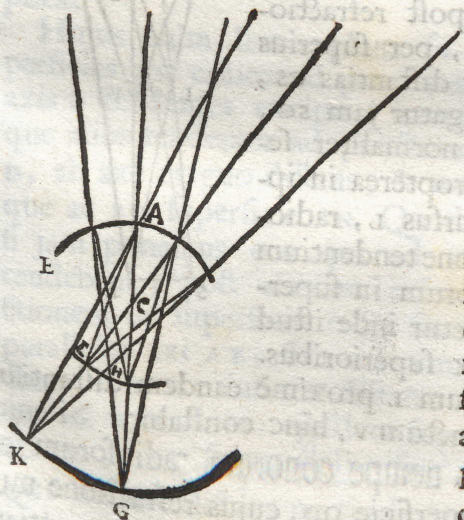
Hactenus complexus radiorum examinavimus qui ad axes lentium referuntur. Sed necesse est eos quoque inspicere qui ad puncta extra axem posita pertinent, quoniam ab his radiis æque ac ab illis pendent tum oculi, tum omnis generis perspicillorum miri effectus, ac videndum primò, quid fiat in superficiebus singulis, quia hoc cognito, etiam de lentibus res erit facilior.

Sit superficies sphærica convexa EA, cujus centrum C, semidiameter convexitatis AC, quæ producatur ad B, ut sit ratio AB ad BC eadem quæ est refractionis. Intelligatur porro superficies sphærica cava, radios exceptura BD; centrum idem habens C. Jam non tantum radii paralleli rectæ CB, in superficiem AE incidentes, convenient in B, ut in prop. VIII. demonstratum est, sed & ii qui rectæ CD, angulum qualemcumque cum CB constituenti, paralleli ferentur, eodem modo ad D concurrent.

Rursus si a puncto vel ad punctum aliquod G tendentes radii fractique in superficie sphærica AE, habuerint



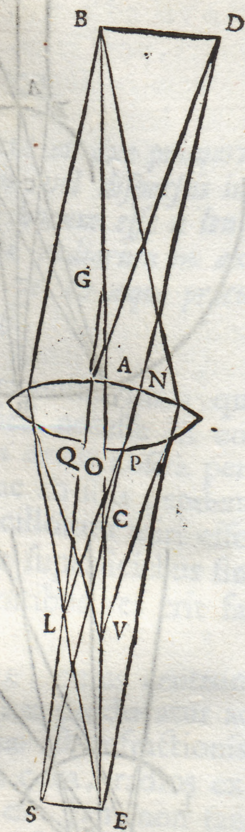
rint punctum concursus H; hoc autem invenitur per prop. 11. p. 1. & 2. & centro C intelligantur superficies sphæricæ GK, HL, tunc radii ex K, puncto superficiei GK venientes, vel ad K tendentes, concurrent similiter ad punctum in superficie HL, ut L. atque hæc per se manifesta sunt in quibuscunque casibus.



Ponatur nunc lens

 con-

convexa AO, cujus axis BAE, in quo nempe centra superficierum AN, OP ſint C & G. Radii autem a puncto B manantes in ſuperficiem AN, franguntur ut inde tendant ad punctum E: atque iterum fracti in ſuperficie OP pergant ad punctum V. Item a puncto D extra axem, quodque tantundem ac B diſtet a ſuperficie AN, vel a centro ejus C, egreſſi radii in ſuperficiem hanc incidant. Horum punctum concurſus L poſt binas in lente refractiones ita inveniemus.

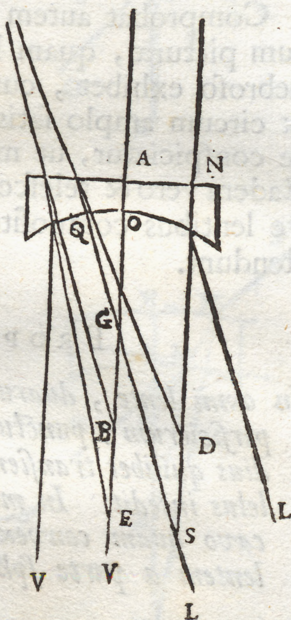


Ducatur recta DC, quæ ſecabit ſuperficiem AN in N, ad rectos angulos, invenieturque in eadem linea producta punctum S quo concurrunt radii ex D venientes poſt refractionem in ſuperficie AN, per ſuperius expoſita. Et apparet diſtantias CS, CE fore æquales. Jungatur jam SG, quæ ſuperficiem OQ normaliter ſecabit in Q; eritque propterea in ipſa SG punctum concurſus L, radiorum ex prima refractione tendentium ad S, ac rurſus refractorum in ſuperficie OQ, atque invenietur inde iſtud concurſus punctum ex ſuperioribus.

Quod autem punctum L proximè eandem diſtantiam habebit a lente ac punctum V, hinc conſtabit. Si enim puncta E, S, vertices nempe conorum radioſorum æqualiter diſtarent a ſuperficie OQ, cujus refractione mutantur hi Coni in conos quorum vertices L & V; etiam hi

hi vertices æqualiter distarent ab hac superficie. Sunt autem distantiæ QS, OE proximè æquales., quippe minimo quopiam differentes, quanto nimirum GE sive duæ simul GC, CS superant GS. Ergo & distantiæ LQ, VO proximè æquales erunt. Rectæ autem quæ puncta B, D, itemque V, L, conjungunt, quia minimæ esse censentur, & puncta ipsa æqualiter a lente distant, possunt tanquam ad axem lentis BE perpendiculares haberi.

Hæc autem non difficulter ad cavas quoque lentes, & ad eas quæ alteram superficierum planam habent, omnemque casuum diversitatem transferri possunt, radios parallelos, tanquam ad punctum infinite distans considerando. Quod uno etiam exemplo in lente plano concava schema alterum explicat.



Hujus enim lentis plana superficies AN radios ad punctum axis B tendentes excipit, itemque alios tendentes ad punctum D, ab axe exiguo distans, & æque ac B a superficie AN. Quod si jam ponamus eos qui ad B tendebant, post alteram refractionem in superficie OQ, fieri parallelos axi AE; sive ad punctum V in axe infinite distans concurrere, fient etiam qui ad D tendunt, ejusdem superficiei OQ altera refractione, inter se paralleli: sive ad punctum L in linea QGS infinitè distans pertinebunt. Quæ linea invenitur eodem modo ac in casu præcedenti; eademque est demon-

monstratio, qua ostendatur ex postrema refractione radios utrobique fieri parallelos, nisi quod hoc casu, e duabus GE, GS, quæ ut æquales censentur, GE nunc pauxillo minor est quam GS, quippe cum æquales sint AE, NS.

Porrò ex his manifestum est, etiam per binas pluresve lentes transmissos conos radiosos, tam obliquos quam rectos, æquali distantia a lente postrema vertices suos ultimos habere, si ad æque remotos conorum vertices radii primitus spectent.

Comprobat autem quæ hic ostensa sunt experimentum picturæ, quam lens foramini opposita in loco tenebroso exhibet, cum non tantum in axe lentis, sed & circum amplo satis spatio hæc pictura mirabili nitore conspiciatur, ut minima quæque distinctè exprimat. Eadem vero & telescopiorum ex binis, ternis, quaternisve lentibus compositorum egregii effectus vera esse ostendunt.

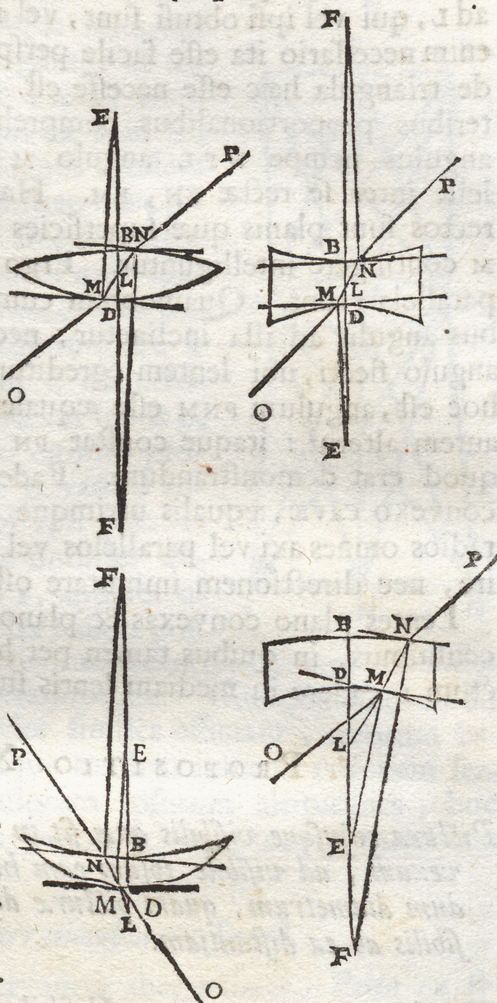
PROPOSITIO XXII.

In omni lente, duarum convexarum aut concavarum superficierum, punctum quoddam est intus, per quod radius quilibet transiens ante & post lentem sibi ipsi parallelus incedit. In menisco autem, & in illa quæ minori cavo quam convexo constat, punctum ejusmodi extra lentem a parte sphæræ minoris reperitur.

Sit lens quælibet istarum, cujus superficies altera descripta sit centro E, radio ED, altera centro F, radio FB, quorum FB sit major altero: & jungatur FE, quæ secet lentem in D & B.

Quod si jam sicut radius FB ad radium ED ita ponatur

tur BL ad LD; & cadat punctum L; (si quidem duarum convexarum vel concavarum superficierum fuerit lens) in ipsa linea BD, quæ lentis crassitudinem definit; extra lentem vero, versus sphæram minorem, in menisco & casibus reliquis; dico radium omnem qui lentem penetrat ut PNMO, ita ut pars ejus NM intra lentem contenta transeat per punctum L, vel ad ipsum pertineat; sibi ipsi, ante ingressum & post egressum ex lente, parallelum ferri, hoc est partem PN parti MO.



Jungantur enim FN, EM & intelligantur planæ superficies in punctis N & M utrasque lentis superficies sphæricas tangentes. Quia igitur ut FB ad ED ita BL ad LD; erit & permutando, FB ad BL ut ED ad DL. Unde & BF sive NF ad FL ut DE sive ME ad EL. Cum itaque triangula NFL, MEL latera circa angu-

gulos E & F proportionalia habeant, angulosque æquales ad L, qui vel ipsi obtusi sunt, vel reliqui ad M & N (hoc enim necessario ita esse facile perspicitur) similia proinde triangula hæc esse necesse est. Quare & anguli lateribus proportionalibus comprehensi æquales erunt, angulus nempe NFL angulo MEL; ideoque parallelæ inter se rectæ FN, EM. Hæ autem ad angulos rectos sunt planis quæ superficies lentis in punctis N & M contingere intelliguntur. Ergo & plana ista inter se parallela erunt. Quamobrem cum radius NM æqualibus angulis ad illa inclinetur, necesse est eum æquali angulo flecti, ubi lentem egreditur atque ubi intrabat, hoc est, angulum PNM esse æqualem angulo NMO. Sunt autem alterni: itaque constat PN, MO esse parallelas, quod erat demonstrandum. Eadem demonstratio lenti convexo cavæ, æqualis utrimque curvaturæ applicata, radios omnes axi vel parallelos vel obliquos recta transire, nec directionem immutare ostendit.

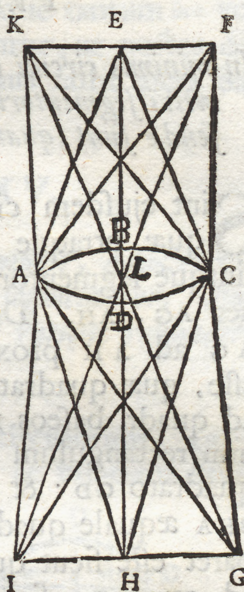
Lentes plano convexas & planoconcavas hic non recensuimus, in quibus tamen per hæc ipsa constat punctum L cadere in mediam lentis superficiem sphæricam.

PROPOSITIO XXIII.

Pictura cujusque visibilis quæ fit in plano post lentem convexam, ad visibile ipsum eam habet rationem, secundum diametrum, quam picturæ distantia a lente ad visibilis ab ea distantiam.

Sit lens convexa ADCB. Visibile vero linea recta KF, quam axis lentis mediam secet, atque ad angulos rectos in E. A punctis igitur K, E, F æque ac ab aliis omnibus, quæ in proposita linea imaginari licet, radii

dii ferantur in totam lentem ABC, qui post geminam refractionem, in utraque nimirum lentis superficie, colliguntur in totidem punctis tabulæ IHG; nempe qui ex K in G, qui ex E in H, & qui ex F in I; quatenus quidem distinctam ponimus existere hanc picturam. Quum igitur lux a puncto K manans, omnia puncta quæ sunt intra lentem ABC pervadat, fiet necessariò ut aliquis radiorum ex K manantium, atque in G collectorum, transeat per punctum lentis L, illud nimirum de quo egimus propos. superiori; atque is radius ante & post lentem sibi ipsi parallelus feretur; quumque similiter aliquis transeat ab F ad I, apparet utrosque pro lineis rectis haberi posse in centro lentis sese intersecantibus; non considerata videlicet lentis crassitudine. Cumque hoc modo duos triangulos isosceles similes efficiant, quorum bases KF & IG; hæ utique eandem inter se rationem servabunt quam triangulorum ipsorum altitudines; hoc est, quam distantiæ basium a lente ABCD. quod erat demonstrandum.



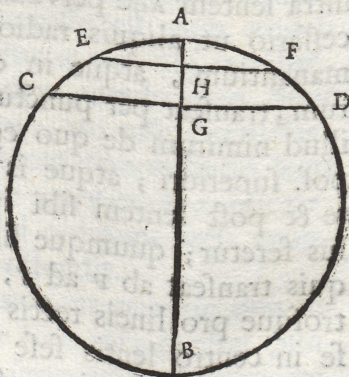
De Aberrationibus ex figurâ.

Duæ in radiis observantur aberrationes. Prior ex figura oritur, ex dissipatione vero posterior, de qua postea. Ad priorem explicandam, præmittuntur sequentes propositiones, ut Lemmata.

PROPOSITIO XXIV.

In minimis circuli ejusdem segmentis, altitudines seu diametri segmentorum eandem inter se rationem habere censendæ sunt, quam quadrata basium.

Sint ejusdem circuli exigua segmenta CAD, EAF, quæ utraque diameter circuli AB bifariam secet, sintque segmentorum altitudines AG, AH. Dico rationem AG ad AH proximè eandem esse, quæ quadrati baseos CD ad quadr. baseos EF. Quia enim rectangulum BGA æquale quadrato GD: & rectangulum BHA æquale quadrato FH; apparet esse sicut quadratum GD ad qu. HF, sive ut qu. CD ad qu. EF ita rectangulum BGA ad rectangulum BHA; Sicut autem rectangulum BGA ad rectangulum BG, HA, quod pauxillo minus est rectangulo BHA, ita est AG ad AH. Ergo & AG ad AH exiguo majorem rationem habet quam quadratum CD ad qu. EF.



Sit AB diameter partium 20000000; arcus CAD $\frac{1}{36}$ circumferentiæ sive 10 graduum; fit DG partium 871557, cujus si FH dimidia ponatur erit ea 435778. At AG est 38053; cujus quarta pars 9513, cui si æqualis esset AH, jam esset eadem ratio AG ad AH quæ quadrati CD ad qu. EF. Nunc autem invenitur AH partium 9500, adeo ut differentia tantum sit $\frac{13}{9500}$ sive $\frac{1}{731}$ ipsius AH, ac tantum $\frac{13}{20000000}$ diametri AB.

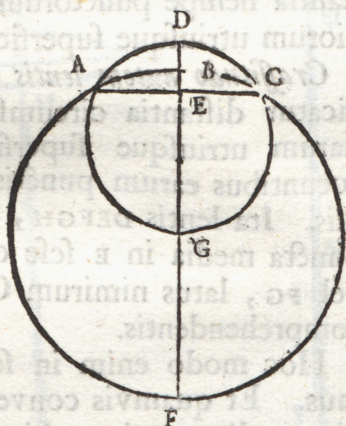
Su-

Superficies vero convexæ aut concavæ lentium quas in ſequentibus conſiderabimus plerumque tantum $\frac{1}{100}$ vel $\frac{1}{200}$ partem circumferentiæ complectuntur, ut poſtea dicetur, in quibus proinde multo minus fallit dicta baſium altitudinumque proportio.

PROPOSITIO XXV.

In minimis circulorum inæqualium ſegmentis, æquales vel eaſdem baſes habentibus, altitudines ſegmentorum, diametris ipſorum circulorum, contraria ratione reſpondere cenſendæ ſunt.

Sint ſegmenta exigua inæqualium circulorum, ABC, ADC, eandem baſin AC habentia, ac bifariam diviſa recta DE, in qua diametri circulorum, BF quidem ejus ex quo ſegmentum ABC, DG verò minoris ex quo ſegmentum ADC. Dico ſicut BF ad DG ita proxime eſſe altitudinem DE ad BE. Cum enim rectangula FEB, GED inter ſe æqualia ſint, quippe quæ ſingula æquentur quadrato EC, Erit proinde ut FE ad GE ita DE ad EB. Sed ut FE ad GE ita eſt proxime diameter FB ad diametrum GD, cum partes EB, ED minimæ ponantur totarum diametrorum reſpectu. Ergo etiam ut diameter FB ad diam. GD ita eſt proximè DE ad altitudinem BE.

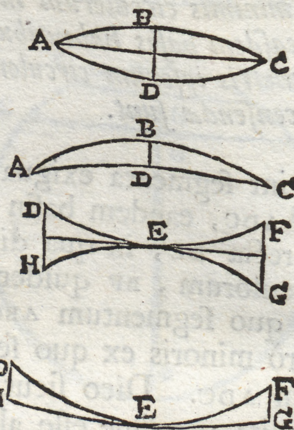


Sit arcus ADC rurſus $\frac{1}{36}$ circumferentiæ ſive 10 gr. &

 dia-

diameter DG partium 20000000; Erit ED partium 38053. Jam si diameter BF diametri DG dupla statuatur, hoc est, partium 40000000, invenietur EB partium 19000, quæ debebat esse dimidia ED, hoc est, partium 19026. Itaque differentia tantum est $\frac{26}{19000}$ sive $\frac{1}{731}$ ipsius EB, nec nisi $\frac{26}{40000000}$ diametri BF. Et sumto minore arcu ADC, tanto exactius quadrabit dicta altitudinum ac diametrorum contraria proportio.

Crassitudo lentis convexæ dicatur intervallum quo inter se distant puncta media utriusque superficiei, lateribus coeuntibus. Ita lentis ABCD cujus latera in unum circulum AC conveniunt, crassitudo est BD, distantia nempe punctorum mediorum utriusque superficiei.



Crassitudo autem lentis cavæ dicatur distantia circumferentiarum utriusque superficiei, coeuntibus earum punctis mediis. Ita lentis DEFGH, cujus puncta media in E sese contingunt, crassitudo est DH vel FG, latus nimirum Cylindri utramque superficiem comprehendentis.

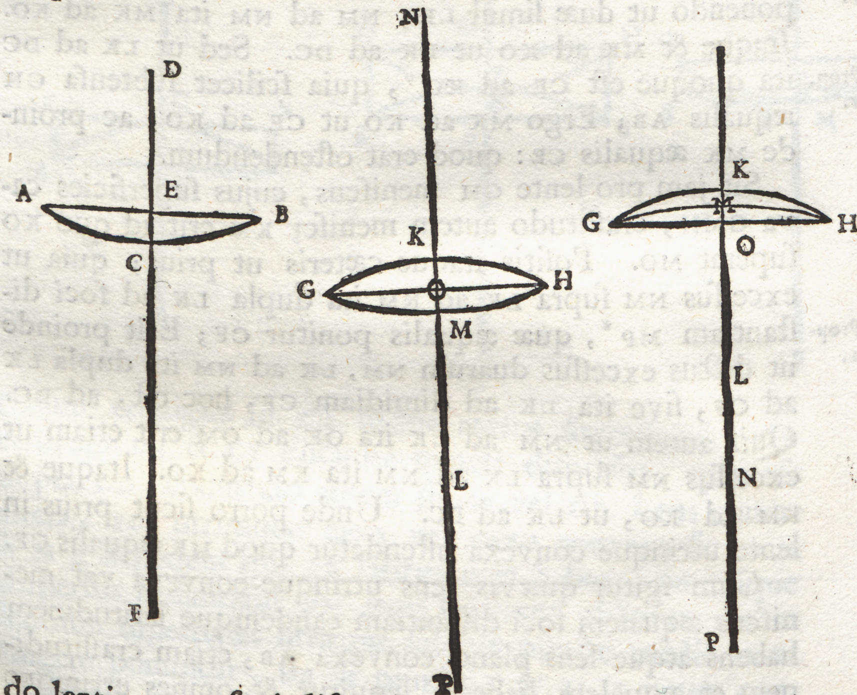
Hoc modo enim in sequentibus lentes considerabimus. Et quamvis convexæ lentes plerumque crassitudinem aliquam in ambitu habeant, cavæ vero aliquam semper in medio. Eam tamen censebimus tantum omnium esse crassitudinem, quæ superesset superficiebus se mutuo vel in ambitu vel in medio contingentibus.

PRO-

PROPOSITIO XXVI.

Lentes convexæ eandem foci distantiam habentes, cavæ vero eandem distantiam puncti dispersus, si & latitudinem æqualem habuerint, etiam æquali erunt crassitudine, & contra.

Sit primo lentium altera AB plano convexa, sitque superficiei ACB semidiameter convexitatis DC, crassitu-



do lentis CE, foci distantia CF, quæ erit dupla CD. Lens autem altera utrimque convexa sit GH, cujus latitudo eadem quæ lentis AB, & foci distantia MP æqualis CF. Dico igitur & crassitudinem KM lentis GH æqualem esse EC crassitudini lentis AB.

Sit enim in lente GH superficiei GKH semidiameter convexitatis LK; superficiei vero GMH semidiam. convexitatis MN. rectaque GH secet crassitudinem lentis KM in O.

Quia igitur ut duæ simul LK, NM ad NM ita dupla LK ad foci distantiam MP *. quæ æqualis ponitur CF. Erit proinde ut duæ simul LK, NM ad NM ita dupla LK ad CF, sive ita LK ad dimidiam CF hoc est, ad DC. Quia autem ut LK ad NM ita MO ad OK †. erit & componendo ut duæ simul LK, NM ad NM ita MK ad KO. Itaque & MK ad KO ut LK ad DC. Sed ut LK ad DC ita quoque est CE ad KO *, quia scilicet subtensa GH æqualis AB; Ergo MK ad KO ut CE ad KO; ac proinde MK æqualis CE: quod erat ostendendum.

* Prop. XVI.

† Prop. XXV.

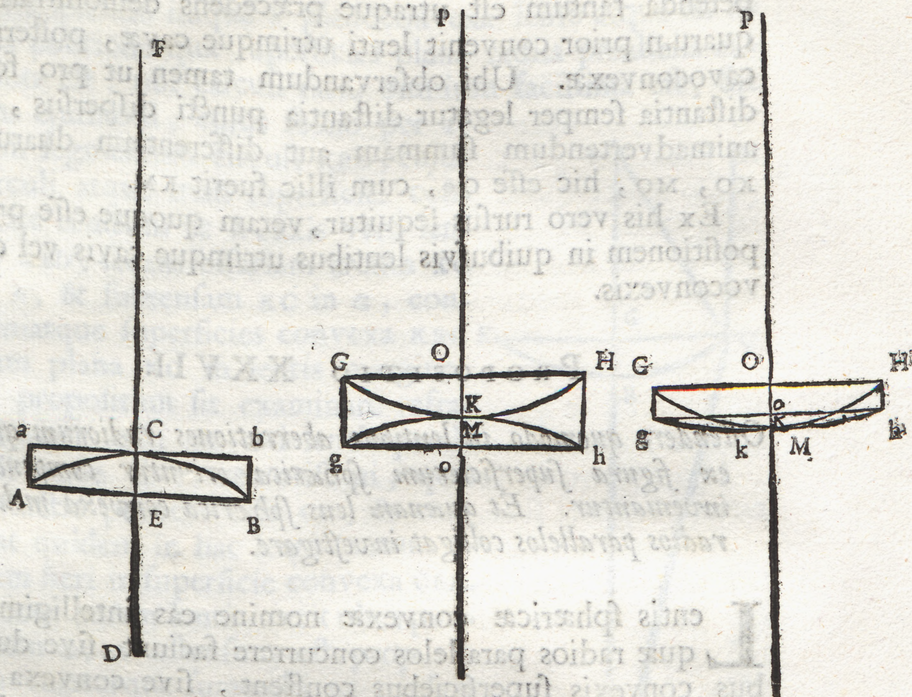
* Prop. XXV.

Sit jam pro lente GH meniscus, cujus superficies cava GMH; crassitudo autem menisci KM erit id quo KO superat MO. Positis itaque cæteris ut prius; quia ut excessus NM supra LK ad NM ita dupla LK ad foci distantiam MP *, quæ æqualis ponitur CF; Erit proinde ut dictus excessus duarum NM, LK ad NM ita dupla LK ad CF, sive ita LK ad dimidiam CF, hoc est, ad DC. Quia autem ut NM ad LK ita OK ad OM erit etiam ut excessus NM supra LK ad NM ita KM ad KO. Itaque & KM ad KO, ut LK ad DC. Unde porro sicut prius in lente utrinque convexa ostendetur quod MK æqualis CE.

* Prop. XVI.

Cum igitur quævis lens utrinque convexa vel meniscus æqualem foci distantiam eandemque latitudinem habens atque lens plano convexa AB, etiam crassitudinem ei æqualem habeat, sequitur & omnes utrimque convexas atque omnes meniscos qui foci distantiam latitudinemque inter se æqualem habuerint, etiam pari crassitudine futuros.

Sit jam etiam lens plano cava ACBba superficie utraque



traque contigua in C; sitque rursus superficiei ACB centrum D, & CF distantia puncti dispersus, quæ est dupla CD; crassitudo autem sit Aa vel CE. Lens autem altera, vel utrimque cava vel cavo convexa sit GKH h M g æqualem ipsi AB latitudinem habens, punctique dispersus distantiam PM æqualem FC. Harum autem lentium superficies utræque sese in puncto medio contingere ponuntur, ita ut puncta K & M in unum conveniant, ac crassitudo lentis sit, vel summa duarum KO, MO, quæ altitudines utriusque sphæricæ superficiei referunt, vel earum differentia. Quæ crassitudo ut æqualis ostendatur crassitudini CE lentis ACBba, repe-

petenda tantum est utraque præcedens demonstratio; quarum prior convenit lenti utrimque cavæ, posterior cavoconvexæ. Ubi observandum tamen ut pro foci distantia semper legatur distantia puncti dispersus, & animadvertendum summam aut differentiam duarum KO, MO, hic esse Oo, cum illic fuerit KM.

Ex his vero rursus sequitur, veram quoque esse propositionem in quibusvis lentibus utrimque cavis vel cavoconvexis.

Propositio XXVII.

Ostendere quomodo in lentibus aberrationes radiorum quæ ex figura superficierum sphærica oriuntur compendio inveniantur. Et quænam lens sphærica convexa melius radios parallelos colligat investigare.

Lentis sphæricæ convexæ nomine eas intelligimus quæ radios parallelos concurrere faciunt, sive duabus convexis superficiebus constent, sive convexa & plana, sive convexa & concava. Harum vero æquales foci distantias habentium aliæ aliis perfectius radios parallelos versus punctum illud quod focus dicitur inclinant, sumtis nimirum latitudinibus seu aperturis lentium æqualibus. Quod licet in Telescopiorum rationibus parum referat, propter aliam aberrationem longe majorem atque alterius naturæ, de qua, ubi eo ventum erit, dicemus, habet tamen in Microscopiorum examine & alibi utilitatem hæc cognitio, eoque non est prætereunda. Proportionem autem refractionis vitri sesquialteram in his ubique usurpabimus, quæ quam proximè ejusmodi invenitur, ut in præcedentibus dictum fuit.

In-

Incipiendo itaque a planoconvexa lente atque eâ illius positione quâ superficies plana radiis parallelis exposita est, ubi calculi ratio omnium facillima est; Sit lens ejusmodi, cujus sectio per axem segmentum circuli KBC, cujus circuli atque item superficiei convexæ centrum sit A, axis vero lentis ABD, secans bifariam arcum KC in B, & subtensam KC in G, conveniatque superficies convexa KBC cum plana KC in lentis margine, & propositum sit examinare refractionem radii HC axi lentis paralleli atque ab eo remotissimi, quæ refractio ponatur esse CD, & constat quidem in hac lente tantum unam fieri in superficie convexa CBK. Focus autem lentis E erit ultra punctum D, ut ostensum est prop. IX. Invenieturque sumendo AE triplam AB, ita enim AE ad EB habebit rationem sesquialteram, quæ hic est proportio refractionis. Inveniendum itaque est spatium DE, intra quod radiorum omnium parallelorum refractiones cum axe lentis conveniunt: etenim tanto quæque propius convenit quanto vicinior radius fuerit axi AB, ut ostensum propos. IX. Jungatur AC, sitque hæc sive AB $= a$, CG $= b$, quarum utraque data est. AD vero sit $= x$. Quia itaque AD ad DC habet rationem quæ refractiones metitur, erit DC $= \frac{2}{3} x$. Et ablato quadrato GC a quadrato CD, fiet quadratum GD $= \frac{4}{9} xx - bb$, & GD $= \sqrt{\frac{4}{9} xx - bb}$. Rursus ablato eodem qua-

drato CG a quadrato AC, fiet quadratum GA $= aa-bb$ & AG $= \sqrt{aa-bb}$, qua addita ad GD $= \sqrt{\frac{4}{9}xx-bb}$ fiet tota AD sive $x = \sqrt{\frac{4}{9}xx-bb} + \sqrt{aa-bb}$. Unde invenitur $x = \frac{3}{5}\sqrt{9aa-9bb} + \frac{3}{5}\sqrt{4aa-9bb}$. Secundum quæ si AB ponatur pedum 6, sive pollicum 72 & GC pollicis 1, invenitur x sive AD paulo major quam $215\frac{968747}{1000000}$, qua ablata ab AE $= 216$, reliqua sit DE paulo minor quam $\frac{31253}{1000000}$ unius pollicis. Itaque in lente hujusmodi cujus foci distantia BE est 12 pedum, apertura vero KC duorum pollicum, radii omnes intra spatium DE cum axe conveniunt.

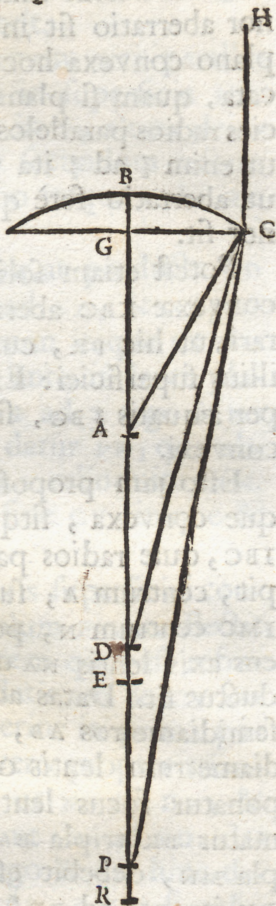
Dicatur autem intervallum istud DE, quo nempe radii extremi in quavis lente concursus distat a foco lentis, *Aberratio radii extremi*.

Hanc porro in proposita lente, alia quoque faciliori ratione reperiri sciendum est: quandoquidem

In omni lente planoconvexa cujus plana superficies exterior est, aberratio radii extremi est quadrupla sesquialtera sive $\frac{9}{2}$ *crassitudinis lentis*; Exigua quidem differentiola, sed quæ in illa lentium latitudine quæ telescopiorum usibus idonea est, nullius sit momenti. Ita, in proposita lente, si sumatur DE $= \frac{9}{2}$ GB, inveniemus eam $\frac{31252}{1000000}$ unius pollicis proximè, cum ex priori calculo habuerimus $\frac{31253}{1000000}$.

In lente eadem inversa, ut superficies convexa primum radios inflectat, multo melior radiorum collectio invenietur. Est autem calculi ratio hujusmodi. Primo sumitur BR tripla semidiametri BA, ut fiat R focus superficiei convexæ KBC; deinde ponitur GE æqualis duabus tertiis GR; tumque erit E focus lentis KBC, ut constat ex propos. XIV. ex qua apparet insuper foci distantiam GE proxime eandem esse quæ fuit superiori lentis positu. Radius autem extremus HC axi parallelus a superficie convexa KBC primum flectitur versus

P, ita ut CP ad PA habeat rationem quæ est refractionis, nempe 3 ad 2 *. Deinde ex superficie plana KC egrediens refringitur versus D, ut PC ad CD rursus habeat rationem quæ est refractionis †, ita ut CD proinde æqualis sit AP. Ad inveniendam vero AP, positis ut ante AB $= a$; CG $= b$. AP vero $= x$; erit PC $= \frac{3}{2}x$. a cujus quadrato $\frac{9}{4}xx$ si auferantur quadrata PA $=$, xx & CA $=$, aa, quod restat $\frac{5}{4}xx - aa$ æquabitur duplo rectangulo PAG, hoc est, $2x\sqrt{aa-bb}$. Ex qua æquatione fit $x = \frac{4}{5}\sqrt{aa-bb} + \frac{4}{5}\sqrt{\frac{9}{4}aa-bb}$. Itaque investigatâ secundum hæc AP, cui æqualem diximus CD, aufertur deinde ab hujus quadrato quadratum CG; unde relinquitur quadr. GD. ablata autem GD a GE, restat DE aberratio radii extremi.



* Prop. II.

† Prop. III.

Eadem vero DE absque tanto calculi labore haberi potest, quia *In lente planoconvexa, cujus convexa superficies radios parallelos excipit, aberratio radii extremi est $\frac{7}{6}$ crassitudinis lentis.* atque eo tantum supputandi methodos describimus, ut has regulas veras esse quivis per numeros examinare possit. Et in hac quidem lente posita AB, ut ante, pollicum 72; CG pollicis, invenitur prædicto calculo DE $= \frac{81021}{100000000}$ unius pollicis proximè. Secundum regulam vero, hoc est, sumtâ DE $= \frac{7}{6}$ crassitudinis BG, fit ipsa proxime $\frac{81022}{100000000}$.

 Pa-

Patet autem hinc quanto minor aberratio ſit in eadem lente plano convexa hoc modo collocata, quam ſi plana ejus ſuperficies radios parallelos excipiat, ſicut enim $\frac{7}{6}$ ad $\frac{9}{2}$ ita 7 ad 27, adeo ut aberratio ferè quadruplo minor ſit.

Poteſt etiam ſolius ſuperficiei convexæ KBC aberratio conſiderari, ut hic PR, cum R ſit focus illius ſuperficiei: Eſtque PR ſemper æqualis $\frac{4}{3}$ BG, ſive altitudinis convexi.

Eſto jam propoſita lens utrinque convexa, ſitque ſuperficiei IBC, quæ radios parallelos excipit, centrum A; ſuperficiei vero IMC centrum N, per quæ tranſiens axis lentis NA utrimque productus ſit. Datas autem ponimus ſemidiametros AB, NM, & ſemidiametrum lentis GC. Jam ſi E ponatur focus lentis IC, & ſumatur BR tripla BA, & MX tripla MN, debebit eſſe ut RX ad RN ita RM ad RE*. Dantur autem tres iſtæ priores RX, RN, RM. nam quia AB ſeu AC data eſt itemque CG, dabitur & AG. ſimiliterque propter datas NC, CG dabitur NG. Sed & AR datur, quippe dupla AB, & NX dupla

* Prop. XVI.

NM.

NM. Ergo tota RX data erit, nec non RN & RM. Quare & quarta proportionalis RE data erit.

Ponamus jam porro radium extremum axi parallelum HC, post refractionem primam in superficie IBC ita ferri, ut cum axe concursurus sit in P, altera deinde refractione in superficie CMI flecti secundum rectam CD, quæ axi occurrat in D. Aberratio itaque radii HC est DE, quæ hoc modo invenietur.

Sit NZ parallela CP, atque ei occurrat producta CD in Z. Sit etiam CV perpendicularis ad NZ, & NF perpendicularis in PC productam. Primum itaque ex datis AB, CG invenitur AP, sicut paulo ante in lente plano convexa. Est autem AP ad PC ut 2 ad 3 ergo & PC data erit. Ex datis autem AP & AR, datur PR; qua ablata ab RN, quam datam ostendimus, relinquitur PN. Sicut porro PC ad CG ita PN ad NF sive CV, itaque & hæc dabitur.

Jam consideranda est NZ tanquam axis superficiei convexæ CYI, quæ radium axi parallelum FC ita flectit versus Z, ut NZ ad ZC habeat rationem quæ est refractionis, hoc est, 3 ad 2; Unde ex datis NC & CV invenietur NZ, eodem modo atque superius in prima positione lentis plano convexæ. Jam vero propter triangula similia ZND, CPD, erit ZN ad CP ut ND ad DP; & componendo, ZN una cum CP ad CP ut NP ad PD. datas autem ostendimus ZN, CP, NP: ergo & PD hinc data erit. Datur autem & PR. Ergo & DR, a qua si auferatur RE jam ante inventa, relinquetur DE aberratio radii HC quæsita. Et hæc quidem methodus ad exactam supputationem adhibenda esset.

Invenimus autem & hic Regulam compendiosam qua, absque labore illo, lineam DE, sicut in præcedenti lente plano convexa, atque æque accuratè definire

 licet.

licet. Repertis enim tantummodo BG, GM, ex datis AB, NM, CG; ponendoque totam BM, hoc eſt, lentis craſſitudinem $= q$. ſemidiametrum AB $= a$; NM $= n$. Erit DE $= \frac{27aaq + 6anq + 7nnq}{6\,qu.\,\overline{a+n}}$, hoc eſt, ſicut ſexcuplum quadratum lineæ æqualis duabus AB, NM, ad vigintiſeptuplum quadratum AB, plus ſexcuplo rectangulo AB, NM, plus ſeptuplo quadrato NM, ita erit craſſitudo lentis BM ad aberrationem radii extremi DE. Quæ regula ut & ſequentes quas dabimus inventa eſt neglectis minimis, ſed neceſſario cum delectu.

Si itaque exempli gratia, lens IC fuerit æqualiter utrinque convexa, hoc eſt, ſi $a = n$, fiet DE $= \frac{5}{3}$ craſſitudinis BM. Unde patet lentem utrimque æqualiter convexam, latitudine & foci diſtantia iiſdem, cum lente plano convexa, cujus convexum exterius ſitum ſit, non æque bene atque illam radios parallelos colligere: talium enim lentium æqualis cum ſit craſſitudo, ut oſtenſum propoſ. XXVI, convenient radii in planoconvexa intra $\frac{7}{6}$ ſuæ craſſitudinis; at in hac æqualiter convexa intra $\frac{5}{3}$ ſuæ, hoc eſt, ejuſdem craſſitudinis: quorum intervallorum proportio eſt ea, quæ 7 ad 10.

Quod ſi ſemidiameter AB ad NM ponatur ut 2 ad 5; hoc eſt, a partium 2, & n partium 5; fiet ex hac regula DE æqualis $\frac{7}{6}q$, ſive craſſitudinis lentis. Adeo ut hujuſmodi lens æquiparanda ſit dictæ plano convexæ. Atque ita facile in quibuslibet inæqualium convexorum lentibus inveſtigari poteſt, quanto quæque melior ſit.

Quæſita vero minimi determinatione, hoc eſt, quænam forma lentis faciat aberrationem DE reliquis minorem, invenio debere eſſe AB ad NM ut 1 ad 6; ac tum quidem fit DE æqualis $\frac{15}{14}$ craſſitudinis; adeo ut hæc lens

lens optima omnium cenſenda ſit, quanquam plano-convexa non multum ei cedat.

Notandum autem ſemidiametrum AB ſemper ſumi ad eam ſuperficiem pertinere quæ radios parallelos primum excipit. Nam hæc eadem lens optima, ſi invertatur, multo deterior fit, facitque aberrationem DE æqualem $\frac{145}{42}$ craſſitudinis ſuæ.

Porro ſi ex data lentis foci diſtantia, ac ſemidiametro convexi exterioris invenienda ſit aberratio DE radii extremi; ex præcedente regula habebitur alia hoc modo. Nempe ſi foci diſtantia ſit $= d$, & ſicut prius AB $= a$, NM $= n$, craſſitudo lentis $= q$. quoniam d eſt $= \frac{2an}{a+n}$ ut patet ex propoſ. XVI, erit $n = \frac{ad}{2a-d}$. quo ubique ſubrogato in locum n in Regula priori $\frac{27aa + 6an + 7nnq}{6\,qu.\,a+n}$ $=$ ED, fiet $\frac{27aaq - 24adq + 7ddq}{6aa} =$ ED.

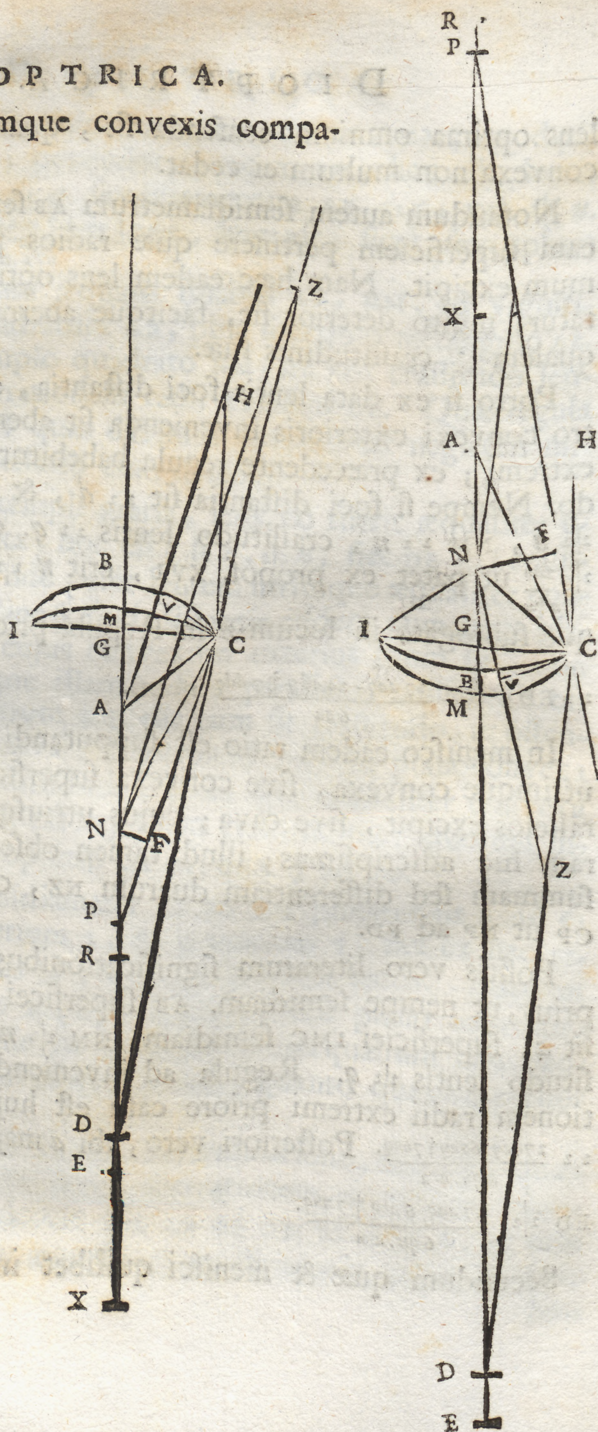
In meniſco eadem ratio eſt ſupputandi, quæ in lente utrimque convexa, ſive convexa ſuperficies radios parallelos excipit, ſive cava; cujus utriuſque caſus figuram hic adſcripſimus; illud tamen obſervandum non ſummam ſed differentiam duarum NZ, CP eſſe hic ad CP ut NP ad PD.

Poſitis vero literarum ſignificationibus iiſdem, quæ prius, ut nempe ſemidiam. AB ſuperficei exterioris IBC ſit a, ſuperficiei IMC ſemidiam. NM $= n$, & BM craſſitudo lentis $= q$. Regula ad inveniendam ED aberrationem radii extremi priore caſu eſt hujuſmodi: ED $= \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6\,qu.\,n-a}$. Poſteriori vero, ubi a major quam n, fit ED $= \frac{27aaq - 6anq + 7nnq}{6\,qu.\,a-n}$.

Secundum quæ & meniſci quilibet inter ſe & cum len-

lentibus utrimque convexis comparari possunt. Ut si, exempli gratia, in priore casu, ponatur superficiei cavæ semidiameter NM tripla semidiametri AB, hoc est, $a \;2|2\; 1$, $n \;2|2\; 3$. fiet ED $2|2\; 3q$, hoc est, tripla crassitudinis BM. At in lente optima supra definita, cujus foci distantia ac latitudo eadem esset quæ menisci IBCM, ac proinde eadem quoque crassitudo*; aberratio DE tantum $\frac{15}{14}$ haberet crassitudinis suæ, itaque apparet me-

* Prop. XXVI.



meniſcum hujuſmodi fere triplo deterius radios parallelos colligere quam lens illa omnium optima.

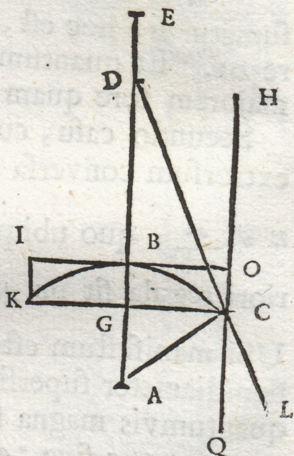
Sed nec ullus meniſcus tantum præſtat quantum lens planoconvexa, cujus ſphærica ſuperficies extrorſum collocatur; & tanto quiſque pejor eſt quanto magis cavam ſuperficiem alteram habuerit, eâdem ſcilicet manente foci diſtantia ac latitudine: quod in priore quidem caſu ſic fiet manifeſtum. Sit rurſus foci diſtantia $= d$. Ergo quia hæc æqualis eſt $\frac{2an}{n-a}$, ut patet ex propoſ. XVI, erit $a = \frac{dn}{2n+d}$, quo ſubſtituto ubique in locum a in Regula harum priori, fiet DE $= \frac{7ddq + 4dnq + 7nnq}{6nn}$, ſive $\frac{7}{6}\frac{ddq}{nn} + \frac{2}{3}\frac{dq}{n} + \frac{7}{6}q$. Ubi facile perſpicitur quo minor ſumetur n, hoc eſt, ſemidiameter NM, eo majorem fore DE. Et quantumlibet magna ſumetur n, ſemper DE majorem fore quam $\frac{7}{6}q$.

Secundo caſu, cum nempe cava ſuperficies meniſci extrorſum converſa eſt, quia foci diſtantia $d = \frac{2an}{a-n}$, erit $n = \frac{ad}{2a+d}$; quo ubique ſubſtituto in locum n in poſteriori regula fit DE $= \frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa}$ ſive $\frac{9}{2}q + 4\frac{dq}{a} + \frac{7}{6}\frac{ddq}{aa}$. Ubi manifeſtum eſt, quo minor ſumetur a, hoc eſt, ſemidiameter ſuperficiei cavæ, eo majorem fieri DE. Et quantumvis magna ſumetur a, ſemper DE majorem fore quam $\frac{27}{6}q$ ſive $\frac{9}{2}q$. adeo ut lens planoconvexa, licet plana ſuperficies extrorſum collocetur, ſemper tamen melior ſit meniſco, cujus cavitas itidem extrorſum converſa ſit. Oſtenſum enim eſt eam lentem facere aberrationem DE $= \frac{9}{2}$ craſſitudinis ſuæ.

PROPOSITIO XXVIII.

Concavarum lentium quænam melius radios parallelos dispergant investigare.

Concavarum nomine omnes eas lentes intelligimus quæ radios parallelos dispergere aptæ sunt, etsi alteram superficierum planam, aut etiam convexam habeant. Earum vero tanto melius quæque dispergere radios dicenda est, quanto propius ita eos inclinat ut tanquam ab uno puncto manare videantur, sive ut refractiones eorum retro productæ intra minimum spatium cum axe lentis conveniant.



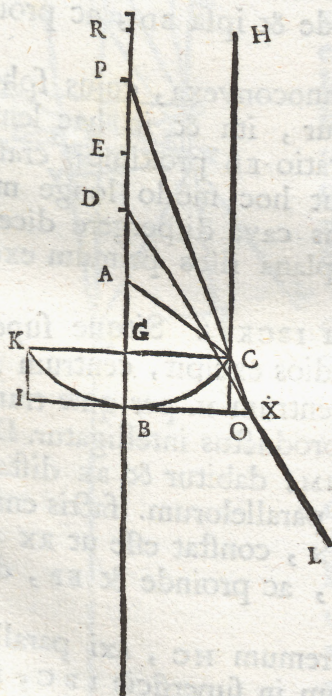
Sit primum lens planoconcava KBCOI, superficie plana OI radios parallelos excipiente, centrum vero superficiei concavæ sit A, axis lentis ABE; radius autem axi parallelus extremus sit HO, qui planam quidem superficiem irrefractus transibit. Ex cava autem egrediens ita frangatur ut pergat secundum CL, quæ retro producta conveniat cum axe in D. Punctum autem dispersus lentis sit E, quod invenitur ponendo BE duplam BA, ut constat ex prop. XI.

Ex qua etiam apparet, radios omnes parallelos qui minus ab axe distant quam HO, propius concurrere ad punctum E quam LCD, si nempe similiter refractiones eorum retro producantur. Est itaque lentis hujus aberratio DE, quæ ut inveniatur, eadem est calculi ratio

at-

atque in lente planoconvexa. Producta enim HC versus Q, factaque CG perpendiculari ad AB, junctaque CA, si putemus lentem planoconvexam esse KBCG, in quam cadat radius axi parallelus QC, necesse est eum ita refringi in C, puncto superficiei KBC, ut refractio ejus sit in directum refractioni CL radii HC†. Itaque incedet secundum CD. cujus proinde concursus cum axe AE, eodem calculo quo supra in lente plano convexa investigabitur. Quemadmodum igitur illic, ita & hic erit aberratio ED 2|2 $\frac{9}{2}$ crassitudinis lentis OC, sive BG. quæ crassitudo invenitur, ut illic, ex datis AB, CG.

† Prop. 1.



At in eadem lente contrario modo collocata, ut nempe superficies cava KBC radios parallelos excipiat, duæ sunt radiorum refractiones. Radius enim HC, primum in C frangitur, ferturque inde secundum CX, quæ retro producta cum axe conveniat in P, ac rursus ex plana superficie egrediens in X pergit secundum XL, quæ retro producta convenit cum axe citra punctum P, puta in D. Est autem distantia BE puncti dispersus lentis sic positæ dupla rursus BA: Inveniturque aberratio radii extremi ED hoc pacto.

Primum refractio radii HC facta in superficie cava KBC nempe CX in eandem rectam

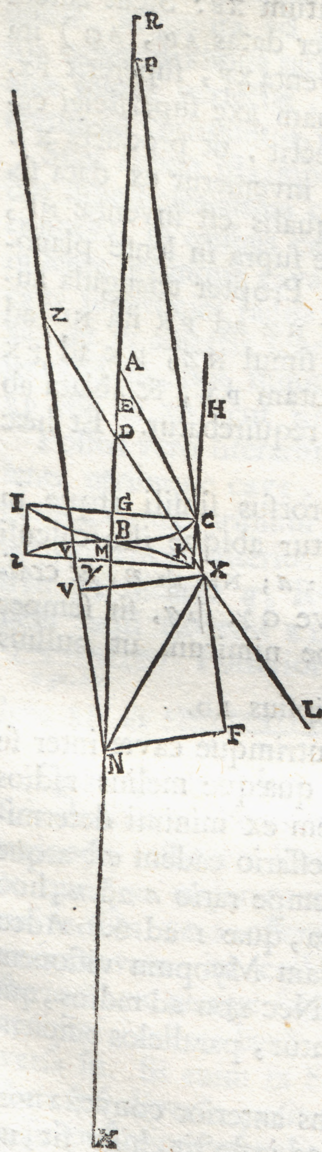
convenit cum refractione radii OC axi lentis paralleli, si superficies CBK convexa foret, adeoque invenietur AP intervallum quo distat concursus productæ CX, a centro A, eodem modo, atque supra in lente planoconvexa; estque hic rursus AP ad PC ut 2 ad 3. Ergo & PC dabitur. Sicut autem GP ad PC ita BP ad PX. Ergo & hæc data erit, & ex eadem triangulorum similitudine dabitur & BX. Jam vero cum secundâ refractione radius CX ita inflectatur in XL, ut concurrente ea cum axe in D, ratio PX ad XD sit eadem quæ refractiones vitri metitur, nempe quæ 3 ad 2; dataque sit PX. etiam XD dabitur, a cujus quadrato auferendo quadr. BX, habebitur quadr. BD, unde & ipsa BD, ac proinde & DE.

Est autem sicut in lente planoconvexa, cujus sphærica superficies exterior ponitur, ita & in hac lentis concavoplanæ positione aberratio ED proximè $\frac{7}{6}$ crassitudinis CO sive GB. Adeo ut hoc modo longe melius radios parallelos hæc lens cava dispergere dicenda sit quam cum superficie plana illos primum excipit.

Esto jam lens utrinque cava IBCKBi. Sitque superficiei IBC, quæ parallelos radios excipit, centrum A; alterius vero superficiei iBK centrum N. per quæ transiens axis lentis NA utrimque productus intelligatur. Datis igitur semidiametris AB, NM, dabitur & BE distantia puncti dispersus radiorum parallelorum. factis enim BR tripla BA, & MX tripla MN, constat esse ut RX ad RN ita RB ad RE*; unde RE, ac proinde & EB, datam esse liquet.

* Prop. XVII.

Ponamus porro radium extremum HC, axi parallelum, post refractionem primam in superficie IBC, ita ferri secundum CX, ut retroproductus conveniat cum axe



axe in P. Altera vero refractione, in superficie i MK, flecti eam secundum XL, quæ retro producta conveniat cum axe in D. Aberratio itaque radii extremi H C est DE, quam paulo alia ratione hic inveniri ostendemus, quam in lente utrinque convexa. Sed prius animadvertendum est, licet superficies i MK ad X producta intelligatur, atque ita paulo amplius pateat quam superficies IBC, crassitudinem tamen lentis eam hic statui Gγ quæ est æqualis CK parti nimirum rectæ HC inter superficiem utramque interceptæ. Sicut & apertura lentis dupla CG censenda est, non vero distantia dupla ab axe puncti X.

Sit jam NZ parallela CP; atque ei occurrat producta XD in Z. ducatur deinde XV perpendicularis ad NZ, & NF ad PX productam.

Primum itaque ex datis AB, CG, inveniuntur AP, PC, ut modo in lente planoconcava. Ex datis autem AP, AR datur PR, qua ablata ab RN, quæ data est, relinquitur PN. Porro sicut PC ad CG, quæ datæ sunt, ita PN ad NF, cujus quadrato subtracto a

 quadr.

quadr. NX, reliquum erit quadratum XF: Sicut autem PC ad PG (quæ data est, propter datas AP, AG) ita PN ad PF, a qua si auferatur inventa XF, supererit PX. Consideratâ jam rursus NZ tanquam axe superficiei cavæ XMI, quæ radium CX ita flectit, ut producta XL ad Z, sit NZ ad ZX ut 3 ad 2, invenietur ex data semidiametro NX & VX, quæ æqualis est inventæ NF, distantia NZ, eodem modo atque supra in lente plano-convexa ac positione ejus prima. Propter triangula autem similia DPX, DNZ, erit ut NZ ad PX ita ND ad DP, & componendo ut utraque simul NZ, PX ad PX ita NP ad PD. qua addita ad datam PR, & ablata ab utrisque RE, supererit ED quæ requirebatur. Et hæc quidem calculi ratio exacta.

Verum eadem ED, regulâ prorsus simili atque in lente utrinque convexa, invenitur absque illo calculi labore. Nam posita ut illic AB $\propto a$; NM $\propto n$, & crassitudine lentis quæ hic est CK sive Gγ. $\propto q$, fit semper ED $\propto \frac{27aaq + 6anq + 7nnq}{6\,qu.\,a+n}$, tam prope nimirum ut nullius momenti sit differentia respectu ipsius ED.

Secundum hæc omnes lentes utrimque cavæ inter se comparari possunt, ac quanto quæque melius radios dispergat reperiri. Optima autem ex minimi determinatione invenietur, quæ hic necessario eadem est atque in lente utrimque convexa; ut nempe ratio a ad n, hoc est, semidiametri AB ad NM sit ea, quæ 1 ad 6. Adeo ut hujusmodi lens ad corrigendam Myopum visionem omnium optima censeri debeat. Nec non ad radios, qui ad unum aliquod punctum feruntur, parallelos efficiendos.

Sed quoniam in telescopiis lens anterior convexa non perfectè ad punctum unum radios inflectit, hinc fit, ut si

ſi cava quæratur quæ optime ad parallelifmum eos reducat, atque ita ad oculum tranſmittat, nequaquam illa quam diximus rationis ſexcuplæ deligenda ſit, ſed aliæ minus perfectæ, quarum nempe vitiis compenſantur ac corriguntur vitia lentis convexæ.

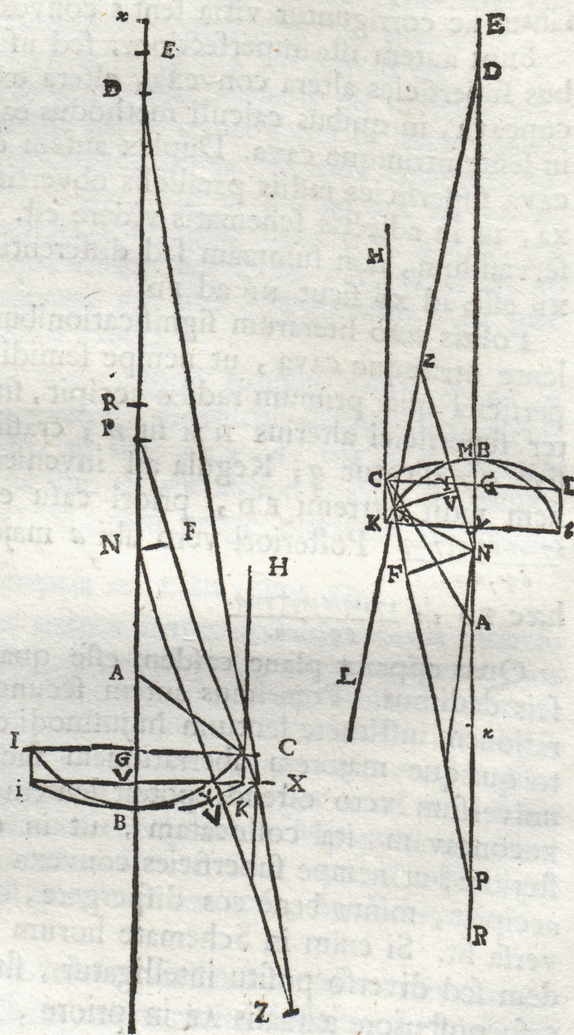
Sunt autem iſta imperfectiora, ſed uſu meliora, quibus ſuperficies altera convexa, altera ex minori ſphæra concava, in quibus calculi methodus eadem plane quæ in lente utrimque cava. Duplex autem caſus, quia vel cava ſuperficies radiis parallelis obvertitur, vel convexa, ut in adjectis ſchematis videre eſt. In quibus obſervandum, non ſummam ſed differentiam duarum ZN, XP eſſe ad XP ſicut NP ad PD.

Poſitis vero literarum ſignificationibus iiſdem quæ in lente utrimque cava, ut nempe ſemidiameter AB, ſuperficiei quæ primum radios accipit, ſit a, ſemidiameter ſuperficiei alterius NM ſit n; craſſitudo lentis CK ſive Gγ dicatur q; Regula ad inveniendam aberrationem radii extremi ED, priori caſu erit iſta, ED $2|2$ $\frac{27aaq - 6anq + 7nnq.}{6 qu. n-a}$ Poſteriori vero ubi a major quam n, erit hæc ED $2|2$ $\frac{27aaq - 6anq + 7nnq.}{6 qu. a-n.}$

Quas apparet plane eaſdem eſſe quas ante in meniſcis dedimus. Poterimus autem ſecundum has comparationem inſtituere lentium hujuſmodi cavarum & quanto quæque majorem aberrationem faciat definire. In univerſum vero oſtendi poteſt lentem eandem convexoconcavam ita collocatam, ut in caſu horum poſteriore, ut nempe ſuperficies convexa radios parallelos accipiat, minus benè eos diſpergere, quam ſi aliter inverſa ſit. Si enim in Schemate horum utroque lens eadem ſed diverſo poſitu intelligatur, ſitque proinde NM caſu poſteriore æqualis AB in priore, ac utraque dicatur

tur a; item AB in posteriore æqualis NM in priori, atque utraque dicatur n: manifestum est, posteriore casu fore jam ED $2|2$ $\frac{27\,nnq - 6\,anq + 7\,aaq.}{6\,qu.\,n-a}$ At priore erat ED $2|2$ $\frac{27\,aaq - 6\,anq + 7\,nnq.}{6\,qu.\,n-a}$

Ergo cum n sit major quam a ideoque $27\,nn + 7\,aa$ major quam $27\,aa + 7\,nn$, apparet ED posteriore casu semper majorem fore quam priori. Atque idem in menisco diversimode collocato obtinere perspicuum est.



Qua porro ratione Meniscus quisque tanto pejus radios colligere ostensus fuit, quanto magis cavam superficiem alteram habuerit, manente eadem foci distantia ac latitudine len-

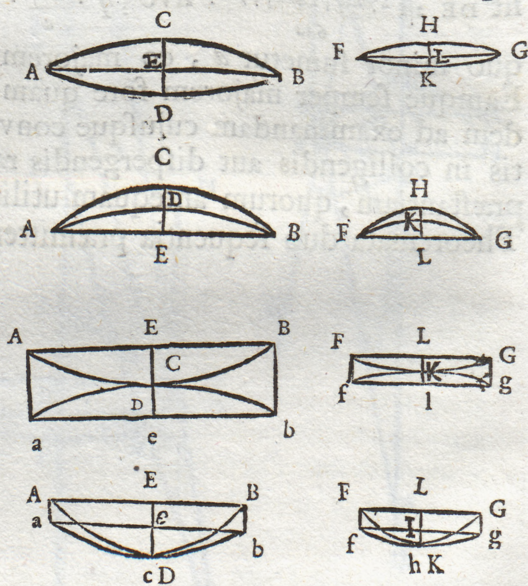
lentis eâdem poterit & hic de lente convexoconcava ostendi, tanto pejus eam radios parallelos dispergere, quanto magis convexam alteram superficiem habuerit. Etenim cum hic, priore casu, sit puncti dispersus distantia ME, quæ dicitur d, æqualis $\frac{2an}{n-a}$ ideoque $a = \frac{dn}{2n+d}$, fiet ex priore regula, substituto ubique $\frac{dn}{2n+d}$ in locum a, DE $= \frac{7ddq + 4dnq + 7nnq}{6nn}$ sive $\frac{7ddq}{6nn} + \frac{2}{3}\frac{dq}{n} + \frac{7}{6}q$. Ubi patet, quanto minor sumetur n tanto majorem fore DE, ac semper majorem fore, quam $\frac{7}{6}q$.

Rursus secundo casu, cum sit $d = \frac{2an}{a-n}$, erit $n = \frac{ad}{2a+d}$, quo ubique reposito in locum n in posteriore regula, fit DE $= \frac{27aaq + 24adq + 7ddq}{6aa}$ sive $\frac{9}{2}q + \frac{4dq}{a} + \frac{7}{6}\frac{ddq}{aa}$. Ubi apparet, quo minor sumetur a, eo majorem iterum fieri DE: Eamque semper majorem fore quam $\frac{9}{2}q$. Et hæc quidem ad examinandam cujusque convexæ aut cavæ lentis in colligendis aut dispergendis radiis facultatem ac præstantiam, quorum antequam utilitatem ostendamus, Theoremata duo sequentia præmittenda sunt.

PROPOSITIO XXIX.

In lentibus diversarum latitudinum, convexis aut concavis, quæ superficies radiis expositas ex eadem sphæra habuerint, itemque adversas superficies ex eadem sphæra licet a priori diversa, vel quæ alteram harum superficierum planam habuerint; Aberrationes radiorum extremorum axi parallelorum sunt inter se sicut lentium crassitudines, sive etiam ut latitudinum quadrata.

Crassitudines lentium hujusmodi esse inter se sicut quadrata latitudinum, facile ostenditur ex demonstratis propos. XXIV. Si namque sint utrimque convexæ, ut primum par hic depictarum, ACBD, FHGK, quarum crassitudines seu axes CD; HK. hic ergo ductis AB, FG, rectis quæ latitudines lentium definiant, secentque CD, HK in E & L; constat, quia segmenta ACBE, FHGL sunt æqualium circulorum, fore eorum altitudines CE ad HL ut quadr. AB ad quadr. FG *; tam prope nimirum in exiguis hujusmodi circulorum portionibus, ut nullius momenti



* Prop. XXIV.

menti sit differentia. Eadem ratione & DE erit ad KL ut quadr. AB ad qu. FG, ac proinde & tota CD ad HK ut quadr. AB ad qu. FG.

In meniscis autem, qui secundo loco hic ponuntur, concludemus & differentiam duarum CE, DE, esse ad differentiam duarum HL, KL, hoc est, crassitudinem CD ad HK ut quadr. AB ad quadr. FG.

In lentibus utrimque cavis, quarum superficies ACB, aDb sese contingere ponuntur, itemque FKG, fKg; quarumque crassitudines Ee & Ll, eadem est demonstratio, quæ in utrinque convexis.

Et in cavoconvexis eadem, quæ in meniscis.

Quod si vero vel convexarum vel cavarum lentium altera superficies plana fuerit, manifesta ex his, quæ dicta sunt, est demonstratio.

Superest ut ostendamus aberrationes radiorum extremorum in unoquoque pari esse inter se ut lentium crassitudines; quod in planoconvexis & planoconcavis quidem ita se habere manifestum est, cum in his aberratio radii extremi ex suprascriptis sit vel $\frac{9}{2}$ crassitudinis lentium, si nempe plana superficies radios parallelos excipiat, vel $\frac{7}{6}$ ejusdem crassitudinis, si sphærica superficies radiis dictis exponatur. At in lentibus reliquis mixtis, quum ex Regulis supra traditis appareat manentibus iisdem semidiametris utriusque superficiei, eandem etiam manere rationem crassitudinis lentis ad aberrationem radii extremi, ED; sequitur eadem proportione aberrationem hanc imminui qua decrescit lentis crassitudo; hoc est, secundum rationem quam habent latitudinum quadrata; Exempli gratia, cum in lente utrimque convexa dixerimus esse sicut sexcuplum quadratum compositæ ex semidiametris utriusque convexitatis ad vigintiseptuplum quadratum AB, plus se-

 ptuplo

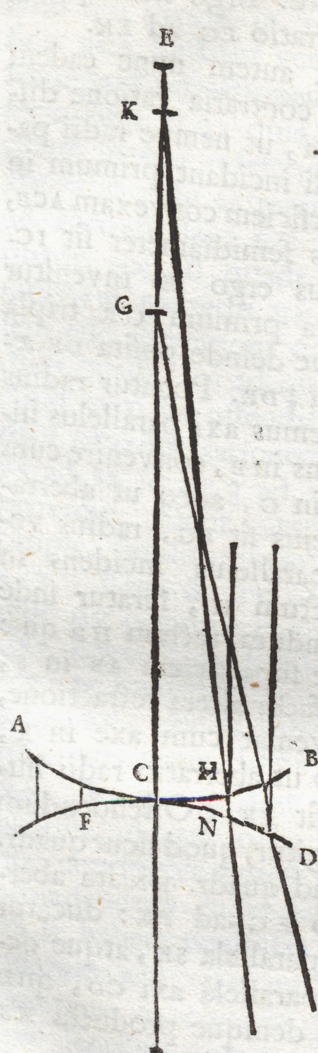
ptuplo quadrato NM, plus ſexcuplo rectangulo AB, NM, ita craſſitudinem lentis ad aberrationem ED; apparet rationem quæ eſt inter has eandem manere, manentibus ſemidiametris AB, NM iiſdem, ac proinde ſicut craſſitudines lentium talibus convexis præditarum, ita eſſe inter ſe earum aberrationes.

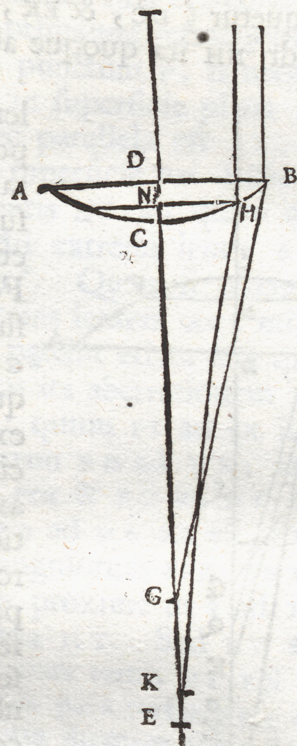
PROPOSITIO XXX.

In lente quavis convexa aut cava aberrationes radiorum axi parallelorum ſunt inter ſe ſicut quadrata diſtantiarum eorundem radiorum ab axe.

In cavis lentibus facilior hujus rei eſt demonſtratio pendetque a proximè præcedenti. Sit enim lens cava ACBDCF cujus axis CE: punctum diſperſus E: Radiuſque axi parallelus in B punctum incidens ita diſpergatur ut retro productus conveniat cum axe in G; alius vero radius parallelus axi, ſed propinquior incidens in H punctum diſpergatur, ita ut productus retro conveniat cum axe in K. Ut igitur appareat aberrationem EG eſſe ad EK ſicut quadr. diſtantiæ puncti B ab axe, ad quadr. diſtantiæ puncti H; conſiderandum eſt ita ſe rem habere, ac ſi ſint lentes duæ diverſæ DBA, NHF, quarum dimidiæ latitudines ſint dictæ diſtantiæ punctorum B & H ab axe. Cumque ſphæricæ ſuperficies utrique lenti ſint eædem, patet ex prop. præcedenti craſſitudines earum BD, HN, ita eſſe inter ſe ſicut quadrata illarum dimidiarum latitudinum. Sicut autem craſſitudines BD, HN, ita ſunt inter ſe & aberrationes EG, EK, Ergo & harum ratio eadem eſt quæ quadratorum a diſtantiis punctorum B & H ab axe.

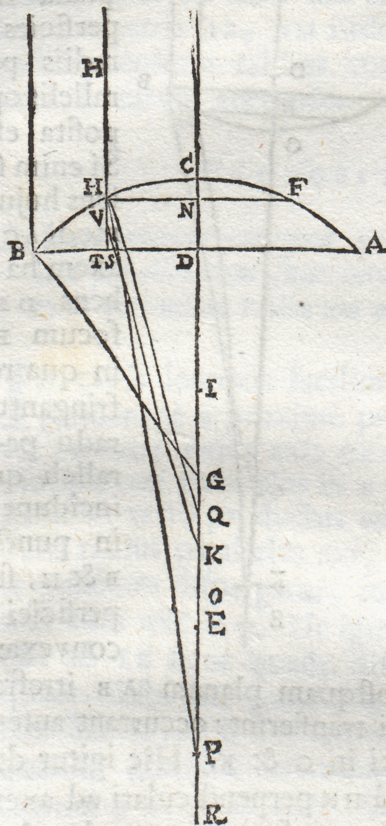
Non abſimilis quoque demonſtratio eſt in lente plano-con-





noconvexa, cum plana superficies radiis parallelis opposita est. Si enim sit lens hujusmodi ACB, axem habens DE, focum E, in qua refringantur radii paralleli qui incidunt in puncta B & H, superficiei convexæ, postquam planam AB irrefracti transierint: occurrant autem axi in G & K. Hîc igitur ductâ HN perpendiculari ad axem DC, rursus tanquam duæ lentes planoconvexæ considerandæ sunt, quarum crassitudines DC & NC. Sicut autem quadratum BD, ad quadratum HN ita est DC ad NC; & sicut DC ad NC ita aberratio EG ad EK,

cum EG æquetur $\frac{9}{2}$ DC, & EK, $\frac{9}{2}$ NC. Ergo ſicut quadr. BD ad quadr. NH ita quoque aberratio EG ad EK.



Sit autem nunc eadem lens contraria ratione diſpoſita, ut nempe radii paralleli incidant primum in ſuperficiem convexam ACB, cujus ſemidiameter ſit IC. Focus ergo E invenitur ſumta primum CR tripla CI, ac deinde poſita DE æquali $\frac{2}{3}$ DR. Ponatur radius extremus axi parallelus incidens in B, convenire cum axe in G, adeo ut aberratio ejus ſit EG, radius vero parallelus incidens in punctum H, feratur inde ſecundum rectam HP quæ ſecet ſuperficiem AB in S, ubi facta altera refractione, conveniat cum axe in K, adeo ut aberratio radii hujus ſit EK. Oſtendendum eſt igitur, quod ſicut quadr. BD ad quadr. HN ita aberratio EG ad EK: ducatur HQ parallela SK, atque occurrat axi in Q. Sit etiam HT parallela axi CD, quæ ſuperficiei AB occurrat in T; ac denique producta KS occurat ipſi HT in V.

Quod ſi jam conſideretur tanquam lens alia planoconvexa HCFN, ejus focus O invenietur ſumendo NO æqua-

æqualem $\frac{2}{3}$ NR. Radius autem ejus extremus axi parallelus qui incidit in H, primaque refractione in superficie BCA flectitur versus punctum P, is necessario post secundam refractionem, in superficie plana HN feretur secundum HQ, quia hæc parallela est SK, secundum quam incedit refractus a superficie BD. Esset itaque QO aberratio radii extremi lentis HCFN; quam constat esse ad aberrationem GE radii extremi lentis ACB, sicut quadr. HN ad quadr. BD *. Quare si ostendatur aberrationem EK radii HH, trans lentem ACB missi, æqualem esse aberrationi OQ; patebit etiam esse quemadmodum quadr. BD ad qu. HN ita aberrationem EG ad EK. Illud vero sic ostenditur: quum PS ad SK habeat eandem proxime rationem quam PD ad DK; ratio autem PS ad SK sit ut 3 ad 2 †. erit & PD ad DK ut 3 ad 2 proximè. Sicut autem PD ad DK ita est HT ad TV, propter similitudinem triangulorum SPD, SHT, & SKD, SVT. Ergo & HT ad TV proxime ut 3 ad 2; ac proinde HV proxime pars tertia HT. Sed HV æqualis est QK. Ergo & QK similiter pars tertia HT vel ND. Cum vero ex constructione sit RE pars tertia RD; & RO pars tertia RN; erit & differentia duarum RE, RO, nempe OE, pars tertia differentiæ duarum RD, RN, quæ est DN. Itaque apparet OE æqualem esse QK. quare si utrique addatur OK, vel utrinque auferatur (nam & hoc contingere potest) erit & KE æqualis QO; quod ostendendum supererat. Hæc autem intelligenda sunt ita se habere neglectis minimis differentiis quæ respectu ipsarum KE, QO nullius momenti sunt. Qua ratione theorema in cœteris quoque omnibus convexis cavisque lentibus verum erit, ut calculo analytico comperimus.

* Prop. præc.

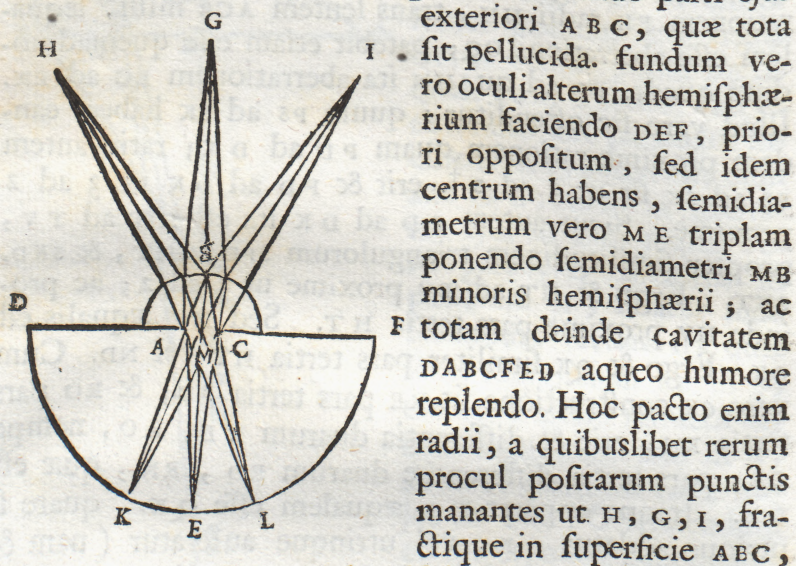
† Prop. 3.

PRO-

PROPOSITIO XXXI.

Oculi constructionem & quæ sit videndi ratio explicare.

Perpensis quæ superius prop. XXI. exposuimus, videatur hoc modo non absurde oculum fabricari potuisse; nempe hemisphærii figuram tribuendo parti ejus exteriori ABC, quæ tota sit pellucida. fundum vero oculi alterum hemisphærium faciendo DEF, priori oppositum, sed idem centrum habens, semidiametrum vero ME triplam ponendo semidiametri MB minoris hemisphærii; ac totam deinde cavitatem DABCFED aqueo humore replendo. Hoc pacto enim radii, a quibuslibet rerum procul positarum punctis manantes ut H, G, I, fractique in superficie ABC, ad totidem puncta cavi hemisphærii DEF collecti fuissent; nempe qui ex G in E, qui ex G in E, qui ex H in L, qui ex I in K. Quoniam autem non satis perfecta est, quæ fit a sphærica superficie, radiorum collectio, nisi eorum tantum qui axi proximi incedunt; oportune remedium ei rei adhiberi poterat obvelando totam hemisphærii minoris basin AC, præterquam circa centrum M, ubi foramen modicum relinquendum erat.

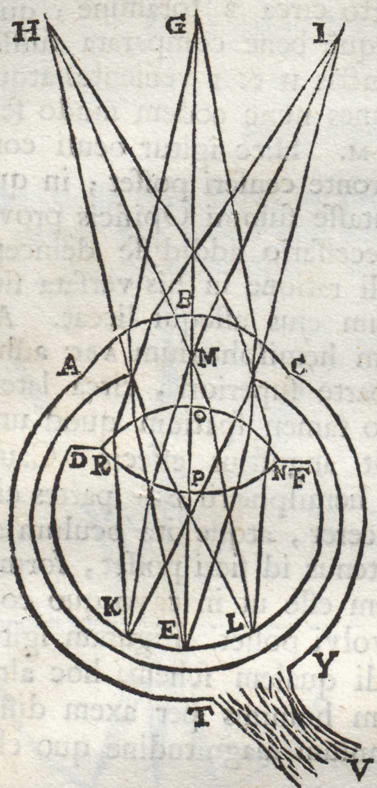


erat; hoc enim multo melius quam si exterior superficies A B C contegatur, relicto circa B foramine; quia tunc superficies ABC non æquè bene comparata fuisset ad excipiendos radios a punctis H & I venientes atque ad illos ex G, ad quos omnes nunc eodem modo sese habet, facto foramine ad M. Hæc igitur oculi constructio non aliena prima fronte censeri posset; in qua tamen aliqua prudenter mutasse summi Opificis providentiam, aliqua etiam necessario addidisse deinceps videbimus, etsi adeo subtili ratione in his versata sit, ut non in omnibus artificium ejus assequi liceat. Ac primum quidem non totum hemisphærium ABC adhibere voluit, sed retenta parte superiori, circa latera multum abstulit, neque eo tamen spatium quod uno obtutu visus comprehendit angustius effecit. Causa autem auferendi erat ut & hemisphærii DEF partes circa D & F introrsum reduceret, atque ita oculum ad sphæræ rotunditatem, quatenus id fieri posset, formaret. Volebat enim mobilem esse ut in cavo quo continetur quaquaversum convolvi posset. Figuram igitur exteriorem dedit hujusmodi qualem schema hoc alterum exhibet, quod oculum hominis per axem dissectum refert, duplicata omnium magnitudine quo clarius paterent.

Hîc corneæ pars pellucida est ABC; reliqua majoris sphæræ & opaca A T Y C, quæ exteriorem oculi tunicam componit. Intra hanc duas alias Anatomici distinguunt, quarum intima ex tenuissimis nervi optici VT fibris contexta, ac circa fundum oculi KEL albescens, retina dicitur. Cæterum cavitatem oculi non uno liquore, sed tribus inter se diversis complevit; quorum qui spatio ABCFNORDA continetur plane fluidus est; qui vero spatio DRPNFLKD paulo crassior in-

 star

ſtar ovi albuminis ; tertius autem qui lenticulam conſtituit RONP, ſecundo liquori adhærentem, & filamentis DR, NF circum undique extentis affixam, durus quodammodo, ſicut albumen igni coctum ; verum pellucidus plane, uti reliqui duo. Differt autem ab illis etiam refractione, quam aliquanto majorem habet, unde fit ut radii, qui extrinſecus a punctis H, G, I, venientes, atque in corneæ ſuperficie ABC fracti, jam convergebant, exiguam iterum refractionem patiantur in utraque lentis OP ſuperficie, qua quidem paulo magis adhuc convergunt, atque ita ut in totidem punctis L, E, K, in fundo oculi referant illa, unde venerunt, puncta H, G, I. Ac fortaſſe quidem, ſecunda illa refractione in lente RN, ita radii diriguntur ut recipiendæ rerum picturæ apta jam ſit cavitas ſuperficiei KEL, quæ alioqui è majori ſphæra eſſe deberet, ſicut in priori figura efficta fuit. Verum & alia major fuit neceſſitas adhibendæ lentis hujus, nempe ut ejus auxilio æque ad res longinquas, ac in proximò ſitas, oculus adaptaretur ; quod in noſtro illo



lo superius exposito oculo deerat. Hoc autem fieri potest duobus modis, ut vel accedat propius ad corneæ superficiem dicta lens cum res prope positæ contuendæ sunt, vel ut in formam paulo convexiorem colligatur; vel etiam ut utrumque accidat. Quod si accedit ad corneam, id fieri oportet prementibus oculi latera musculis, atque una humorem vitreum cui lens RN inhærere dicta est. At si figuram mutare lens eadem dicatur, rotundiorque fieri cum ad res prope admotas respicimus, videntur presso a musculis oculo remitti filamenta DR, NF, quæ prius undique eam tendentia planiorem efficiebant. Potest autem, ut jam dixi, & utrumque horum simul fieri. Porro pupillæ M locum, non ita ut nos supra, in centro convexitatis ADE statuit, sed propius paulo illi admovit, incertum qua de causa, nisi quod & hoc aliquid facere potest, quo superficies retinæ KEL, ea qua nunc est cavitate, apta sit recipiendis imaginibus, cum alioqui amplioris sphæræ esse debuisset. Diametrum sphæræ totius AL invenio unciam circiter esse pedis nostri Lugdunensis, qui pæne idem est ac vetus Romanorum; unciæ vero tres quintas habet diameter convexitatis corneæ ABC. Pupillæ M latitudo certam mensuram non habet; est enim, uti quivis experiendo explorare potest, major cum minor lux oculo affulget: soloque lucidæ rei aspectu contrahitur, vel item, cum ea quæ prope oculo admoventur intueri conamur. Insigni autem artificio ita fabricata est, ut, mutata magnitudine, semper sibi constet rotunditas. Sed in hæc inquirere non est nostri instituti; multoque minus quomodo, quæ in fundo oculi pictura visibilium formatur, inde ad cerebrum mentemque nostram perferatur; cumque inversa sit, rectas tamen res nobis videri faciat; utque oculis duobus,

bus, non tamen duplices; quæ & obſcuriora omnia arbitror, quam ut mortalium ulli perveſtigari queant.

PROPOSITIO XXXII.

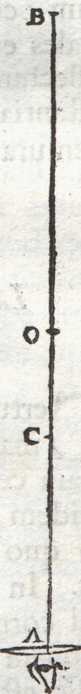
Senum & Myopum oculis auxilium comparare lente vitrea.

Ex his quæ de conſtructione oculi ac videndi ratione explicuimus, facile eſt porro colligere quomodo affecti eſſe debeant oculi eorum, qui tantum remota diſtincte cernunt, ut Senes; vel qui tantum proxima, ut Myopes. Cum enim radiorum e propinquo puncto venientium concurſus neceſſariò longius abſit a ſumma oculi ſuperficie quam eorum qui a longe remoto adfluunt, non poterit & longinquæ rei & propinquæ in eodem oculo perfecta imago depingi, niſi ea facultate præditus ſit, ut humoris cryſtallini vel figuram vel ſitum aliquatenus immutare poſſit, atque ita nunc ad has nunc ad illas res ſe accommodet. Quare quibus ad omnia æque oculi valent, iis tales obtigiſſe certum eſt. Senibus vero ac multis quoque citra ſenectutem rigidiores ſunt, parumque intus mobiles, quibus proinde tantum qui e longinquo veniunt radii, aut certè a duorum vel trium pedum intervallo, accuratè in fundo oculi coguntur. At myopes ſeu luſcitioſi propinqua omnia, dummodo non ultra certum terminum, puta pedis duas tertias aut etiam minus, receſſerint, diſtinctè conſpiciunt; unde parumper forſan formam oculorum accommodare poſſunt diverſis viſibilium diſtantiis, ſed non eouſque ut radios parallelos, ſive a procul diſſita re venientes, in retina ad punctum colligant. Sed ob nimiam convexitatem ante eos colligant quam ad

ocu-

oculi fundum pervenerint. Et hæc quidem ita se habere eo ipso manifestum est, quod vitium utrumque, admotis oculo certæ figuræ lentibus emendari potest. Myopi enim nimiam convexitatem minuit lens cava, Presbytis vero convexa contraria ratione medetur. Quarum itaque lentium figura ut cujusque oculis quam aptissima inveniatur, primum constitutio eorum & defectus quantitas hoc modo exploranda est.

Si seni auxilium quæratur, visibile aliquod paulatim ab oculis ejus removere oportet, quoad primum distincte illud absque incommodo suo cernat; atque eam distantiam signare, quia visus constitutionem certo determinat. Si enim dicta distantia sit inventa AB, atque is ad quem pertinet positus in A, conetur videre punctum propinquum C; fiet, dirigendo oculum utrumque ad C, ut simul utrique intrinsecus quidem aliquantum mutentur ab ea dispositione quam habebant ad longinqua conspiciendum, sed hoc tantummodo consequentur ut distincte contueantur ea quæ sunt ad distantiam AB. Itaque lente ejusmodi opus est, quæ oculo admota radios ex C puncto venientes inflectat quasi veniant ex B. Sit igitur ut BC ad CA ita CA ad CO. Eritque tota AO semidiameter superficiei lentis vitreæ utrinque æqualiter convexæ, quæ propositum efficiet. Vel idem quoque efficiet lens quævis quæ focum seu punctum concursus parallelorum habebit ad distantiam AO.



Quia enim ex constructione, CO est ad CA ut CA ad CB; suntque CO & CB ad eandem partem puncti C; O vero punctum concursus parallelorum lentis in A; sequitur ex propos. XX. radios

dios a c puncto manantes, post refractionem in lente A, ita flecti ac si venirent ex B. Quare oculo illi quem diximus, cuncta intervallo A C remota, ejusmodi lentium ope distincte percipientur.

Rursus si Myopi comparandum sit conspicillum quo longinqua perfectè discernat, quærenda est tantum distantia maxima, ex qua visibile admotum videat distinctè, atque ea ipsa erit longitudo semidiametri sphæræ secundum quam ab utraque parte lentem vitream excavare oportet. Vel si ab altera tantum parte cava, ab altera plana desideretur oportet ejus cavitatis semidiameter sit prioris subdupla. Quævis enim harum lentium oculo admota efficiet ut radii incidentes paralleli (tales enim censentur a longinquis punctis venientes) inflectantur tanquam venirent a puncto dispersus, cujus distantia ab oculo erit eadem, quæ illi distinctè videndi mensura erat, ut apertum est ex propos. XV & XVII.

PROPOSITIO XXXIII.

Lentem vitream invenire qua sub aquis positi distincte videant.

Certum est nec pisces ex aqua extractos, nec animalia cœtera sub aquam demersa, distinctè quidquam cernere posse. Urinatores enim sub aqua vident quidem, sed distinctè videre nequeunt; at eo ferè modo quo senex cum lentem valde cavam oculo apponit. In horum namque oculis, quoniam humor aqueus, qui corneæ tunicæ subjacet, fere eandem aquæ refractionem habet, sicut experientia compertum est, necesse est sub aquam mersis nullam in primo oculi introitu fieri radiorum extrinsecus incidentium refractionem;

nem; nec refert quidem an corneæ ipsius refractio diversa sit, quia cum duabus superficiebus constet parallelis, atque utrinque æqualis refractionis diaphano tangatur, radios omnes quasi rectos transmittet. Radii itaque, qui oculo extra aquam posito, ad corneæ superficiem refracti, inde jam convergentes tendebant ad humorem crystallinum, ii nunc in eum paralleli deferentur; neque sufficiet humoris crystallini refractio ad cogendos eos in fundo oculi, sicut solet, sed ulterius situm erit eorum concursus punctum: unde videndi confusio. Piscibus autem extra aquam magna continget in exteriore oculo refractio, quæ sub aquis vel nulla erat, vel certe multo minor; atque ita in eorum oculis concursus radiorum fiet antequam ad fundum pervenerint, unde nihil nisi confuse conspicere eos posse consequitur. Cœterum hominis visus sub aqua ut emendetur, ejusmodi lens invenienda est, quæ oculo admota radios æque convergentes ad humorem crystallinum transmittat, atque a superficie oculi exteriore venire solent extra aquam agentibus. Quod quidem facile est, cum refractionis vitri sub aqua sciamus eam esse proportionem, quæ 9 ad 8 (quæ nempe componitur ex proportione refractionis vitri in aere, quæ est 3 ad 2, & aquæ in aere inversa, quæ est 3 ad 4. Hoc enim cum experientiæ consentit, tum rationi physicæ, quam in libro de Luce exposuimus. Quandoquidem posita celeritate lucis in aqua ad celeritatem ejus in aere, sicut 3 ad 4; itemque celeritate in aere ad celeritatem in vitro, sicut 3 ad 2, sequitur celeritatem in aqua ad celeritatem in vitro esse ut 9 ad 8) cumque & corneæ tunicæ qua diaphana est, convexitatem cognitam habeamus. Est enim sphæricæ superficiei portio cujus diameter ' unciæ pedis nostratis seu Romani ve-

veteris, ut in oculi descriptione annotavimus.

Sit jam igitur AC exterius oculi convexum cujus semidiameter AB, & ponatur ratio refractionis humoris aquei eadem quæ est aquæ, id est, 4 ad 3. Igitur sumtâ BD triplâ semidiametri AB, certum est radios parallelos, oculo extra aquam posito, ita flecti ad superficiem AC ut cogantur ad distantiam AD*. Demerso autem oculo nulla ad AC fit refractio; quare opponenda ibi est lens vitrea quæ refractione sua sub aqua, radios parallelos axi AB colligat in puncto D. Sit ea lens FAK, superficie una plana, altera vero, quæ proxime oculo admoveatur, convexa semidiametro HA. Si igitur hac lente radii paralleli colliguntur ad punctum D, habebit HD ad DA proportionem refractionis, ut constat ex propos. XIV. Est autem proportio hæc, refractionis nempe vitri sub aqua quæ 9 ad 8. Itaque HD ad DA ut 9 ad 8. & dividendo HA ad AD ut 1 ad 8. Sed DA est ad AB ut 4 ad 1, sive ut 8 ad 2. Ergo exæquo HA ad AB ut 1 ad 2. Erat autem AB $\frac{3}{10}$ unciæ. Ergo HA $\frac{3}{20}$ unciæ, atque ita nota jam est forma lentis FAK. Quod si vero in locum ejus aliam desideremus, æqualiter utrinque convexam, apparet ejus superficies utrasque ejusdem fore convexitatis cujus est corneæ superficies AC; hoc est, a sphæra, cujus diameter habeat unciæ $\frac{3}{5}$.

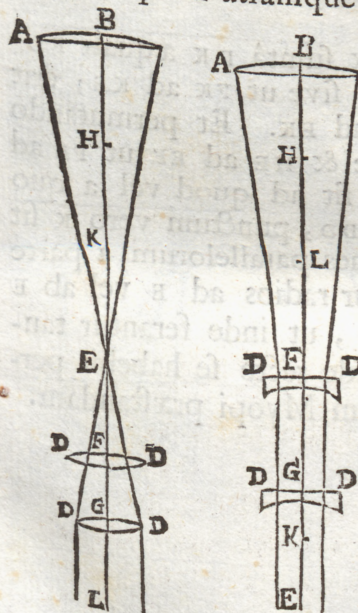
* Prop. VIII.

PRO-

PROPOSITIO XXXIV.

Perspicillum ex datis duabus lentibus compositum cuilibet visui accommodare.

A punctis singulis rei visæ ad totam oculi pupillam radios manare constat: qui quidem pro parallelis habentur cum procedunt a procul remotis. Itaque cum recta oculi constitutione gaudentibns ita sponte sua disponantur, ut longinqua distinctè cernant, hoc est, ut radios parallelos sibi incidentes colligant in unum retinæ punctum; sequitur iis ita lentes collocari debere, ut radii a punctis singulis rei visæ venientes, postquam utramque lentem penetrarint denuo fiant paralleli. Quamobrem si lens convexa ponatur A B, axem habens B E, & radii a rei visæ puncto exeuntes ejus refractione cogantur ad punctum E, quod erit in foco lentis A, si visibile longinquum fuerit; si vero propinquum, invenietur per prop. XX. fuerit autem lentis alterius DD foci distantia GE, si convexa sit; si vero cava, distantia puncti dispersus. His inquam positis, accipienda est dicta distantia EG a puncto E versus lentem A, ponendaque lens cava in puncto G; vel eadem distantia accipienda versus alteram partem a puncto E, atque in



in termino G ponenda lens convexa. Sic enim utroque casu fiet, ut penetrata lente DD radii paralleli ad oculum perveniant, ut constat ex prop. XVI & XVII. atque ita distincta continget visio ei qui bona est oculi formatione.

Si vero Myopi aptandum sit idem perspicillum, qui visibile ad distantiam FH demum distinctè cernere possit, sumatur FL æqualis distantiæ GE, qua focus suus aut punctum dispersus abest a lente DD, hæc enim data est: Et auferatur quidem FL ab FH si lens DD cava sit, addatur vero si convexa. Et ut HL ad LF ita sit LF ad aliam; dico huic æquale sumendum esse intervallum GF secundum quod minuenda est utroque casu longitudo perspicilli, quæ prius erat GB, ut Myopi conveniat.

Posita enim lente DD in F & sumtâ FK æquali FL, quia HL ad LF ut LF, ad FG, sive ut FK ad KE; erit & HF ad FL sive FK ut FE ad EK. Et permutando HF ad FE ut FK ad KE, quare & HE ad EF ut FE ad EK. Cum itaque punctum E sit ad quod vel a quo tendentes radii occurrunt lenti DD, punctum vero K sit illud, quo pertinent refractiones paralleiorum a parte opposita venientium *; sequitur radios ad E vel ab E venientes ita flecti a lente DD, ut inde ferantur tanquam egressi a puncto H. Unde recte se habebit perspicillum ad distinctam visionem Myopi præstandam.

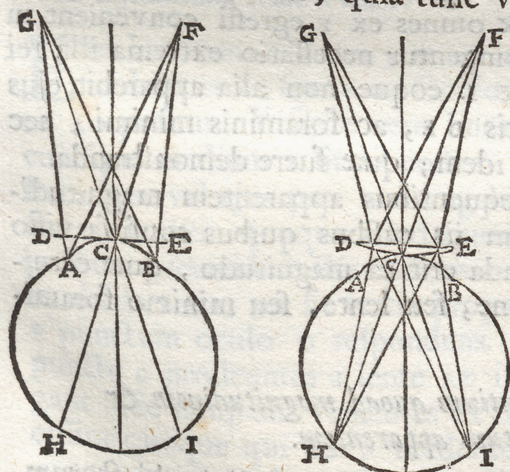
* Prop. XX.

PRO-

PROPOSITIO XXXV.

Quæ vel ob interpositas lentes, vel ratione distantiæ, confusè spectantur, distincta reddi possunt, vel addita lente una juxta oculum, vel opposita ibidem lamina cum foramine minimo; dummodo non in ipso maximæ confusionis puncto oculus positus fuerit. Utracunque vero correctio adhibeatur, eadem magnitudine & positu visibile spectabitur.

Si enim ab unoquoque rei visæ puncto egressi radii ad oculum ferantur, tendantque velut ad punctum post oculum, facile ex supra demonstratis intelligitur cujusmodi cava lente reddantur paralleli. Item si divergentes, ac tanquam ex puncto ante oculum egressi adveniant, quomodo convexa lente ad parallelismum redigantur; utroque vero casu visio efficitur distincta. Sed hoc idem quoque consequemur opposito ad oculum minimo foramine; quia tunc velut uni tantum radiorum, qui a singulis rei visæ punctis innumeri alioqui ad pupillam feruntur, transitus datur. Ponantur enim radii ab extremis rei visæ punctis profecti, ad oculi pupillam A B accidere tanquam ex punctis F, G, venientes. Et objiciatur ante oculum foramen



ramen in lamina exiguum C, nonnisi singulos veluti radios FC, GC admittens, qui occurrant oculi fundo in punctis H & I. Itaque hic pingentur puncta rei visæ singula, unde manarunt radii FA, FC, FB; & GA, GC, GB. Et propter exclusos cæteros radios præter FC, GC, distincta erit pictura, eoque & visio.

Rursus iisdem positis, sed ablatâ lamellâ perforatâ, sit hujus loco lens oculo proxima DE, quæ distinctam visionem efficiat. Dico eadem qua prius magnitudine eodemque positu spectatum iri visibile. Quia enim per mediam lentem DE, cujus crassitudo tanquam nulla censetur, radii FC, GC, rectis lineis penetrant †. manifestum est eos eodem modo intra oculum ferri, atque ante per foramen C transeuntes, atque idcirco oculi fundo in iisdem punctis H, I occursuros. Cum autem ob interpositam lentem DE distincta visio fieri ponatur, necesse est omnes radios ex G venientes ad unum punctum in fundo oculi convenire, atque ita quoque omnes ex F venientes. Igitur omnes a puncto G egressi convenient in I, & omnes ex F egressi convenient in H, atque idcirco pingentur necessario extrema illa rei visæ puncta in H & I. eoque non alia apparebit ejus latitudo objectu lentis DE, ac foraminis minimi; nec non positus quoque idem; quæ fuere demonstranda.

† Prop. XXII.

Itaque cum in sequentibus apparentem magnitudinem definiemus etiam iis casibus quibus confusa visio contingit, intelligenda erit ea magnitudo, quæ cernitur correcta confusione, seu lente, seu minimo foramine, ut jam diximus.

De effectu Lentium quoad magnitudinem & situm apparentem.

Visionis Phænomena ratione magnitudinis objectorum, situs

situs & similium, pro varia positione oculi, objecti & lentium sunt diversæ. Aliæ autem concernunt visionem simpliciter in unâ vel pluribus lentibus, aliæ vero eandem collatam cum alia visione. Omnem earum diversitatem sequentibus Propositionibus includemus.

PROPOSITIO XXXVI.

Oculo constituto inter lentem convexam & focum ejus, visibile quodvis per lentem spectatur situ recto & auctum magnitudine; habetque magnitudo apparens ad veram, si visibile longinquum est, rationem eam quam distantia inter lentem & focum ad distantiam inter focum & oculum; si vero propinquum, rationem compositam ex eadem quæ dicta est, & ex ratione distantiæ inter oculum & visibile, ad distantiam iuter visibile & punctum dirigens; Si vero in foco lentis oculus statuatur, visibilia longinqua in infinitum augentur; propinqua vero secundum rationem quam habet distantia eorum ab oculo ad distantiam oculi a lente.

Esto lens convexa AB, cujus medium punctum seu umbilicus A; focus O. Oculus vero D, in axe lentis AO positus. Visibile vero linea NM, lenti parallela, cujusque medium E sit in eodem axe; quantum enim linea hæc vel ejus pars EN augebitur trans lentem spectata, tantum quoque aliud quodvis visibile, eo loci positum, secundum diametrum augeri necesse est. Porro duabus DO, DA sit tertia proportionalis DP, eritque P punctum oculo D respondens. Quia enim radii ex puncto D prodeuntes a lente AB ita inflectuntur ut pergant inde tanquam venientes ex P, per prop. XX. Vicissim quoque qui ad P tendentes incidunt in lentem AB concurrunt ad punctum oculi D. Ducatur NP recta se-

ſecans lentem in B, (ſecabit enim quia punctum N per eam conſpici ponimus) & jungatur BD. Itaque per punctum lentis B cernetur punctum N; quum radius NB refringatur verſus punctum oculi D, neque alius quiſquam eorum qui ex N promanant. Punctum autem E per medium lentis A apparere manifeſtum eſt, quia cum in axe lentis ſitum ſit radius ED irrefractus ad oculum pervenit.

Patet itaque primùm viſibile NM conſpici ſitu erecto, quum punctum B ſit ad eandem partem axis EAO ac punctum N, quod ibi refertur. Liquet etiam BA ſpatium eſſe quod in lente occupat imago lineæ NE. At vero ducta ND rectâ quæ ſecet lentem in C, apparet AC fore ſpatium quod occuparet idem viſibile EN in ſuperficie quæ refractionis expers eſſet. Itaque ratio BA ad CA definit proportionem magnitudinis apparentis ad veram: atque apparet quidem BA ipſa CA majorem eſſe, cum BA ad NE ſit ut PA ad PE; CA vero ad eandem NE ſicut DA ad DE; ratio autem PA ad PE major quam DA ad DE, quia PA ad AE major quam DA ad AE; eſt enim PA major quam DA quia D cadit hic neceſſario inter A & P. Ergo jam & recto ſitu & auctum magnitudine viſibile cerni per hæc conſtat.

Nunc porro oſtendendum, cum viſibile NM longinquum eſt, habere BA ad CA rationem eam quam AO ad OD; cum vero propinquum, rationem compoſitam ex AO ad OD & ex DE ad EP. Prius autem ex poſteriori ſequitur, ac proinde hoc primum demonſtrabimus.

Ra-

Ratio B A ad C A componitur ex ratione B A ad N E & NE ad CA; quarum ratio BA ad N E est eadem quæ PA ad P E: ratio vero NE ad C A eadem quæ E D ad A D. Habet igitur BA ad CA rationem eandem compositæ ex rationibus P A ad P E & E D ad A D, hoc est, rationem quam habet rectangulum P A, E D ad rectangulum P E, AD: hæc autem componitur ex ratione ED ad EP & PA ad A D sive A O ad O D, nam ex constructione cum sit PD ad DA ut AD ad DO, etiam componendo erit PA ad AD ut AO ad OD. Ergo ratio BA ad CA componitur ex ratione AO ad OD & ED ad EP.

Porro cum longinquum intelligitur visibile, ratio ED ad E P est ratio æqualitatis, quæ proinde composita cum ratione A O ad O D, eam nec auget nec diminuit. Itaque tum ratio BA ad CA erit eadem quæ AO ad OD. Atque hæc quidem demonstranda erant oculo inter lentem focumque ejus constituto.

Ponatur autem nunc oculus in ipso foco O, & sit propinquum visibile NM, ducatur NB parallela axi EA, quæ occurrat lenti in puncto B, & jungatur BO, itemque NO secans lentem in puncto C. Quia igitur radius NB parallelus est axi lentis A B, eum necesse est refringi versus focum O, ubi oculus ponitur. Quamobrem punctum N spectabitur per solum lentis punctum B. Sed punctum E medium NM spectatur, uti prius, in centro lentis A. Igitur erectum apparet visibile N M; & magnitudo apparens ad veram rursus eam rationem habet quam BA ad CA. Verum ut BA, hoc est, NE ad C A, ita E O ad A O; ergo auctum cernitur secundum rationem EO ad AO.

Quod si vero longinquum fuerit visibile, jam

jam ratio EO ad AO, erit tanquam infinitæ inæqualitatis majoris, ac proinde infinita continget ampliatio.

Est autem animadversione dignum, hoc oculi positu, eâdem semper magnitudine cerni visibile NM, quantumcunque a lente recesserit; semper enim punctum N in eodem puncto B percipietur.

Propositio XXXVII.

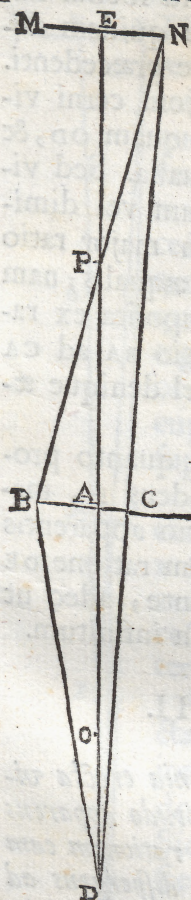
Posito, oculo in axe lentis convexæ, sed ita ut ultra focum ab ea distet, visibile ad alteram partem lentis situm, sed citra punctum respondens, erectum & majus spectatur. Ulterius vero quam punctum respondens a lente remotum, videbitur inversum, & majus vel minus pro diversa ipsius atque oculi a lente distantia. Ratio autem magnitudinis apparentis ad veram se habebit eodem modo atque in Theoremate præcedenti.

Ponatur ut supra lens AB, & focus ejus O. Oculus autem in puncto axis D, distans a lente ultra focum. Et duabus DO, DA ponatur tertia proportionalis DP, secundum prop. XX. Erit igitur P punctum oculo respondens, quum sicuti radii ex D procedentes diriguntur a lente versus punctum P, ita vicissim qui ex P veniunt dirigantur ad oculum D.

Sit jam visibile, ut antea, recta MN, quam mediam dividat axis lentis in E, sitque primo situm inter lentem AB punctumque respondens P,. & ducatur ex P per terminum N recta PNB, lenti occurrens in B, & jungatur BD. Ducatur autem & recta ND secans lentem in puncto C. Manifestum itaque est per punctum lentis B apparitùrum visibilis terminum, quod conspiceretur in C si radius ND sine refractione transmitteretur;

pun-

punctum vero E utroque modo per A cerni necesse est, quia radius ex E ad D nullus pervenit præter EA qui utramque lentis superficiem secat ad rectos angulos, ideoque irrefractus permeat.



Constat itaque hic visibile cerni situ erecto quum puncta N & B sint ad easdem partes axis PAD. Rursusque ratio apparentis magnitudinis ad veram erit ea, quæ BA ad CA. Quare, cum BA sit major quam CA (nam BA major est quam NE, & NE major quam CA) auctum magnitudine conspicietur visibile NE.

Porro in casu altero sit visibile MN positum ultra punctum correspondens P, & eadem construantur quæ prius. Igitur per punctum lentis B rursus aspicietur punctum N, & E per A. Sed si N fuerit reipsa superius puncto E, nunc cernetur inferius, quia ad contrarias partes axis EAD sita sunt puncta E & B. Itaque inversum jam apparebit visibile MN. Ratio autem apparentis incrementi rursus, ut in casu priore, erit ea quæ BA ad CA; ideoque demonstrandum est rationem hanc, cum visibile propinquum est, componi ex rationibus AO ad OD & ED ad EP. Cum vero

longinquum, quod tantum posteriore casu locum habet, eandem esse quæ AO ad OD. Quæ quidem demonstratio eadem est quæ in Theoremate præcedenti. Itaque manifestum est posteriore casu majora cerni visibilia longinqua, quando AO major fuerit quam OD, & minora, cum minor, cumque æqualis, æqualia. Sed visibili propinquo, ut sciatur quando auctum vel diminutum spectari debeat, videndum utrum major ratio AO ad OD quam EP ad ED, an minor, an æqualis; nam prout hæc se habuerint, ratio quoque composita ex ratione AO ad OD & ED ad EP, hoc est, ratio BA ad CA erit majoris vel minoris inæqualitatis, vel denique æqualitas ipsa.

Manifestum autem utroque casu, quod quanto propius accedet visibile ad punctum respondens P, manente oculo & lente, tanto major erit ratio apparentis ad veram magnitudinem; crescente nimirum ratione DE ad EP, at ratione AO ad OD eadem manente; adeo ut positum in puncto ipso P, augeri debeat in infinitum.

PROPOSITIO XXXVIII.

Posito oculo post lentem cavam, visibilia omnia erecta videntur, & vero minora; habetque magnitudo apparens ad veram, si visibile fuerit longinquum, rationem eam quam distantia inter lentem & punctum dispergens ad distantiam hujus ab oculo. Si vero propinquum, rationem compositam ex illa quæ dicta est, & ex ratione distantiæ inter oculum & visibile ad distantiam visibilis a puncto directionis.

Esto lens cava AC, cujus axis AO; punctum dispergens O; oculus vero in axe positus sit D. Visibile ve-

vero ad alteram partem lentis MEN, ita situm ut in Theor. præcedenti. Et fiat duabus DO, DA tertia proportionalis DP, sumenda in partem eandem ac duæ reliquæ. Erit P punctum quo tendentes radii flectuntur a lente AC versus oculum D, quoniam qui veniunt ab D in eandem lentem, ita flectuntur quasi procedant a puncto P *. Ducatur recta NP secans lentem in B, & jungatur BD; ac denique recta ND secet lentem in C. Percipietur ergo punctum N in puncto B, lineaque NE occupabit in lente intervallum BA, quæ occuparet intervallum CA, si loco lentis esset superficies refractionis expers.

* Prop. XX.

M E N O A B C P D

Ac primum quidem apparet erectum spectari debere visibile MN, cum punctum ejus N spectetur in lente AC ad eandem partem axis ubi revera situm est; quod quidem necessario fieri liquet eo quod punctum P ulterius quam A distet ab NE.

Quod autem magnitudine diminutum spectabitur sic constabit. Ratio EA ad AP major est quam EA ad AD. Unde et componendo ratio EP ad PA major ratione ED ad DA. Sicut autem EP ad PA ita est NE ad BA, at sicut ED ad DA ita EN ad CA. Ergo major ratio NE ad BA quam NE ad CA; ideoque BA minor quam CA. Ratio autem magnitudinis apparentis ad veram est ea quæ BA ad CA, itaque illam magnitudinem hac minorem esse constat.

Porro quod ratio BA ad CA, cum visibile longinquum est, eadem fiat, quæ distantiæ lentis a puncto dispersus ad distantiam hujus ab oculo, hoc est, quæ

AO ad OD; cum vero propinquum, eadem compositæ ex jam dicta ratione & ex ratione DE ad EP: hæc utraque iisdem verbis demonstrantur ac in Propositione XXXVI.

Manifestum vero hinc est, manente oculo & lente cava, quo magis removebitur ab ea visibile, eo magis diminui rationem apparentis ad veram magnitudinem, quippe ratione DE ad EP magis ac magis accedente ad æqualitatem.

Manifestum quoque si oculus D sit lenti proximus, etiam punctum P proximum fieri, adeo ut æque ratio AO ad OD, ac DE ad EP, tunc habendæ sint pro ratione æqualitatis. Quamobrem nec longinqua nec propinqua tunc minora conspicientur quam lente remota.

PROPOSITIO XXXIX.

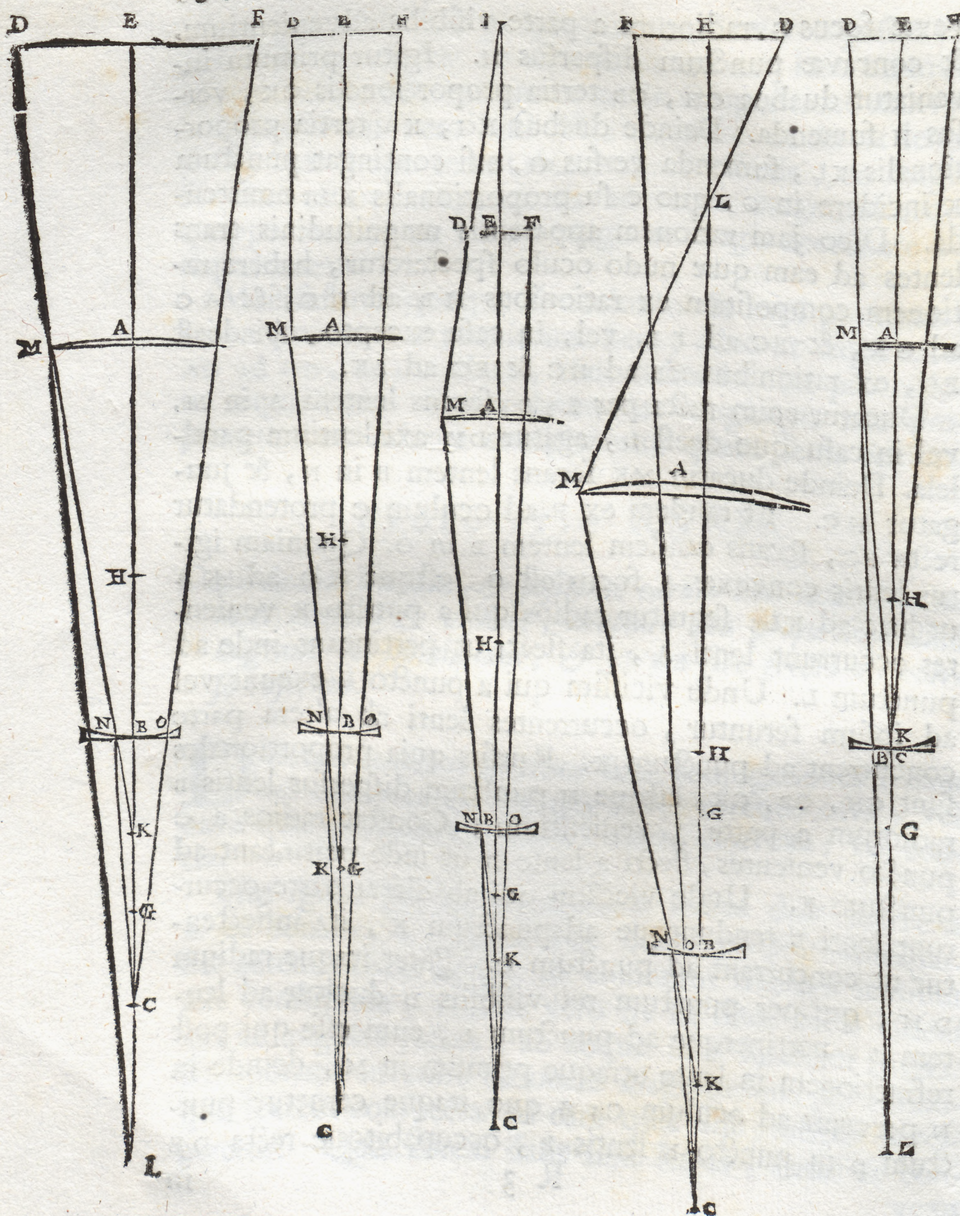
Datis duabus lentibus, & positione earum tam inter se quam inter oculum & visibile, invenire qua proportione illud augeant vel imminuant, & utrum situ erecto an everso referant.

Duarum lentium quatuor sunt conjugationes, nam vel convexa est utraque, vel utraque cava; vel cava quæ proprior est oculo, altera convexa; vel contra.

Sint igitur primum propositæ lentes duæ convexa A & concava B, ita ut hæc oculo propior consistat. Sit autem oculus ad C, in communi duarum lentium axe constitutus; visibile vero DF sit linea recta eidem axi ad angulos rectos, ab eoque in E bifariam divisa. Et oporteat invenire rationem magnitudinis per utramque lentem conspectæ ad eam quæ sine lentibus percipERetur. Quia autem datæ sunt lentes, datur & convexæ

vexæ focus G, radiorum a parte visibilis advenientium, & concavæ punctum dispersus H. Igitur primum inveniatur duabus CH, CB tertia proportionalis CK, versus H sumenda. Deinde duabus KG, KA tertia proportionalis KL, sumenda versus G, nisi contingat punctum K incidere in G, quo casu proportionalis KL omittenda. Dico jam rationem apparentis magnitudinis trans lentes ad eam quæ nudo oculo spectaretur, habere rationem compositam ex rationibus HB ad HC, & AG ad GK, & EC ad EL. vel, in casu excepto, ubi deest EL, ex rationibus HB ad HC & EC ad AK.

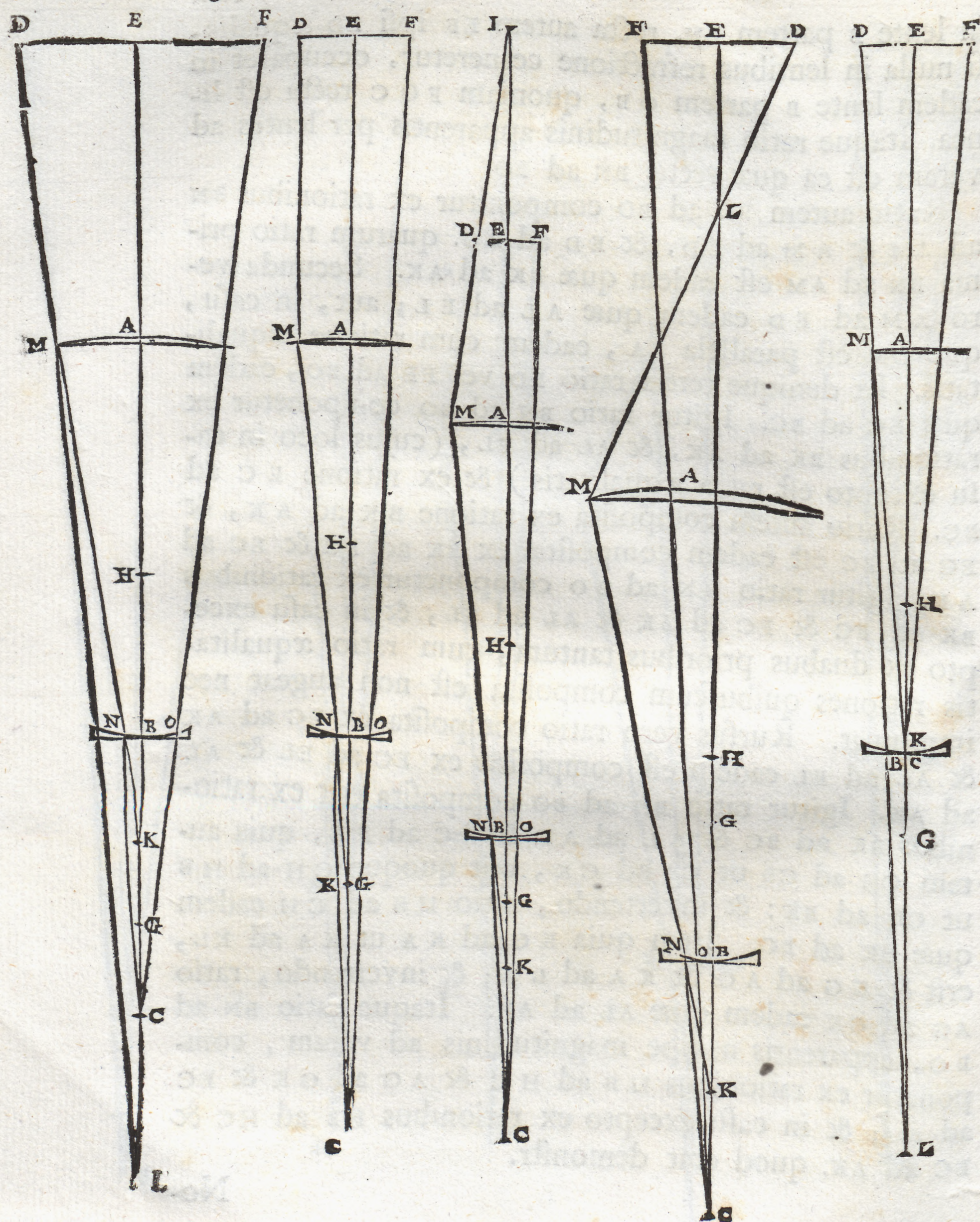
Ducatur enim recta per L, D, secans lentem A in M, vel in casu quo deest L, agatur DM axi lentium parallela. Deinde ducatur MK secans lentem B in N, & jungatur NC. Et tandem ex F ad oculum C protendatur recta FC, secans eandem lentem B in O. Quoniam igitur lentis convexæ A focus est G, estque KG ad KA ut hæc ad KL; sequitur radios qui a puncto K venientes occurrunt lenti A, ita flecti ut pertineant inde ad punctum L. Unde vicissim qui a puncto L exeunt vel ad ipsum feruntur, occurrentes lenti ab altera parte concurrent ad punctum K. Rursus quia proportionales sunt CH, CB, CK, estque H punctum dispersus lentis B radiorum a parte A venientium; Constat radios a C puncto venientes, flecti a lente B ut inde pertineant ad punctum K. Uude vicissim qui ab altera parte occurrunt lenti B tenduntque ad punctum K, ita inflectentur ut concurrant ad punctum C. Patet itaque radium DM, qui per punctum rei visibilis D ducitur ad lentem A, pertinetque ad punctum L, eum esse qui post refractionem in lente utraque primum in M, deinde in N pervenit ad oculum C; a quo itaque cernetur punctum D in puncto N lentis B, occupabitque recta DE


D E F
M A
H
N B O
K
G
C
L
D E F
M A
H
N B O
K G
C
I
D E F
M A
H
N B O
G
K
C
F H D
L
M A
H
G
N O B
K
C
D E F
M A
H
K
B C
G
L

in lente B partem BN. recta autem EF ipsi ED æqualis, si nulla in lentibus refractione cerneretur, occuparet in eadem lente B partem OB, quoniam FOC recta est linea. Itaque ratio magnitudinis apparentis per lentes ad veram est ea quæ rectæ BN ad BO.

Ratio autem BN ad BO componitur ex rationibus BN ad AM & AM ad ED, & ED ad BO. quarum ratio prima BN ad AM est eadem quæ BK ad AK. Secunda vero AM ad ED eadem quæ AL ad EL; aut, in casu, quo DM est parallela EA, eadem cum ratione æqualitatis. Et denique tertia ratio ED vel FE ad BO, eadem quæ EC ad BC. Igitur ratio BN ad BO componetur ex rationibus BK ad AK, & AL ad EL, (cujus loco in casu excepto est ratio æqualitatis) & ex ratione EC ad BC. Ratio autem composita ex ratione BK ad AK, & EC ad BC est eadem compositæ ex BK ad BC & EC ad AK. Igitur ratio BN ad BO componetur ex rationibus BK ad BC & EC ad AK & AL ad EL, & in casu excepto ex duabus prioribus tantum, cum ratio æqualitatis rationes quibuscum composita est non augeat nec imminuat. Rursus vero ratio composita ex EC ad AK & AL ad EL eadem est compositæ ex EC ad EL & AL ad AK. Igitur ratio BN ad BO composita erit ex rationibus BK ad BC & AL ad AK & EC ad EL, quia autem CH ad CB ut CB ad CK, erit quoque CH ad HB ut CB ad BK: & invertendo, ratio HB ad CH eadem quæ BK ad BC. Item quia KG ad KA ut KA ad KL, erit & KG ad AG ut KA ad LA; & invertendo, ratio AG ad GK eadem quæ AL ad AK. Itaque ratio BN ad BO, apparentis nempe magnitudinis ad veram, componetur ex rationibus HB ad HC & AG ad GK & EC ad EL; & in casu excepto ex rationibus HB ad HC & EC ad AK. quod erat demonstr.

No-


D
E
F
M
A
H
N
B
O
K
G
C
L
I

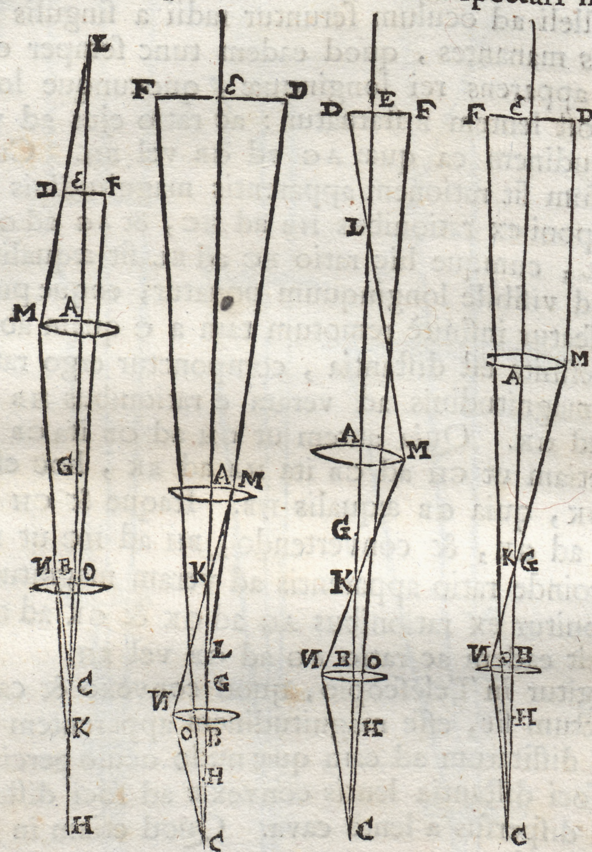
Notandum vero, si lens cava B ita posita sit inter lentem A focumque ejus G, ut distantia BG sit æqualis BH quæ est inter lentem B & punctum suum dispersus, quæ positio ordinaria est telescopii hujusmodi, qua nempe paralleli ad oculum feruntur radii a singulis rei visæ punctis manantes, quod eadem tunc semper erit magnitudo apparens rei longinquæ, quocunque loco oculus C post lentem B statuatur: ac ratio ejus ad veram magnitudinem ea quæ AG ad GB vel BH. Cum enim ostensum sit rationem apparentis magnitudinis ad veram componi ex rationibus HB ad HC, & AG ad GK, & EC ad EL; cumque hic ratio EC ad EL sit æqualitatis, eo quod visibile longinquum ponatur; eoque punctum E censeatur infinitè remotum tam a C quam ab L, cujus hic definita est distantia, componetur ergo ratio apparentis magnitudinis ad veram e rationibus HB ad HC & AG ad GK. Quia autem ut CH ad CB ita CB ad CK, Erit etiam ut CH ad CB ita HB ad BK, hoc est, ita GB ad BK, quia GB æqualis HB. Itaque & CH ad HB, ut BG ad GK, & convertendo, BH ad HC ut KG ad GB. Proinde ratio apparentis ad veram magnitudinem componitur ex rationibus AG ad GK & GK ad GB, hoc est, erit eadem ac ratio AG ad GB vel BH.

Constat igitur in Telescopio, quod convexo & cavo vitro instructum sit, esse magnitudinem apparentem rerum procul dissitarum ad eam quæ nudo oculo percipitur, sicut foci distantia lentis convexæ ad foci distantiam puncti dispersus a lente cava. Quod etiam in sequentibus ostendetur.

Porro ex sola inspectione schematum ad casus singulos, apparet utrum erectum cerni debeat visibile an eversum. Nempe omnibus casibus erectum appariturum præterquam in illo casu ubi nimirum focus G lentis A

 ca-

cadit inter ipsam & punctum K, simulque visibile remotum est ultra punctum L; sic enim punctum D spectatur per punctum N lentis B quod ad alteram partem axis EB situm est, ideoque visibile eversum spectari necesse est.



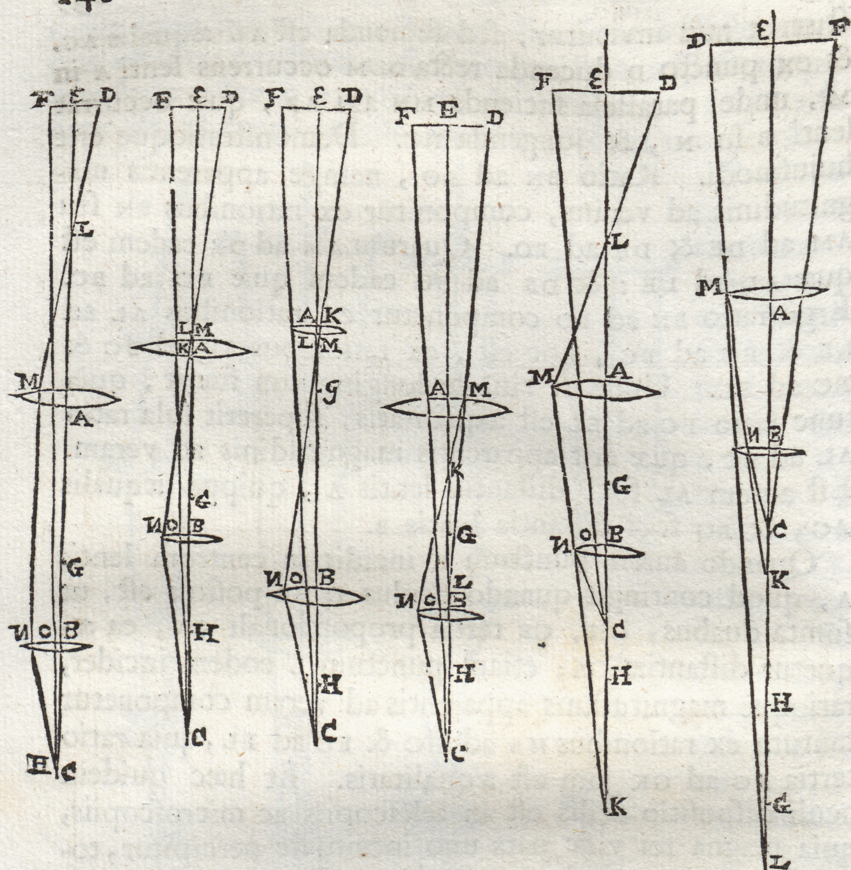
Proponatur nunc convexa lens utraque & rursus lentis A sit focus G; lentis vero B focus H, uterque a visibili FED aversus. Oculus vero in C. Et continuè proportionales CH, CB, CK; itemque KG, KA, KL; & reliqua similiter uti prius construantur.

Et omnia quæ modo de convexa & cava lente dicta fuere ad apparentem magnitudinem attinentia, etiam his lentibus convenient, eademque erit demonstratio. Nisi quod hic potest poni oculus C in puncto H, quo casu punctum

ctum K non invenitur, sed sumenda est AL æqualis AG, & ex puncto D ducenda recta DLM occurrens lenti A in M, unde parallela facienda MN axi AB, quæ occurrat lenti B in N, & jungenda NC. Demonstratioque erit hujusmodi. Ratio BN ad BO, nempe apparentis magnitudinis ad veram, componitur ex rationibus BN seu AM ad DE & DE ad BO. Quarum AM ad DE eadem est quæ AL ad LE: & DE ad BO eadem quæ EC ad BC. Ergo ratio BN ad BO componetur ex rationibus AL ad LE & EC ad BC, hoc est, ex rationibus AL ad BC & EC ad EL. Unde si visibile longinquum fuerit, quia tunc ratio EC ad EL est æqualitatis, supererit sola ratio AL ad BC, quæ erit apparentis magnitudinis ad veram. Est autem AL foci distantia lentis A, quippe æqualis AG; & BC foci distantia lentis B.

Quando autem punctum K incidit in centrum lentis A, quod contingit quando oculus C ita positus est, ut sumta duabus, CH, CB tertia proportionali CK, ea æquetur distantiæ CA; etiam punctum L eodem incidet, ratioque magnitudinis apparentis ad veram componetur tantum ex rationibus HB ad HC & EC ad EL, quia ratio tertia AG ad GK jam est æqualitatis. Et hæc quidem oculi dispositio utilis est in telescopiis ac microscopiis, quia magna rei visæ pars uno intuitu sic percipitur, totam lentem B complente imagine, etiam si lentis A minima fuerit apertura.

Quandocunque autem foco G lentis A cadente inter ipsam lentemque B, distantia GB æqualis erit BH, qua distat a lente B focus suus H: erit ratio apparentis ad veram magnitudinem rei longinquæ, ubicunque oculus C in axe lentium ponatur, ea quæ AG ad GB, hoc est ea quæ foci distantiarum lentis exterioris atque interioris sive oculo proximæ. Sicut ante in compositione



lentis convexæ cum cava ostensum est. Demonstratio enim eadem quæ illic habetur etiam huic casui accommodata est. Hæc vero ordinaria est telescopii ex duabus convexis dispositio, qua nempe fit ut, qui nullo visus vitio laborant, res remotas distincte contueantur.

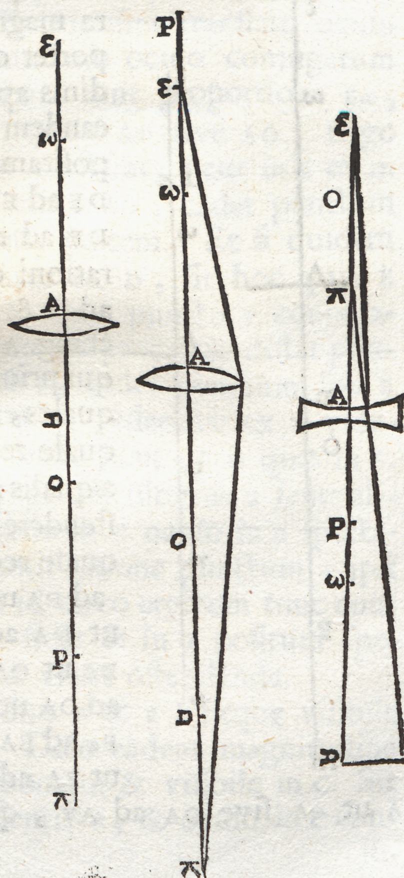
De cætero utrum erecto situ an everso visibile spectetur, ex figuris cujusque casus hic quoque manifestum est. Nempe ubi puncta N & D reperiuntur ad eandem par-

partem axis AB, erectum spectabitur visibile; ubi vero ad contrarias axis partes inversum erit, atque apparet utrumque horum variis casibus contingere posse, de quibus sigillatim inquirere operæ pretium non est. Cum eadem omnia etiam postea absque tot compositarum rationum ambagibus ostensuri simus.

PROPOSITIO XL.

Theorema.

Si per lentes quotlibet visibile conspiciatur, iisque manentibus oculus & visibile vicissim loca permutent. Eâdem hoc quâ prius magnitudine apparebit.



Esto primum lens unica A, posita inter oculem in D & visibile in E. dico si oculus transeat in E & visibile in D, lente A non mota, quod eadem sic magitudine spectabitur, atque cum oculus erat in D & visibile in E.

Sit enim O focus lentis A seu punctum quo pertinent radii paralleli venientes a partibus E. Et duabus DO, DA sit tertia proportionalis DP sumta versus O. Est igitur punctum

P oculo in D conjugatum. Qua propter per Propof. XXXVI. aut XXXVII. aut XXXVIII. oculo in D conftituto ratio magnitudinis apparentis ad veram vifibilis in E, erit ea quæ componitur ex rationibus AO ad OD & DE ad EP. Per hæc eadem, cum oculus ponetur in E & vifibile in D, fumta Aω æquali AO, & duabus Eω, EA tertia proportionali Eπ, erit ratio magnitudinis apparentis ad veram v ifibilis in D, compofita ex rationibus Aω ad ωE & ED ad Dπ.

Itaque cum utraque pofitione vera magnitudo fit prorfus eadem, oportet oftendere rationem magnitudinis apparentis ad veram utrobique eandem effe. Hoc eft rationem compofitam ex rationibus AO ad OD & DE ad EP, quæ eft ratio rectang. AO, DE ad rectang. OD, EP effe eandem rationi compofitæ ex rationibus Aω ad ωE & ED ad Dπ, hoc eft rationi rectang. Aω, ED ad rectang. ωE, Dπ. Atqui priores termini rationum funt æquales, hoc eft, rectang. AO, DE æquale rectang. Aω, DE, quoniam AO æqualis Aω; Ergo opus tantum eft oftendere, quod rectang. OD, EP æquale rectang. ωE, Dπ. Quia ergo DO ad DA ut DA ad DP, erit & DO ad OA ut DA ad AP; & permutando OD ad DA ut OA five ωA ad AP; quare & OD ad OA ut ωA ad ωP. Rurfus cum fit Eω ad EA ut EA ad Eπ erit Eω ad ωA ut EA ad Aπ, & permutando Eω ad EA ut ωA five OA ad Aπ, quare & Eω ad ωA, ut OA ad

ad Oπ. Erat autem ut ωA ad ωP ita OD ad OA. Ergo ex æquali in perturbata proportione erit Eω ad ωP ut OD ad Oπ. Ideoque & Eω ad EP ut OD ad Dπ. Quare rectang. Eω, Dπ æquale rectang. EP, OD, quod erat ostendendum.

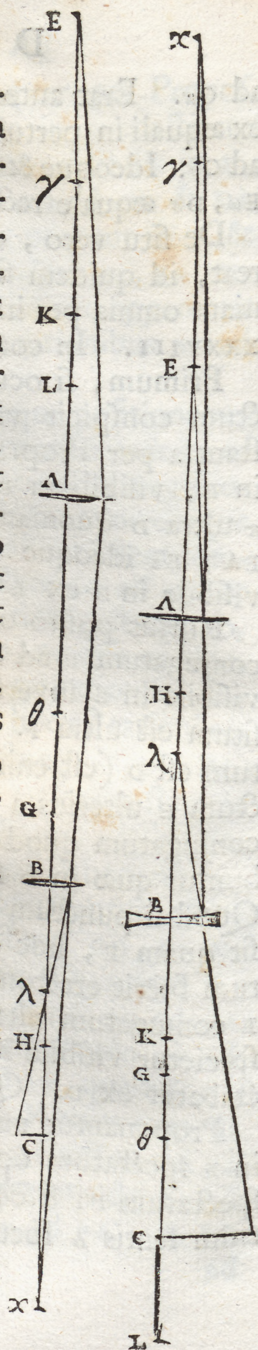
De situ vero, quod similis utraque positione appareat, id quidem si lens cava sit manifestum est. Quoniam omnia per hanc spectanti erecta apparent per Prop. XXXVIII. In convexa autem ostendetur hoc modo.

Primum, si oculus in D inter A & O situs fuerit erectum conspicit visibile in E quæcunque fuerit AE distantia per Prop. XXXVI. Et vicissim translato oculo in E, visibili in D, cadet punctum oculo conjugatum π ultra D quoniam in continua sunt proportione Eω, EA, Eπ ideoque πA major quam Aω sive AO. Ergo visibile in D ex E spectabitur erectum, sicut in E ex D.

Rursus posito oculo in D extra AO, cadet punctum conjugatum P ad alteram lentis partem. Et si quidem visibile in E inversum spectatur ex D, fit hoc quia E situm est ultra P. Tunc vero quia puncto P conjugatum est D (est enim conjugatio reciproca) & distat punctum E ulterius a lente quam P, cadet punctum ipsi E conjugatum quod est π, citra D. Ideoque ex E videbuntur quæ in D sunt situ everso, sicut ex D quæ in E. Quod si punctum ipsi D conjugatum ulterius a lente absit quam E, hoc est, si visibile in E oculo in D spectatum fuerit erectum, cadet simili ratione punctum π ipsi E conjugatum ultra D, atque id circo erectum tunc conspicietur visibile in D ex E, sicut & in E positum spectabatur ex D. Quæ quidem erant ostendenda.

Proponantur nunc lentes duæ A & B, sitque visibile in E spectatum oculo in C. Dico eâdem magnitudine spectatum iri si oculus in E ponatur & visibile in C. Sit enim lentis A focus G & H lentis B, & oculo in C conju-

jugatum punctum K, pertinens ad lentem B, ut sint videlicet in continua proportione CH, CB, CK. Item puncto K conjugatum punctum sit L pertinens ad lentem A, ut sint in continua proportione KG, KA, KL. Itaque cum ex C conspicitur visibile in E positum, ratio apparentis ad veram magnitudinem est ea quæ componitur ex rationibus HB ad HC, AG ad GK & EC ad EL ut ostensum fuit Propos. XXXIX. Similiter posito oculo in E & visibili in C, & notato γ in foco lentis A & θ in foco lentis B; & puncto κ ipsi E conjugato ad lentem A, ut sint in contin. Prop. Eγ, EA, Eκ, & puncto λ conjugato ipsi κ ad lentem B, ut sint in contin. Prop. κθ, κB, κλ. Componetur magnitudinis apparentis ad veram ratio, ex rationibus Aγ ad γE, Bθ ad θκ & CE ad Cλ. Est autem vera magnitudo utraque positione eadem. Igitur ostendendum quod composita ex tribus hisce rationibus eadem est compositæ ex tribus illis. Est autem ratio ex prioribus tribus composita quæ solidi ex HB, AG, EC ad solidum ex HC, GK, EL. At ratio ex tribus posterioribus, ea quæ solidi ex Aγ, Bθ, CE ad solidum ex γE, θκ, Cλ. Estque solidum ex HB, AG, EC æquale solido ex Aγ, Bθ, CE, quum lineæ singulæ singulis sint æquales, nem-



nempe HB ipsi Bθ, & AG ipsi Aγ & CE utrimque eadem. Igitur opus tantum erit ostendere quod solidum ex HC, GK, EL æquale sit solido ex γE, θκ, Cλ. Id vero sic ostendemus. Quoniam est CH ad CB ut CB ad CK, erit & CH ad CB ut HB sive Bθ ad BK, ideoque ut CH ad HB ita quoque Bθ ad θK. Similiter cum sit κθ ad κB, ut κB ad κλ, erit κθ ad κB ut θB sive BH ad Bλ, ideoque κθ ad Bθ ut BH ad Hλ. Erat autem Bθ ad θK ut CH ad BH. Igitur ex æquo in prop. perturbata, erit κθ ad θK ut CH ad Hλ. Quare & θκ ad κK ut CH ad Cλ & permutando θκ ad CH ut κK ad Cλ. Rursus quoniam Eγ ad EA ut EA ad Eκ, erit Eγ ad EA ut γA sive AG ad Aκ, ideoque ut Eγ ad γA ita AG ad Gκ. Similiter quia KG ad KA ut KA ad KL, erit KG ad KA ut GA sive γA ad AL, ideoque ut KG ad AG ita γA ad γL: & erat AG ad Gκ ut Eγ ad γA: Ergo ex æquo in perturbata prop. erit KG ad Gκ ut Eγ ad γL. Quare & KG ad Kκ ut Eγ ad EL, & permutando & invertendo Eγ ad KG ut EL ad Kκ. Ratio autem EL ad Cλ componitur ex rationibus EL ad Kκ, & Kκ ad Cλ; quarum EL ad Kκ eadem est quæ Eγ ad KG; altera vero Kκ ad Cλ eadem quoque ostensa fuit, quæ θκ ad CH. Ergo ratio EL ad Cλ componetur ex rationibus Eγ ad KG & θκ ad CH, ac proinde eadem erit quæ rectang. sub Eγ, θκ ad rectang. sub KG, CH. Ideoque solidum sub EL, KG, CH æquale erit ei quod sub Cλ, Eγ, θκ. quod erat ostendendum.

Propositis vero tribus pluribusve lentibus demonstratio ad præcedentium similitudinem conscribi poterit.

Per hæc igitur quando de apparente visibilium magnitudine & situ inquirere volemus; itemque an distin-

cta futura sit visio; hæc tria simul cognoscere poterimus, si eo modo rationem ineamus ac si visibile in oculi loco fuerit constitutum & hic vicissim in illius locum successerit. Omnia enim ex progressu flexuque radiorum facile apparent. Ut ex. gr. in fig. proposit. quum Radii ex singulis punctis E visibilis promanantes post refractionem in lente A pertineant ad punctum κ; deinde vero postquam lentem B transierint, ad punctum λ, facile hinc colligetur utrum oculo in C distincta sit futura visio an secus.

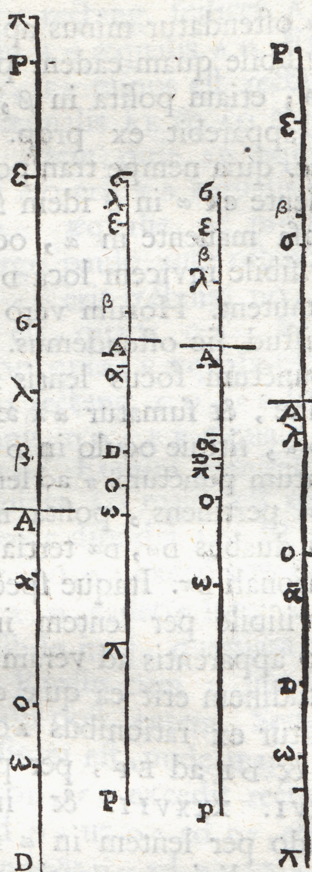
PROPOSITIO XLI.

Theorema.

Manente oculo & visibili, quocunque loco inter utrumque lens convexa statuatur cujus foci distantia major sit quarta parte intervalli quod inter oculum & visibile, erectum hoc conspicietur; Et maximum tunc apparebit, cum medio loco inter visibile & oculum lens statuetur. Si vero foci a lente distantia dicti intervalli quarta parte minor fuerit, etiam inversum quandoque visibile conspicietur; eritque inversarum specierum minima, cum lens medium intervalli locum tenebit.

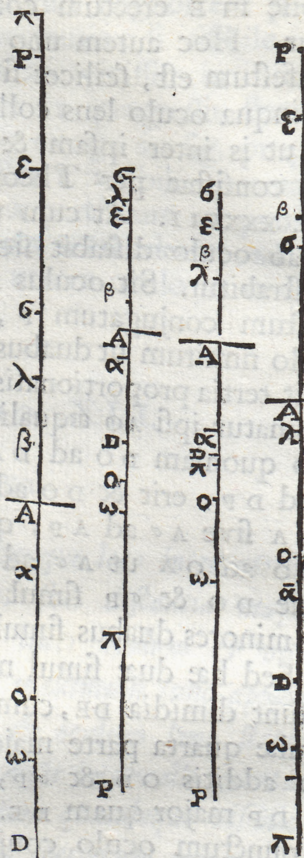
Positus esto oculus in D, visibile in E, & lens convexa quovis loco inter utrumque ut in A, focus autem lentis sit O, & distantia AO primum major quarta parte intervalli DE. Ostendendum est imprimis quod vi-

visibile in E erectum conspicietur. Hoc autem uno casu manifestum est, scilicet si tam propinqua oculo lens collocetur, ut is inter ipsam & focum consistat per Theorem. prop. XXXVII. At cum ulterius ab oculo distabit sic demonstrabitur. Sit oculus in D punctum conjugatum P, faciendo nimirum ut duabus DO, DA sit tertia proportionalis DP. & sumatur ipsi AO æqualis Aσ. Ergo quoniam DO ad DA ut DA ad DP, erit & DO ad DA ut OA sive Aσ ad AP, quare & DO ad OA ut Aσ ad σP; itaque DO & σP simul sunt non minores duabus simul OA, Aσ. Sed hæ duæ simul majores sunt dimidia DE, cum sint singulæ quarta parte majores, ergo additis OD & σP, erit tota DP major quam DE. Ergo punctum oculo conjugatum P cadit ultra visibile in E, ideoque erectum hoc spectari necesse est per Theor. prop. XXXVII.



Porro demonstrandum quod cum locus lentis intervallum DE bifariam dividit maximum apparebit visibile in E. Sit igitur A medium inter D & E, ubi primo lens constituta sit, deinde & alio quovis loco in α posita intelligatur, oculo D propinquior; vel in β tantundem ab oculo remotior. Quod si igitur posita lente in

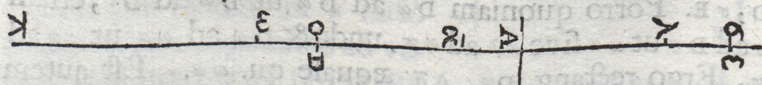
in α ostendatur minus apparere visibile quam eadem posita in A; etiam posita in β, minus apparebit ex prop. XL. præc. quia nempe transponenda lente ex α in β idem fit ac si ipsa manente in α, oculus & visibile invicem loca D & E permutent. Horum vero prius istud sic ostendemus. Sit ω punctum focus lentis in α positæ, & sumatur $\alpha\lambda$ æqualis $\alpha\omega$, sitque oculo in D conjugatum punctum π ad lentem in α pertinens, posita nimirum duabus Dω, Dα tertia proportionali Dπ. Itaque spectando visibile per lentem in A, ratio apparentis ad veram magnitudinem erit ea quæ componitur ex rationibus AO ad OD & DE ad EP, per prop. XXXVI. XXXVII. & inspiciendo per lentem in α ratio magnitudinis apparentis ad veram componetur ex rationibus $\alpha\omega$ ad ωD & DE ad Eπ. Est autem vera magnitudo positione utrâque eadem, quoniam oculus & visibile manere dicuntur; Itaque ostendere oportet majorem esse rationem compositam ex rationibus AO ad OD & DE ad EP quæ est rectang. AO, DE ad rectang. OD, EP; quam compositam ex rationibus $\alpha\omega$ ad ωD & DE ad Eπ, hoc est, quam rationem rectang. $\alpha\omega$, DE ad rectang. ωD, Eπ. Priores autem ra-



rationum termini æquales ſunt, rectang. ſcilicet AO, DE, rectang. αω, DE, quoniam Aω æqualis AO. Ergo oſtendendum quod rectang. OD, EP minus eſt rectang. ωD, Eπ. Quoniam igitur AD æqualis AE & AO æqualis Aσ, erit & OD æqualis σE. Item quia AO æqualis αω demtâ vel additâ communi αO erit αA æqualis Oω. Eadem ratione erit λσ ipſi Aα æqualis, ac proinde quoque ipſi Oω. Quoniam ergo paulo ante oſtenſum fuit quod DO ad OA ut Aσ ad σP erit rectang. DO, σP æquale rectang. OA, Aσ, hoc eſt, quadr. OA. Et eſt rectang. DO, σE æquale quadr. OD, quia σE æqualis oſtenſa eſt ipſi DO. Itaque exceſſus rectang. DO, σP ſupra rectang. DO, σE hoc eſt, rectang. DO, EP æquale exceſſui quadr. AO ſupra qu. OD. Etenim manifeſtum eſt quod AO excedit OD, quoniam AO major eſt quarta parte totius ED, ideoque major dimidiâ AD. Et manifeſtum quoque quod rectang. DO, σP excedit rectang. DO, σE, nam ſi O cadit inter A, D, cadet σ inter A, E; & P ante lentem ultraque viſibile in E, quoniam erectum conſpici oſtenſum fuit. Rurſus cum D inter A, O, etiam E inter A, σ, & P cadit poſt lentem. Semper ergo his caſibus E inter σ & P ſitum eſt, unde major σP quam σE, & proinde rectang. OD, σP excedit rectang. OD, σE. Porro quoniam Dω ad Dα ut Dα ad Dπ, etiam Dω ad Dα ut ωα ſive αλ ad απ, unde & Dω ad ωα ut αω ad λπ, Ergo rectang. Dω, λπ æquale qu. ωα. Eſt autem in primo & ſecundo caſu rectang. ωD, Eπ æquale exceſſui rectang. ωD, λπ ſupra rectang. ωD, λE. Ergo idem rectang. ωD, Eπ æquale exceſſui quadrati ωα, h. e. qu. OA ſupra rectang. ωD, λE. In tertio autem & quarto caſu rectang. ωD, Eπ æquale duobus ſimul rectang. ωD, λπ & rectang. ωD, λE; Ergo hic idem rectang ωD, Eπ æquale eſt rectang ωD, λE cum qu. ωα

 hoc

hoc est, cum qu. OA. Ostensum autem quod rectang. DO, EP æquale excessui quadr. OA supra qu. OD. Apparet itaque in 3. & 4. casu quod rectangulo ωD, Eπ minus est rectangulum DO, EP, quod erat demonstr. In 1. autem & 2. casu separatim idem ostendetur hoc modo. Quoniam in 1. est Dω minor quam DO, erit major ratio ωO ad Dω quam ωO ad DO, hoc est, quam σλ ad σE. Ostensum enim quod DO 2|2 Eσ. quodque Oω 2|2 σλ. Itaque componendo major ratio OD ad Dω quam λE ad Eσ. Quare majus erit rectang. OD, Eσ h. e. qu. OD quam rectang. Dω, λE. Unde minor est excessus quad. AO supra quad. OD, quam ejusdem qu. AO supra rectang. Dω, λE. Erat autem priori horum excessuum æquale rectang. OD, EP. Alteri vero æquale rectang. ωD, Eπ. Ergo illud quam hoc minus est. In secundo autem casu, quoniam Dω major est quam DO, erit major ratio Dω ad Oω quam DO ad Oω. h. e. quam σE ad σλ. Proinde per conversionem rationis erit minor ratio ωD ad DO quam σE ad Eλ, ideoque rectang. DO, Eσ h. e. qu. DO majus rectang. ωD, Eλ: Unde reliqua similiter concludemus ut in casu præcedenti. Nempe quod rectang. OD, EP minus est rectangulo ωD, Eπ. Quod demonstrare oportebat.



Quinto autem casu cum O incidit in D, etiam σ cadit in E. Et tum quidem per lentem in A positam inspiciendo apparentis magnit. ad veram ratio est ea quæ ED ad DA per prop. XXXVI. hoc est, dupla. At inspiciendo, per eandem transpositam in α, dicta ratio ut antè, est ea quæ rectang. αω, DE ad rectang. ωD Eπ. Est autem hic rectang. αω, DE æquale duplo qu. αω,

$\alpha\omega$, quia D E dupla A O, vel $\alpha\omega$. Eſt & rectang. ω D, E π æquale rectang. ω D, $\lambda\pi$ una cum rectang. ω D, λ E, quorum ſolum rectang. ω D, $\lambda\pi$ oſtenſum fuit æquale qu. $\alpha\omega$. Itaque rectangulum $\alpha\omega$, D E minus eſt quam duplum rectang. ω D, E π. Et minor proinde jam ratio apparentis ad veram magnitudinem quam dupla; qualis erat poſita lente in A.

Denique ſi ω incidat in D, erit ratio augmenti poſitâ lente in A, ut in præcedentibus, ea quæ componitur ex rationibus AO ad OD & DE ſive ω E ad E P. at lente poſitâ in α ratio augmenti erit ea, quæ E ω ad $\omega\alpha$ per prop. XXXVI. Componitur autem ratio E ω ad $\omega\alpha$ ex rationibus E ω ad EP & EP ad $\omega\alpha$, quarum EP ad $\omega\alpha$ minor eſt quam AO ad OD. Nam oſtenſum fuit in præced. quod P σ ad σ A ſeu $\omega\alpha$ ſicut AO ad OD; & eſt P E minor quam P σ quia E cadit inter P & σ, ut oſtenſum itidem eſt ſuperius. Itaque compoſita ex rationibus E ω ad EP & EP ad ω A minor eſt compoſitâ ex rationibus ω E ad E P & A O ad O D. Hoc eſt ratio augmenti poſita lente in α minor quam cum eadem ponitur in A.

Eſto nunc diſtantia AO quæ eſt inter lentem & focum minor quarta parte intervalli D E, quod inter viſibile & oculum. Itaque primum oſtendere oportet quod lens eo loco poni poteſt ut inverſum conſpiciatur viſibile. Quoniam ergo AO minor eſt quartâ parte D E, ſuperabitur rectang. ſub A O, D E à $\frac{1}{4}$ quadrati D E hoc eſt a rectang. D A E certo exceſſu. Ponatur autem A α cujus quadr. iſto exceſſu minus ſit, & conſtituatur lens in α. dico inverſam exhibitum iri viſibilis in E ſpeciem. Sint enim

nim reliqua constructa, ut in casibus prioribus. Quia igitur D E bifariam æqualiter secta est in A & inæqualiter in α, erit quadr. Aα æquale excessui rectang. D A E supra rectang. Dα E. Idem vero quadratum Aα minus est excessu rectang. DAE supra rectang. sub DE, AO ex constr. Itaque hic excessus quam ille major est, ideoque rectang. sub D E, A O minus erit rectang. Dα E. Quare minor ratio DE ad Eα quam α D ad AO seu $\alpha\omega$. Et per conversionem rationis major ratio E D ad Dα quam α D ad Dω. Sed est π D ad Dα ut α D ad Dω. Ergo π D minor est quam E D. Est autem π punctum oculo in D conjugatum ad lentem in α. Itaque per prop. XXXVII. inversum apparere necesse est visibile. quod erat ostendendum. Poterat ergo & ultra medium A lens constitui ut inversam speciem exhibeat, tanto quidem intervallo, quanto citerior esse potest; idque constat per XL.

At in ipso A medio constitutam inversa quoque visui offerre sic fiet manifestum. Quoniam scilicet in continua sunt proport. D O, D A, D P; estque DO major dimidiâ DA, quia AO est minor dimidia D A, erit & D A major dimidia D P, ideoque D P minor quam D E. Est autem P punctum oculo conjugatum ad lentem in A. Ergo & hic inversum exhibet visibile in E positum.

Superest ut ostendatur minus spectari visibile per lentem in A medio positam, quam per eandem in α. De quo constabit si contra quam in præcedentibus ostensum fuerit quod rectang. O D, E P majus est rectang. ω D, E π. Quum igitur hîc cadat P inter σ & E erit rectang. OD, E P æquale excessui

E
π
P
σ
λ
A
α
O
ω
D

sui rectang. OD, σE supra rectang. OD, σP, hoc est excessui qu. OD supra qu. OA; nam rectang. OD, σE superius æquale ostensum fuit qu. OD, & rectang. OD, σP æquale qu. AO. Rectang. verò ωD, Eπ, æquale erit excessui rectang. ωD, λE supra rectang. ωD, λπ; hoc est, excessui rectang. ωD, λE supra qu. AO, nam ostensum quoque fuit, quod rectang. ωD, λπ æquale qu. αω sive AO. Est autem qu. OD majus rectang. ωD, λE, nam hoc eodem modo ostenditur, quo in casuum præcedentium primo; Ergo excessus qu. OD supra qu. OA, hoc est, rectang. OD, EP majus est excessu rectang. ωD, λE supra quadr. OA, hoc est, rectangulo ωD, Eπ: quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XLII.

Theorema.

Manente oculo & visibili, si lens cava inter utrumque constituatur, quò propinquior erit loco inter oculum & visibile medio, eo minorem hujus speciem efficiet; & minimam omnium cum medium tenebit ipsum.

Esto visibile in E positum, oculus in D, sitque punctum M intervalli DE medium; Et primum lens cava constituatur in A inter M & D, deinde autem in α, inter A, D ita ut distantia αM major sit quam AM. Oportet ostendere quod minor erit species visibilis in E per lentem in A spectati, quam per eandem in α. Sit O punctum dispersus lentis in A. Sed ω cum est in α. Et omnia similiter construantur ac in theorem. præcedenti. Itaque eâdem argumentandi ratione devenietur eo, ut ostendere oporteat rectang. OD, EP majus esse rectang. ωD, Eπ, cum illic ostensum fuerit minus.

Quia ergo D A minor est quam A E, & A O æqualis A σ; Erit utraque simul D A, A O hoc est D O minor utrâque A E, A σ, hoc est E σ. Tres autem hæ A α, O ω, σ λ manifestò inter se sunt æquales, sicut & in præcedentibus. Itemque rectang. DO, σ P & rectang. ω D, λ π, ut illic, singula æqualia qu. A O. Est autem hic excessus rectang. OD, σ E supra rectang. OD, σ P æqualis rectang. O D, EP: & excessus rectang. ω D, λ E supra rectang. ω D, λ π æqualis rectang. ω D, E π. Ergo ostendendum est quod excessus ille quam hic major est; quod erit manifestum, si ostendatur rectang. O D, σ E majus rectang. ω D, λ E. cum rectang. O D, σ P & ω D, λ π inter se æqualia dicta sint. Quia ergo D ω minor est quam D O, erit major ratio O ω ad ω D quam O ω ad O D. Sed hæc etiam major est quam σ λ ad σ E; nam dictum est quod σ λ æqualis O ω: quodque σ E major quam D O. Ergo major ratio O ω ad ω D quam σ λ ad σ E. Et componendo, major O D ad D ω quam λ E ad E σ. Quamobrem majus quoque rectang. OD, E σ, rectangulo D ω, λ E, quod reliquum erat ostendere.

Quod si vero ipsi M A intervallo ad alteram partem puncti medii M æquale sumatur, ac in eo lens constituatur. Eâdem magnitudine cernetur visibile atque per lentem in A, ut ostensum est propos. XL. Proinde constat tanto exilius conspici quanto propior erit lens puncto medio M. Ex quo denique manifestum est, minimum conspici visibile cum in ipso M puncto lens constituitur. Quæ fuere demonstranda.

E O ω M A α P σ π λ D

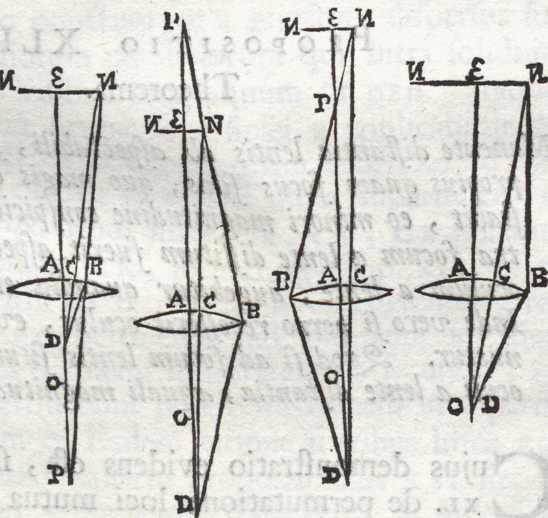
PRO-

PROPOSITIO XLIII.

Theorema.

Manente distantia oculi a lente convexa, si inter lentem & focum oculus situs sit, quo magis visibile removebitur eo minori conspicietur magnitudine. Si vero ultra focum oculus a lente distet, abscedens visibile augebitur, quamdiu erectum apparet; inde vero si porro removeatur decrescet inversa imago. Quod si in foco lentis constitutus fuerit oculus, quacunque visibilis a lente distantiâ, eâdem semper magnitudine cernetur.

Ponantur quæ in præcedenti prop. XXXVI & XXXVII; (nempe in qua de augmento unius lentis convexæ.) Primum itaque quoniam oculo citra focum a lente distante, punctum conjugatum P cadit post lentem & oculum, manifestum est quo magis visibile NN removebitur, eo minorem fore AB; recta enim ducta est NBP. Verum DA distantia oculi a lente eadem manere ponitur; ergo minuitur angulus ADB recedente visibili, quapropter minui speciem ejus necesse est.



Oculo autem ultra focum remoto, quoniam punctum P cadit ante lentem, apparet quandiu visibile NN erectum spectatur, hoc est, quamdiu non ultra P distat; tanto majorem fore AB quanto propius ad P visibile accesserit. Ergo tanto major quoque fiet angulus ADB, quia distantia AD non mutatur.

Sed postquam everso situ spectari ceperit, remotum videlicet ultra punctum P, quanto ulterius ibit, tanto minor fiet AB, ideoque & angulus ADB.

Posito autem oculo in foco lentis ipso, nullum inveniri punctum conjugatum diximus, sed rectam duci NB axi EA parallelam. Igitur quacunque visibilis distantia æquè magna est AB, ideoque & angulus ADB. Quare eâdem ubique magnitudine visibile conspicietur. Quæ fuere demonstranda.

PROPOSITIO XLIV.
Theorema.

Manente distantia lentis ab aspectabili, si fuerit hoc lenti propius quam focus suus; quo magis oculus a lente distabit, eo minori magnitudine conspicietur. Si vero ultra focum a lente dissitum fuerit aspectabile removendo oculum a lente, augebitur quandiu erectum apparebit. Inde vero si porro recesserit oculus, eversa species diminuetur. Quod si ad focum lentis situm sit, quacunque oculi a lente distantia, æquali magnitudine conspicietur.

Cujus demonstratio evidens est, si id quod prop. XL. de permutatione loci mutua inter oculum & rem visam dictum fuerit, applicetur Theoremati.

PRO-

PROPOSITIO XLV.

Theorema.

Si loco conspicilli duarum lentium, ejusmodi adaptetur ex solido materiæ diaphanæ frusto, cujus altera superficies convexa sit, altera cava, eâdem proportione visibilia augebit longinqua, atque conspicillum duarum lentium. Scilicet augmenti ratio ea erit, quæ distantiæ superficiei convexæ a foco suo ad distantiam foci a cava, cui oculus admotus fuit.

Esto talis specilli continui superficies convexa AM, ex sphæra cujus N centrum. Superficies vero BQ cava centro P; Et focus superficiei AM seu concursus parallelorum sit G punctum; at R punctum dispersus superficiei BQ radiorum parallelorum qui intra solidum feruntur. Porro visibile longinquum sit DED. Itaque ostendendum cum oculus superficiei B applicabitur ea proportione visibile DED augeri, quam habet AG ad GB.

Ponatur prius oculus in C non adhuc superficiei BQ prope admotus, & tribus hisce CR, CP, CB ponatur quarta proportionalis CK, secundum prop. XII. p. 5. Ergo quoniam radii ex C puncto si egrederentur, refracti in superf. BQ pertinerent ad punctum K, ideo vicissim qui intra diaphani soliditatem ita feruntur, ut tendant ad K, pertinebunt post refractionem in superficie B ad punctum C. Eadem ratione si tribus hisce KG, KN, KA collocetur quarta proportionalis KS, fiet ut radii ad punctum S tendentes refractique in superficie AM tendant ad punctum K. Jungatur DS secans superficiem AM in M, deinde MK secans superficiem BQ in Q, & connectantur QC. Recta vero DC secet superficiem BQ in

o. Itaque radiorum ex puncto visibilis D is, qui secundum rectam DM, flectetur ab M versus K, sed iterum refractus in Q perveniet ad oculum in C. Quare constat in puncto Q superficiei BQ spectari punctum D: quod spectaretur in O si loco specilli, una tantum superficies B poneretur refractionis expers. Est igitur ratio magnitudinis apparentis ad veram oculo in C constituto, ea quæ QB ad OB. Ratio autem QB ad OB composita est ex rationibus QB ad MA; & MA ad ED; & ED ad OB, quæ sunt eædem rationibus KB ad KA; SA ad SE; & EC ad BC. Et est ratio composita ex rationibus SA ad SE & EC ad BC eadem compositæ ex rationibus SA ad BC & EC ad SE. Itaque ratio QB ad OB componetur ex rationibus KB ad KA, SA ad BC, & EC ad ES; ratio autem composita ex rat. KB ad KA & SA ad BC est eadem compositæ ex rat. KB ad BC & SA ad KA, reliqua vero EC ad ES est ratio æqualitatis, quoniam visibile DED longinquum ponitur. Ergo ratio QB ad OB composita est ex ratione KB ad BC & SA ad KA. Quia vero ex constr. est CR ad CP ut CB ad CK, erit PR ad RC ut KB ad BC. Item quia KG ad KN ut KA ad KS, erit NG ad GK ut SA ad AK. Igitur ratio QB ad OB componetur ex rat. PR ad RC & NG ad GK, oculo adhuc in C constituto. Cum vero superficiei BQ oculus contiguus ponetur cadet C in B, item K in B, quare tunc erit ratio PR ad RC seu

D E D A M N R O Q B C K P G S

ſeu RB eadem quæ eſt refractionis, ac proinde eadem rationi AG ad NG. Ratio vero NG ad GK erit NG ad GB. Ergo tunc ratio QB ad OB, quæ eſt ratio magnitudinis apparentis ad veram erit compoſita ex rat. AG ad NG, & NG ad GB, hoc eſt, erit ea quæ AG ad GB; quod erat demonſtr.

Oportet autem ſuperficiem BN certa ratione cavam eſſe ſi diſtincta viſio requiritur. Nam alioqui etſi magis minuſve cava eſſet, aut plana aut convexa quoque, idem prorſus contingeret augmentum, ſi modo oculus prope admotus ponatur. Nam ſemper eadem demonſtratione oſtendetur magnitudinis apparentis ad veram, eſſe rationem eandem, quæ AG ad GB.

Hiſce vero nequaquam conſentiunt ea quibus Carteſius Teleſcopii inventum explicare contendit, ſimilem huic tubum proponens ſolidum. Vult enim cavam ſuperficiem ejuſmodi eſſe ut radios a ſingulis viſibilium punctis procedentes, & per ſuperficiem tubi exteriorem transmiſſos, ita inflectat ac ad oculum mittat, tanquam ſi a propioribus punctis advenirent: Et quam rationem habuerit diſtantia horum punctorum propinquiorum ad diſtantiam ipſius viſibilis, eandem reciproce magnitudinis apparentis ad eam quæ ſolis oculis perciperetur definit. Hoc autem quomodo verum ſit, quum ſenum oculis ea conveniat teleſcopii conſtitutio, ut radii convergentes aut certè paralleli ad oculum deferantur, non autem quaſi ex puncto aliquo propiori manantes. Et notum eſt tamen non minus ſenibus quam qui viſu pollent ſpecierum magnitudines multiplicari.

Porro illud quoque in eâdem Carteſii explicatione abſurdum, quod eam ob cauſam majora omnia videri ait, quoniam ex diverſis rei viſæ punctis venientes radii decuſſentur in exteriori convexa tubi ſuperficie, qui tu-

tubo non adhibito ad pupillam oculi decussarentur; quoniam enim si plana aut concava esset loco convexæ superficiei nihilominus decussatio similis ibi contingeret, efficietur æquè etiam inverso tubo majora omnia conspici debere. Quod iis quæ superius demonstrata fuerunt atque ipsi adeo experientiæ adversatur.

Propositio XLVI.

Dispositis, in linea recta oculum & visibile jungente, lentibus aut superficiebus quotvis & quibuslibet, communem axem habentibus eandem lineam rectam, percipiet oculus post omnium refractiones aliquam visibilis partem, etiamsi veluti ad punctum reductus fuerit, dummodo hoc punctum non sit, quo post refractionem concurrunt radii a puncto visibilis quod in axe est egressi.

Sit recta F E axis communis in quo oculus ad A punctum, lentes ad B & C. Inveniatur porro ex prop. XX. punctum F ad quod pertinentes radii ut G F flectantur refractione lentis B per H A ad punctum oculi A. Itemque inveniatur punctum D, ad quod pertinentes radii ut D G flectantur refractione lentis C in G F; ut pertineant ad punctum F, atque ita porro si plures fuerint lentes superficiesve. Potest autem infinitè distare punctum F vel D, quibus casibus axi paralleli fiunt radii G F vel D G.

Quod

Quod si jam visibile ad punctum D positum esset, apparet oculum fore in puncto concursus radiorum e puncto D venientium, eoque unum hoc visibilis punctum tantummodo infinitè tunc expansum cerni. Ponimus autem hic oculum esse extra hoc concursus punctum. Ergo punctum D cadit vel ultra vel citra locum rei visibilis, quæ nempe sit in E vel K.

Quoniam igitur ita duci potest FHG ut quamlibet exigui fiant anguli singuli GFC, GDC, seu EDN, apparet effici posse, ut rectæ FHG, GDN non extra lentes B, C aberrent. Harum vero postrema GDN, necessario partem aliquam rectarum EM vel KL axi perpendicularium intercipiet, velut NE vel KO, quas oculus comprehendet angulo BAH. Itaque aliquam visibilis partem cernet, quod erat dem.

Quod si infinitè distet punctum D, tunc DG axi parallela intercipiet rursus partem rectarum EM vel KL. Si vero F infinite distat fit FG axi parallela, nec id quicquam in demonstratione mutat.

PROPOSITIO XLVII.

Si inter oculum & rem visam quotlibet lentes aut superficies diaphani interjaceant, & a puncto rei visæ quod sit in omnium axe communi manantes radii, trajectis iisdem lentibus aut superficiebus paralleli exeant; quocunque intervallo post ipsas oculus statuatur, eadem apparebit rei visæ magnitudo; idemque positus.

Sit axis communis quotlibet lentium vel superficierum sphæricarum ABC, res visa linea AF, axi ABC perpendicularis in qua punctum F tam propinquum sit ipsi A, ut oculo in K aut C, quibuslibet nempe duobus axis

punctis, collocato & ad punctum redacto, in conspectum venire possit: hoc enim possibile esse ex prop. antecedente constat. Dico utroque oculi positu, eadem magnitudine apparituram lineam AF. Quum enim a puncto A manantes radii, trajectis interpositis diaphanis inter se fiant paralleli; etiam ab F puncto egressi inter se paralleli exibunt *; quorum DC ad oculum in C positum pergat, LK ad oculum positum in K. Quia igitur inter se paralleli sunt radii DC, LK, æquales erunt anguli BKL, BCD; atqui oculo in K spectatur recta AF angulo BKL, oculo vero in C spectatur eadem AF angulo BCD. Ergo utrobique æquali angulo, ideoque pari magnitudine. Sed & ad eandem axis partem cadere apparet rectas CD, KL, cum ex punctis C, K parallelæ exeant. Ergo sive ex C sive ex K idem positus percipietur lineæ AF. Quæ erant dem.

* Per Prop. XXI.

DE TELESCOPIIS.

Primum ac præcipuum eorum, quæ in hac refractionum doctrina tractantur, Telescopiorum est ratio; magni inprimis inventi, cujus præstantiam pro dignitate nemo satis deprædicaverit. Ut enim utilitates cœteras prætereaam, de quibus postea dicetur, quantum hoc est in cœlestium contemplatione ad ea viam aperuisse, quæ nulla alia ratione investigari poterant: Unde & rerum naturæ mirabilia multa patuerunt, & totius denique mundi constitutio, ut qua regione tellus hæc nostra, nosque qui eam incolimus positi simus, multò quam ante certius, compertum comprobatumque sit. Qua cognitione nihil mihi majus meliusve hominum solertia perfectum esse videtur. Quod si quis tanta industria exstitisset, ut ex naturæ principiis & Geometriæ hanc rem eruere potuisset, eum ego supra mortalium sortem ingenio valuisse dicendum crederem. Sed hoc tam longe abest, ut fortuito reperti artificii rationem non adhuc satis explicare potuerint Viri doctissimi.

Sunt qui inventionis, sed, uti dixi, fortuitæ, primæ laudem Jacobo Metio Batavo Alcmariæ civi tribuant. Mihi vero certo compertum est ante ipsum telescopia fabricasse Artificem quendam Medioburgensem apud Selandos circa annum hujus sæculi nonum, sive is, fuerit cujus Sirturus meminit, Joh. Lippersheim nomine, sive cui Borellus in libello de vero Telescopii repertore primas defert, Zacharias. Hi tunc non majores sesquipedalibus tubos factitabant. Utroque vero multo prior rudimenta artis tradiderat Joh. Bapt. Porta Neapolitanus, cujus exstant de rebus Diopticis, & Magia Na-

turali libri, totis 15. annis ante editi quam in Belgio nostro telescopia exorirentur. In quibus libris de specillis (ut vocat) suis memorat res procul positas quasi propinquæ essent ostendentibus, deque conjunctione cavarum & convexarum lentium. Nihil tamen magnopere eum profecisse, hoc ipsum probat, quod tanto tempore ars jam cœpta non ultra inclaruit, neque ipse Porta quidquam in cœlo observavit eorum quæ postea apparuerunt. Hoc inde est quod casui, fortuitisque experimentis originem inventi deberi constat. Neque enim hic vir licet Mathematicarum aliquatenus gnarus reconditas rationes, quibus ars ea pro fundamentis utitur, comprehenderat, ut meditatione eam eruere posset, multoque minus illi, quos ante memoravi, homines opifices ac scientiarum rudes. Fortuna vero & casu eodem perventum nihil mirum est, cum frequens usus esset, jam a trecentis atque amplius annis utriusque generis lentium, quibus seorsim adhibitis vitia oculorum emendantur. Ut potius mirandum sit tamdiu rem obviam latuisse.

Cœterum ut primum Telescopiorum Belgicorum fama sparsa erat continuò Galileus similia illis, ac brevi multo præstantiora effecit, quibus celeberrima illa cœli phænomena omnium primus intuitus est: Lunæ montes vallesque, Solis maculas & ex his conversionem ejus in semetipsum, Planetas Jovis comites, Phases Veneris quales Lunæ, variasque ad aspectum magnitudines; Viam lacteam minutis stellulis refertam, unde candoris causa; Differentiam stellarum inerrantium inter & planetarum diametros, atque illarum numerum antiquitus cognito multo majorem. Idem Galileus Saturni quoque phænomena observaverat, quà licebat in illa perspicillorum suorum parvitate, veras autem planetæ fi-

figuras adſecutus non erat, ſed neque quiſquam alius multis poſt ipſum annis. Etſi enim magnitudine multum creverant tubi, parum tamen virtute & efficacia proceſſerant. Nos autem magis auſpicato rem eandem aggreſſi, cum quæ ad refractiones radiorum attinent jam perſpecta haberemus, ipſique nobis lentes effeciſſemus ac teleſcopia pedes viginti & amplius longa, his Saturni formas non ante viſas deprehendimus, cauſamque earum annulum globo circundatum nullo in cœteris planetis exemplo. Item comitem Saturno planetam exiguum reperimus dierum ſexdecim periodo circumeuntem, quæ omnia ante annos 26. libro ſingulari conſcripta edidimus. Noſtris autem obſervationibus excitati Aſtronomi atque artifices majora ſubinde teleſcopia paraverunt, in quibus optima, quæ a Joſepho Campano Romæ fabricata. Quorum opera feliciter decennio poſt, duos alios præter noſtrum illum Comites apud Saturnum reperit Dom. Caſſinus. Idemque in Jovis ac Martis ſideribus maculas quaſdam obſervavit, ex quarum motu etiam globorum, quibus inerant, converſiones certis periodis definivit.

Et hactenus quidem adhuc proceſſit nobile hoc artificium, hæcque ſumma eſt eorum quæ de rebus cœleſtibus terrarum incolis revelavit. Quæ magna ac præclara eſſe quis niſi plane ſtupidus non agnoſcit? Quanta vero ad naturæ contemplationem lux hinc exorta ſit, quis non Philoſophiæ ſtudiis initiatus intelligit? Certe gratari ſæculo huic noſtro poſſumus propter tantarum rerum nunc demum acquiſitam ſcientiam: quam quo non pretio redemiſſent Viri illi eximii, non longo annorum intervallo hinc excluſi Copernicus, Regio-montanus, Braheus. Veteres autem illi ſapientiæ cultores Pythagoras, Democritus, Anaxagoras, Philolaus, Pla-

to, Hipparchus, quas non exteras terras peregrinando pervagati essent hujusmodi naturæ secretorum noscendi amore, utque talibus frui possent spectaculis. Fortasse autem & alia plura ac nova præter ea quæ diximus propediem exspectanda sunt, postquam nupero invento nostro ingens incommodum ex nimia tuborum mole ac pondere ortum, atque adeo ipsos tubos sustulimus, ut nihilo difficilius nunc centenum vel ducentorum pedum telescopia quam antea decempedalia tractentur. Utique cum & expoliendarum amplissimarum lentium artem plures jam excolere cœperint, cujus Nos quoque studium longo tempore intermissum repetiimus, nec pœnitendo successu. Sed jam ad causas proprietatesque factitii hujus oculi pergamus, quas non satis feliciter hactenus expositas habemus.

Quod enim hic præ cœteris requirebatur, ut data lentium forma ac positu ex his modus mensuraque amplificandæ rei visæ definiretur, id hactenus præstitum non est. Nam neque Keplerus hoc docuit, etsi multa laude dignus ob ea quæ in Dioptricis primus explicuit; Neque illo felicior fuit Cartesius, imo ut vere dicam a via potius aberravit in his, quæ de ratione & effectu telescopii demonstranda susceperat. Quod vix credibile de tanto Viro, tamque in his rebus versato, tamen dicendum fuit, ne quis frustra ea intelligere laboret, e quibus nulla sana sententia elici potest. Cum vero alii multi post eum in eodem argumento operam insumserint, nihilo magis tamen idem Problema quod in his omnium præcipuum est absolverunt. Ab eo nunc nos ordiemur idque in singulis telescopiorum generibus expediemus.

Ostendimus autem in superioribus in universum data forma & positu duarum quarumlibet lentium, item-

que

que oculi loco, quomodo augmenti ratio cognoſcatur. At quia nunc illos tantum caſus quos Teleſcopia requirunt exequi volumus, brevius idem conficiemus. Ac primum quidem in illo teleſcopiorum genere quod e convexa & cava lente componitur, omniumque primum fuit inventum. Requirunt vero primo eam lentium poſitionem teleſcopia omnia, ut diſtincta viſio ſequatur. Ut vero auctiora referant quæ ſpectantur, neceſſe eſt in his quæ duabus lentibus conſtituuntur, ut exterior convexa ſit, ejus vero quæ eſt oculo propior e minori ſphæra ſit ſive convexitas ſive cavitas.

PROPOSITIO XLVIII.

Teleſcopium ex convexa & cava lente compoſitum viſibilia longinqua, diſtinctè ac recto ſitu videri facit, amplificatque ſecundum rationem foci diſtantiæ lentis convexæ ad diſtantiam puncti diſperſus lentis cavæ.

Sit utriuſque lentis axis communis AO; lens vero exterior convexa A, cujus punctum concurſus radiorum parallelorum a viſibili longè remoto venientium, ponatur O punctum. Cava autem ſit D, quæ ſic collocetur inter lentem A & focum ejus O, ut punctum diſperſus radiorum parallelorum a parte ea, ubi eſt O, in ipſam incidentium, cadat in idem punctum O. Et huic lenti proximus primo ſtatuatur ſpectantis oculus.

Radii igitur a puncto rei longinquæ egreſſi cenſentur paralleli incidere in lentem A, ii quidem qui ex puncto in axe producto procedunt cogerentur ad punctum O; ſed rurſus paralleli evadent opera lentis D, ita, ut dictum eſt, collocatæ, uti ex ſupra demonſtratis conſtat. Parallelos enim radios ad oculum pervenire volumus, ut bona

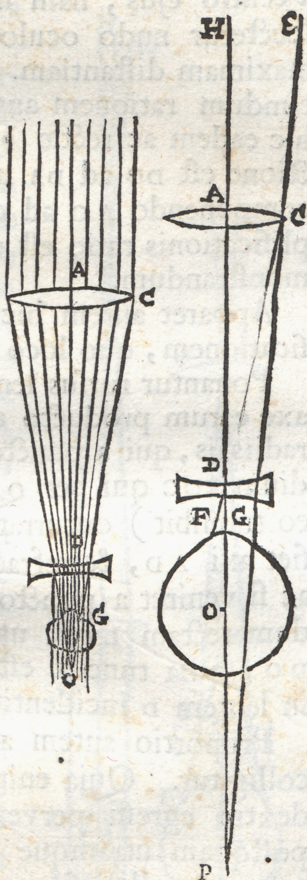
bona oculi constitutione fruentibus telescopium aptetur; Nam de Myope dicemus postea. Similiter vero a punctis longinquis extra axem positis manantes colligerentur quique ad puncta sua prope O, sed & hi lentis D refractione evadent denuo paralleli quamvis ad axem A D obliqui, secundum prop. XXI. quos radios tamen in figura non expressimus, vitandæ confusionis gratia.

Jam ex demonstratis prop. XXXV. patet eandem fore amplificationem & positum manente lente utraque, atque cum loco lentis D foramen exiguum statuetur; tunc vero magnitudinis apparentis ad veram ea est ratio, quæ A O ad O D, ut ostensum prop. XXXVI. Et ex eadem visibile erectum spectatur. Ergo eadem hîc fiunt telescopio ex lentibus A, D composito. Quod si vero retrocedat oculus ab lente D, eadem remanet rei visæ magnitudo apparens ex prop. XLVII. nec vera mutatur, quia visibile longinquum ponitur. Ergo eadem quæ prius manet amplificatio. Sed & positus idem ex eadem prop.

Quod si Myopi aptandum sit hujusmodi telescopium, paulo propius admovendam esse constat lenti A lentem ocularem D, unaque oculum spectatoris; quoniam sic fiet ut non jam paralleli ut antea radii perveniant ad oculum, sed divergentes. Hinc vero paulo minus augmentum continget Myopi quam prius, cum punctum O maneat, eoque intervallum D O crescat, ratio vero augmenti sit semper ea quæ AO ad OD.

Et hæc quidem primarii theorematis brevissima est demonstratio. Cujus partem eam quæ ad amplificationem

nem rei visæ attinet aliter quoque demonstrabimus, ut nihil opus sit prop. XXXVI. Positis igitur ut ante lentibus AC & D & puncto O, fiat duabus DO, DA, tertia proportionalis DP, ponenda in eandem partem ac DO. Jam radii quilibet ad punctum P tendentes ut ECP & a lente AC refracti, cogentur ad punctum D lentis hic positæ centrum ex prop. XX. Ponamus istum ECP radium esse unum ex iis qui a dextro lunæ latere egrediuntur, cum centrum Lunæ sit in producto axe DA. Et constat quidem hunc recta linea CDF ad oculi pupillam perventurum, quia per centrum lentis D transit, cujus mediæ crassitudo pro nulla habetur, & duæ ejus superficies ibidem pro parallelis. Diximus autem omnes a puncto illo lunæ procedentes inter se parallelos ad oculum deferri. Itaque sic omnes recipit oculus, ut radio CDF paralleli incedant; ac propterea punctum illud in lunæ latere videt eo loco quo tendit recta DC, quæ cum in eandem partem axis tendat, ad quam situm est punctum lunæ, unde radii advenere, apparet erectas exhiberi res visas. Porro angulus ADC definit semidiametrum lunæ telescopio auctæ. Sed angulus CPA est is quo nudo oculo iste semidiameter comprehenditur, quia radium ECP



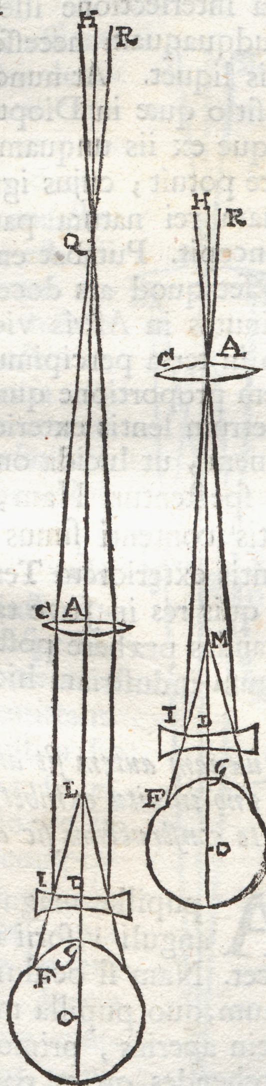
a dextro lunæ latere exire diximus, radium vero HAP, a centro ejus, nam ſive e puncto P, ſive ex G luna ſpectetur nudo oculo eodem angulo apparet propter maximam diſtantiam. Itaque amplificatio contingit ſecundum rationem anguli ADC ad APC, quæ cenſetur hic eadem ac rectæ PA ad DA; Sed quia ex conſtructione eſt DO ad DA ut DA ad DP; Erit invertendo & componendo AO ad OD ut PA ad AD. Ergo jam amplificationis ratio eſt quæ AO ad OD; quod erat demonſtrandum.

Apparet autem hic nihil referre quantum ad amplificationem, quo loco poſt lentem oculus conſtituatur.

Ponantur rurſus lentes AC & D ut ante, & ſit AQ in axe earum producto æqualis AO. Accipiamus jam ex radiis iis, qui a puncto lateris dextri lunæ adveniunt radium RQC qui per Q punctum tranſiens (aliquis enim eo tranſibit) occurrat lenti AC in C. Is hinc parallelus fiet axi AD, & refractione altera lentis cavæ diverget ac ſi veniret a puncto L, & ad oculum feretur ſecundum rectam LIF, ut, nempe diſtantia LD ſit æqualis DO, quia tunc L eſt punctum diſperſus parallelorum in lentem D incidentium.

Proportio autem auctæ magnitudinis facilè jam hic colligitur. Quia enim radii a puncto in latere Lunæ dextro egreſſi perveniunt paralleli ad pupillam GF, poſtquam utramque lentem pervaſere, omneſque propterea paralleli fiunt radio LIF, quem conſtat eſſe eorum unum; percipietur illud lunæ punctum ſecundum rectam IL, ac proinde angulo ILD ſemidiameter lunæ comprehendetur. At vero angulus, quo ſemidiameter ſpectabitur oculo nudo ſive ex D ſive ex Q, eſt RQH, ſive CQA. Ergo ratio augmenti eſt ea quæ anguli DLI ad AQC, hoc eſt, quæ rectæ AQ ad LD, propter æqua-

æquales AC, DI. Sed AQ est æqualis AO, & LD æqualis DO. Est ergo ratio augmenti ea quæ AO ad OD; quod erat ostend.



Potest idem rursus demonstrari ex intersectione radiorum quæ in A centro lentis AC contingit, sequendo nimirum radium RA unum in hac figura eorum qui ex lunæ dextro latere adveniunt, qui recto cursu lentem hanc penetrabit, cum pro nulla habeatur ejus crassitudo, per prop. XXII. Deinde occurrens lenti cavæ in I ita ejus refractione diverget, ac si a puncto M exiret, quod invenitur ponendo duabus AO, AD tertiam prop. AM, ut constat ex prop. XX. Itaque rursus hic radii qui a puncto in latere dextro lunæ adveniunt, quoniam, post utriusque lentis refractionem, paralleli ad oculum feruntur, ut supra fuit animadversum, debebunt omnes ipsi MIF paralleli ferri. Eoque punctum illud conspici secundum rectam FIM. Unde jam intelligitur rationem amplificationis fore eam, quæ anguli DMI ad DAI seu HAR. Est autem ang. DMI ad DAI reciproce ut AD ad DM, hoc est, ut AO ad OD, quia proportionales factæ AO, AD, AM. Itaque rursus constat propositum.

Hac via causas Telescopii melius investigasset Cartesius, quam ex inter-

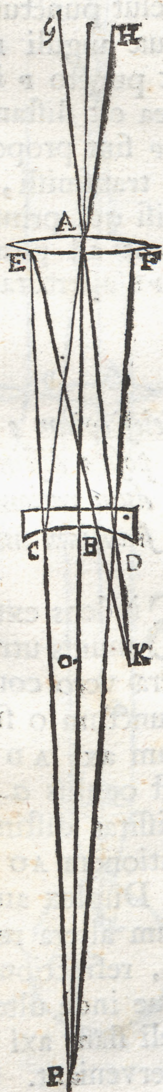
tersectione radiorum quæ fit in superficie lentis exterioris, quâ intersectione ille utendum putabat, quod tamen haudquaquam necesse esse ex iis quæ hic ostensa sunt satis liquet. At nunc multiplici errore laborat ejus expositio quæ in Dioptricis legitur, uti & schema ipsum, neque ex iis unquam proportionem amplificationis elicere potuit; cujus ignoratione majorem quoque multo quam rei natura patitur, de telescopii efficacia spem concepit. Putabat enim, si artificum industria præstare posset quod ars docet, fore, ut res tam particulares & minutas in Astris videremus, quam sunt eæ quas vulgo in terra percipimus. Cum tamen non nesciverit eadem proportione qua res visæ amplificantur, etiam diametrum lentis exterioris superare debere pupillæ latitudinem, ut lucida omnia telescopio æque ac nudo oculo spectentur. Nam, licet jam quarta parte hujus claritatis contenti simus, invenio tamen aperturam illam lentis exteriorem Terræ diametro majorem esse debere, si quis res in Jove tanquam 40. pedibus distantes spectandas præbere postulet: Ut appareat aliud quam manuum industriam hic requiri.

Quænam autem sit amplitudo anguli visorii seu spatii quod uno intuitu exhibet Telescopium ex convexa & cava lente constructum sic definietur.

A pupillæ magnitudine præcipue pendet amplitudo anguli visorii in hisce telescopiis, idque experiri licet. Nam si oculum telescopio admotum claudas primum, quo pupilla multum dilatetur, ut in tenebris solet, dein aperias, primo intuitu latiori orbe visibilia comprehendes quam paulo post, quia statim contrahetur orbis ob arctatam fulgore lucis pupillam. Quod si lamellam

mellam cum exiguo foramine oculo opponas, minori etiam copia rerum visibilium frueris.

Veruntamen si minimum foramen efficias non pro ratione ejus exilitatis, orbis lucidus arctabitur, sed tunc apertura lentis convexæ amplitudinem ejus definit, quæ proinde non ultra certam quantitatem decrescet, nisi & lens convexa amplius coarctetur. Quorum ratio explicatu facilis est. Si enim lens convexa sit EF, cava B, cui applicita pupilla primò latitudinem habeat CD, ducanturque ab oppositis punctis C, D, quæ sunt in pupillæ circumferentia, rectæ CAH, DAG, per centrum lentis convexæ A transeuntes; hæ definient *angulum visorium* GAH, quo, quicquid rerum visibilium comprehenditur, uno obtutu conspicietur: quoniam per centrum lentis A radii a punctis G, H venientes absque inflexione penetrant ad C & D; ideoque aspectabilia intra angulum GAH comprehensa non possunt quin ad oculum radios emittant. Imo etiamsi pupilla pauxillo angustior sit quam DBC; nam ductâ GAK ut AK sit æqualis AO, junctaque EK: dummodo EK in pupillam incidat, cernetur visibile comprehensum angulo GAH; obscurè vero puncta extrema quo tendunt rectæ AG, AH, quia particula tantum radiorum quos in lentem EF mittunt, pupillam ingreditur. Atque hinc fit ut, quantumvis in angustum apertura lentis EF contrahatur, nihil aut minimum tantum diminuatur anguli visorii amplitudo;



plitudo; dummodo pupillæ orbis non coarctetur. Diminuta autem hac pupillæ latitudine, atque ad unum velut punctum redacta, anguli visorii amplitudo fit ea quæ anguli EPF: posita EF apertura lentis convexæ, & puncto P invento, ut in prop. XXXVI, ut nempe BO (ea est distantia lentis cavæ a foco convexæ) BA, & BP sint proportionales. Nulli enim radii, per lentem A transmissi, ad punctum oculi B pervenire possunt, nisi qui priusquam in lentem illam inciderent tendebant ad punctum P. Eorum vero maximus angulus EPF apertura lentis A præfinitur.

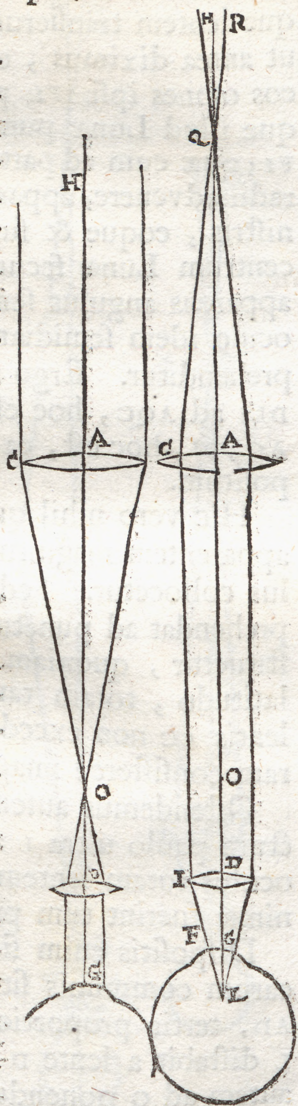
PROPOSITIO XLIX.

Telescopium e duabus convexis lentibus compositum procul posita distinctè, sed eversa ostendit, amplificatque secundum rationem foci distantiæ lentis exterioris ad foci distantiam interioris.

Sit lens exterior convexa AC, interior D, axis communis utrique recta AD, Focus lentis AC sit O. Altera vero convexa D ita collocata intelligatur ut idem punctum O sit ipsi focus seu punctum concursus radiorum axi AD parallelorum qui venirent a parte ea ubi est oculus G. Ostendendum est his positis res longe dissitas distincte & eversas spectari & augeri secundum rationem AO ad OD.

Duplex autem rursus describenda est figura, in quarum altera radii extrinsecus venientes, axi HA paralleli, refractione lentis AC cogantur ad focum ejus O, atque inde ulterius tendentes ad lentem D, denuo paralleli fiant axi AD, atque ita ad oculum in G positum perveniant. Rursus etiam sicut superiori propositione co-

cogitandum hunc parallelorum complexum ab uno rei procul dissitæ puncto venire, quod sit in axe HAD, velut a centro Lunæ, ab aliis vero punctis ejus similes manare radios parallelos in lentem AC, velut è latere Lunæ dextro, qui ad priores inclinentur, & hinc refracti cogantur ad punctum extra axem juxta O, ubi sese intersecantes, atque ad lentem D delati denuo paralleli evadant, inter se nempe, non autem axi AD, atque ita ad oculum perveniant. Hinc itaque constat visionem distinctam fieri.



Altera porro figura, situm visibilis eversum, & rationem augmenti ostendet. Ubi positis, ut ante, lentibus convexis AC & D, & inter ipsas foco utriusque communi O; sit porro, ut in secundâ demonstr. Telescopii superioris, Distantia AQ æqualis AO. Et reliqua quoque demonstratio ferè eodem modo procedet. Seligatur enim ex radiis qui e puncto in latere lunæ dextro adveniunt, radius RQC qui per punctum Q transit. Is refractione lentis AC ibit per CI parallelam AD, & rursus a lente D refractus tendet secundum rectam IFL ad punctum L, ita sumtum ut distantia DL sit æqualis DO. Quia autem

tem radii a latere lunæ dextro, postquam per utramque lentem transierunt, paralleli perveniunt ad oculum, ut antea diximus, eorum vero unus est IFL, sequitur eos omnes ipsi IFL parallelos in oculum incidere, eoque illud Lunæ punctum percipietur secundum rectam FI; quæ cum ad partem oppositam vergat ejus, unde hi radii advenere, apparet situm lunæ inverti, ut dextra sinistris, eoque & supera inferis mutentur. Porro cum centrum Lunæ secundum rectam DA conspiciatur, erit apparens angulus semidiametri lunæ ILD. Nudo autem oculo idem semidiameter angulo HQR seu AQC comprehenditur. Ergo ratio amplificationis est quæ anguli DLI ad AQC, hoc est quæ AQ ad DL, propter æquales AC, DI, hoc est, ea quæ AO ad OD; quare constat propositum.

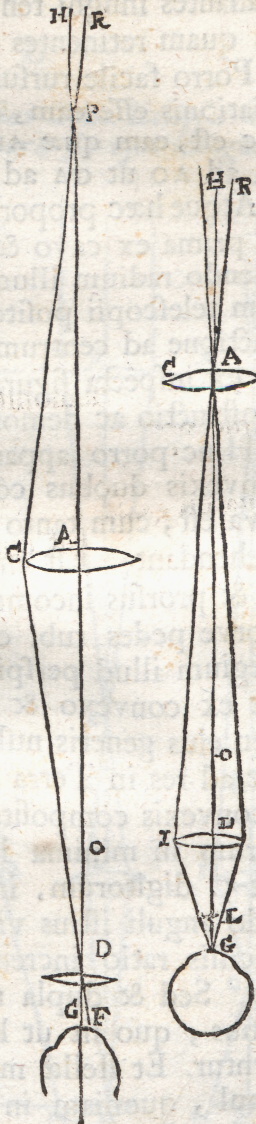
Hic vero nihil quoque referre apparet quantum ad apparentem magnitudinem quo loco post lentem D oculus collocetur. Sed ut multa uno intuitu oculus comprehendat ad punctum L vel prope ipsum optimè constituetur, quoniam apparet etiamsi minima sit pupillæ latitudo, totam tamen lentem D quatenus aperturam lentis AC non excedit, (solet autem intra hanc mensuram consistere) imaginibus plenam spectari.

Ostendemus autem sequenti demonstratione dari punctum paulo ultra L a lente D distans, ubi si collocetur oculus totam lentem D picturatam aspiciet, etiamsi minimæ fuerint tum pupillæ, tum lentis AC apertura.

Dispositis enim sicut ante lentibus AC, D, ut focus earum communis sit punctum O. Statuatur duabus AO, AD, tertia proportionalis AG. Unde punctum G ultra L distabit a lente D, cum DL, DO sint æquales. Erit autem ad G ponendus oculus, ut fiat quod dictum est.

Si enim, ut in tertia demonstratione telescopii ex con-

convexa & cava compoſiti, ſequamur rurſus radium RA unum eorum qui ex puncto in dextro rei viſæ latere adveniunt, quique incidit in centrum lentis AC, is recta linea hanc penetrabit ſecundum prop. XXII. cum pro nulla habeatur ejus craſſitudo. Deinde lenti D occurrens in I, cogetur hujus refractione ad punctum G, quod eſt pupillæ medium, propterea quod proportionales ſunt AO, AD, AG. Itaque quicquid angulo DAI ſive HAR oculo nudo comprehenditur ſpectabitur in lente D; adeo ut campi (ut vocant) amplitudo jam pendeat a latitudine lentis D, licet aperturæ lentis A & pupillæ ſint veluti puncta: atque ita quoque omnino, ſi utraque magis pateat. Sciendum vero neque lentem D nimis amplam eſſe adhibendam, propter incommodum colorum ex nimia refractione, de quo in ſequentibus dicetur; nec nimis arctandam aperturam lentis AC, ne obſcuritas inducatur; certa autem menſura ejus alibi docebitur. Pupilla vero licet appoſita lamellæ cum foramine, quantum acus facere poteſt, in anguſtum contrahatur, nihil fere lucis aufert quoniam coni radioſi a ſingulis rei viſæ punctis



manantes insigni tenuitate sunt cum incidunt in lentem D, quam retinentes inde paralleli ad oculum pergunt.

Porro facile rursus hic intelligitur proportionem ampliationis esse eam, quæ anguli DGI ad HAR sive DAI, hoc est, eam quæ AD ad DG, sive quæ AO ad OD, quia DA ad AO ut GA ad AD.

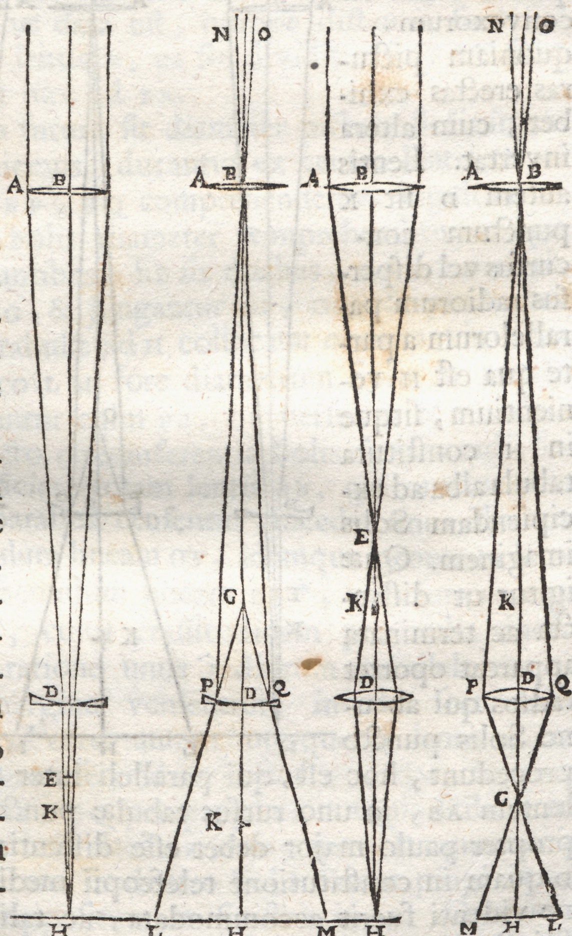
Atque hæc proportio aliter rursus, ut in demonstratione prima ex cavo & convexo, comprobari potest, sequendo radium illum, qui a puncto rei visæ extra axem telescopii posito manans deducitur lentis AC refractione ad centrum lentis ocularis D. Hoc enim patet ex inspecta figura hic adscripta, in qua eadem est constructio ac demonstratio quæ fuit illic.

Hinc porro apparet quanto præstent Telescopia ex convexis duobus composita iis quorum lens ocularis cava est, cum tanto amplius spatium uno intuitu comprehendant. Est enim angustia illa spectaculi injucunda & prorsus incommoda, præsertim si ultra tres quatuorve pedes tubi extendantur. Quare etsi Galilei egregium illud perspicillum ac tot novis repertis celebre ex convexo & cavo fuerit conjunctum, nunc tamen ejus generis nulla, nec ad siderum observationes, nec ad res in Terra spectandas adhibentur, sed tantum e convexis composita. Unicus vero usus cavoconvexcrum in minima longitudine relictus est, 4. nempe aut 5. digitorum, in qua brevitate tolerabilis jam latitudo anguli istius visorii reperitur. In hujusmodi perspicillis ratio incrementi facienda est quadrupla circiter. Sed & dupla non majorem utiliter adhibere solemus; quo fit ut lucida etiam intra ædes omnia spectentur. Et stellæ melius quam oculo nudo, multæque simul, quoniam in tali perspicillo apertura exterioris lentis vel ad sesquipollicem patere potest.

PRO-

PROPOSITIO L.

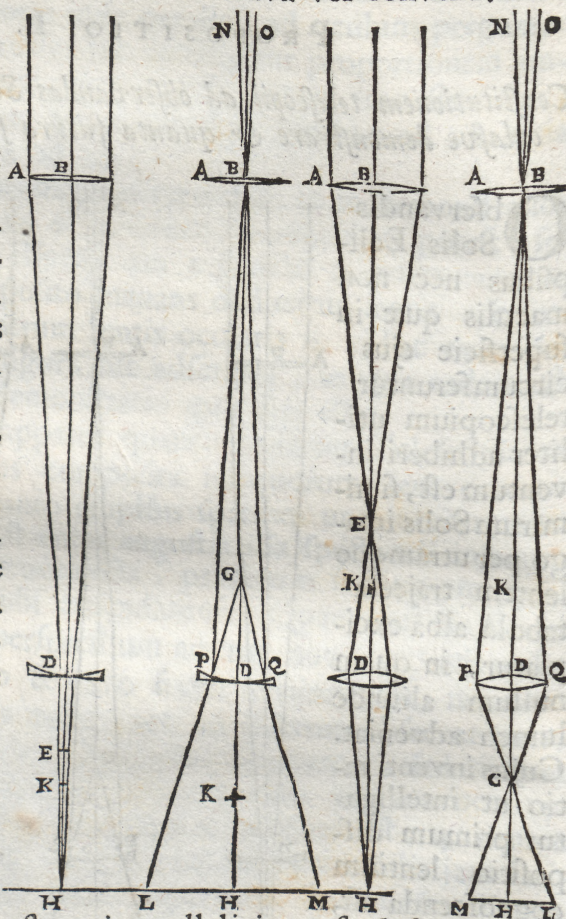
Constitutionem telescopii ad observandas Solis Eclipses maculasve demonstrare & quanta futura sit ejus imago.



Observandis Solis Eclipsibus nec non maculis quæ in superficie ejus circumferuntur telescopium utiliter adhiberi inventum est, si nimirum Solis imago per utramque lentem trajecta tabulâ albâ excipiatur, in quam nullum aliunde lumen adveniat. Cujus inventi ratio ut intelligatur primum dispositio lentium cognoscenda est, quomodo nempe aptatæ picturam Solis quam nitidissimam efficiant.

Sit igitur lens convexa AB Soli obversa, cujus focus

E punctum. Altera vero in D concava vel convexa, nam utraque telescopii forma huic rei idonea est, & magis quidem quæ duorum est convexorum, quoniam picturas erectas exhibet, cum altera invertat. Lentis autem D sit K punctum concursus vel dispersus radiorum parallelorum a parte qua est H venientium, sitque in H constituta tabula alba ad excipiendam Solis imaginem. Quæ igitur ut distincta ac terminata appareat oportet radios qui ab uno Solis puncto procedunt, hoc est, qui paralleli inter se deferuntur in lentem AB, in uno rursus tabulæ puncto colligi. Quapropter paulo major debet esse distantia lentium AB & D quam in constitutione telescopii media, sive quæ bene videnti fuerit accommodata; ac talis requiritur positio lentis D, ut in continua sint proportione EK, ED, EH.



EH. Sic enim fiet ut radii tendentes ad E focum lentis AB, deducantur ad punctum H. At in telescopii constitutione media congruere debet punctum K foco E, ut superius est ostensum. Adeo ut hic distantia lentium augenda sit intervallo EK, quod quidem tanto minus esse necesse est quanto distantia EH fuerit major; nam longitudo DK quæ data est, quippe distantia foci vel puncti dispersus lentis D, ea sic dividitur in E ut sicut HE ad ED ita sit hæc ad EK.

Quanta porro futura sit diameter picturæ Solis in tabula H sic definiemus: ducantur ex centro lentis AB ad lentem D rectæ BP, BQ comprehendentes angulum æqualem ei quo Solis diameter comprehenditur absque telescopio spectantibus; Et sit duabus, BK, BD tertia proportionalis BG, & jungantur GP, GQ, & producantur usque dum tabulæ ad H collocatæ occurrant in punctis L, M. Dico LM fore diametrum Solis in tabula LHM. Producantur enim PB, QB versus O & N. Itaque cum a puncto circumferentiæ Solis dextro radii ferantur ad superficiem totam lentis AB, qui omnes inter se & rectæ OB paralleli censentur, incedet unus istorum radiorum secundum lineam OB, idemque penetrata lente AB, perget secundum lineam BP *, quoniam B centrum est lentis, cujus crassitudinem pro nulla ducimus. Eadem ratione unus radiorum parallelorum e sinistro Solis margine venientium incedet secundum rectam NBQ. Porro autem uterque a lente D inflectetur ut pergant secundum rectas PL, QM, in quas productæ sunt GP, GQ per prop. XX. Quia scilicet in continua proportione sunt BK, BD, BG. Itaque manifestum est punctum in dextro Solis latere pingi in L, punctum vero oppositum in sinistro in M. Quatenus enim distincta totius Solis pictura existit, necesse est ubi

* Prop. XXII.

 unus

unus radiorum a quolibet ejus puncto venientium in tabula sistitur, ibi quoque cæteros colligi ab eodem puncto egressos. Ergo diameter picturæ uti diximus erit L M.

Sciendum vero, quo major erit imago Solis L M, lentibus A B & D iisdem manentibus, eo minus lucidam fore. Etenim si radii omnes a Sole in lentem A B descendentes, occupent rursus in tabula L H M spatium æque latum atque est lens A B, hoc est, si Solem depingant lenti A B, quatenus adaperta est, æqualem, erit hæc imago æque clara ac si nullis interpositis lentibus Sol tabulam illustraret; non habita videlicet ratione eorum radiorum quos lentes reflectunt, vel propter obscuritatem materiæ non transmittunt, quo forte dimidia pars omnium vel amplius intervertitur. Quod si vero major imago fuerit, ut in hujusmodi observationibus exigitur, jam tanto quoque erit obscurior. Experientia vero ostendet quænam amplitudo ad observationem utilissime adhibeatur, tentata alia atque alia tabulæ a telescopio distantia. Ubi illud observandum, ut aucta hac distantia simul tantillum minuatur ea quæ est inter lentes A B & D, ut distincta pictura efficiatur: cujus ratio ex ante dictis intelligitur.

PROPOSITIO LI.

Quomodo pro duabus convexis tria adhibendo amplior fiat telescopii prospectus, quo ad sidera spectanda utimur.

Quanquam lentes non frustra sint multiplicandæ, quod & vitri crassitudine & iteratis reflexionibus non parum lucis depereat; hanc tamen utilitatem præbere potest, ut latior evadat eoque jucundior Telescopii

pii profpectus. Adfumtis enim præter magnam lentem ocularibus duabus certam inter fe rationem diftantiamque habentibus, multo minor fit aberratio radiorum a diverfis punctis rei vifæ ad oculum tendentium, quam fi unica lens ocularis adhibeatur, quæ eandem amplificationem efficiat, atque ita multo plura unico intuitu comprehendere licet, ac præterea nævi ac impuritas omnis lentium ocularium planè evanefcit; cum alioqui in una lente non parum adferat incommodi.

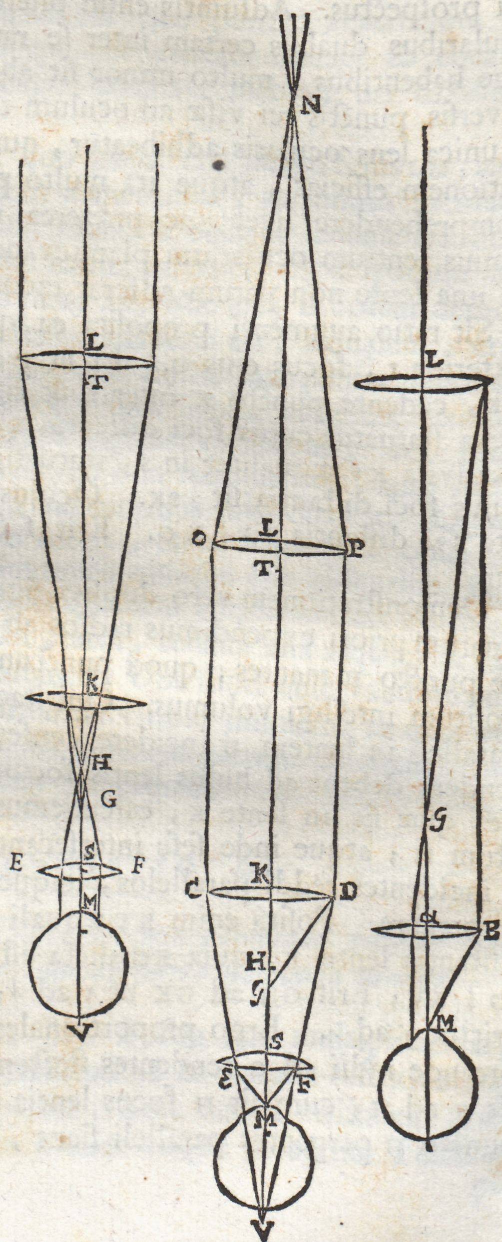
Sit ratio augmenti propofita ea quæ P ad Q. Lens exterior L, focus ejus G. Et ut P ad Q ita fit LG ad GK, cadente puncto K inter L & G. Et in K lens convexa ftatuatur cujus foci diftantia KV fit tripla ad KG, & divifa KV æqualiter in S, ftatuatur ibi lens altera EF cujus foci diftantia fit $\frac{1}{2}$ SK. Oculus vero fit in M, pofita SM diftantia 2|2 $\frac{1}{2}$ KG. Erit factum quod quæritur.

Demonftrationem vero duplici figura explicamus. In quarum priori expendimus radios ab uno aliquo rei vifæ puncto manantes, quod punctum in axe telefcopii pofitum intelligi volumus. Qui itaque radii velut axi paralleli in lentem L incidere cenfentur. Unde porro tendere debent ad hujus lentis focum G. Sed refractione, quæ fit in lente K, oftendemus eos mitti ad punctum H; atque inde fefe interfecantes atque in lentem S incidentes reddi parallelos, itaque ad oculi pupillam M pergere. Pofitâ enim KT æquali KV, quæ erat foci diftantia lentis K, quia KG dicta eft effe $\frac{1}{3}$ KV; KH vero $\frac{1}{4}$ KV; Erit GH ad GK ut 1 ad 4; fed & GK ad GT erit ut 1 ad 4. Ergo proportionales GH, GK, GT, ac proinde radii ad G tendentes flectentur refractione lentis K ad H, cum fit H focus lentis S, faciet hæc ut a puncto H pergentes paralleli fiant, qui proinde oculo

ad

ad M occurrentes distinctam visionem efficient, quod unum est eorum quæ demonstrare oportebat.

Jam in altera figura ratio amplificationis eadem datæ ostendetur & amplitudo anguli visorii. Ponatur enim LN in producto axe æqualis foci distantiæ LG. Et a punctis longinquis venientes radii expendantur per punctum N trans euntes atque in lentem L extremam utrimque incidentes, qui sint NO, NP, quos constat refractione ejus effici axi parallelos, atque ita incedant per OC, PD, donec incidant in lentem K. Unde porro



ro scimus perrecturos rectis CV, DV ad punctum V, sed a lente S interceptos ajo detorqueri ad punctum M, ubi oculi pupilla posita fuit. Quia enim SV est $\frac{1}{2}$ KV; & SM $=$ $\frac{1}{2}$ KG, hoc est $=$ $\frac{1}{6}$ KV; erit SM ad SV ut 1 ad 3, ac proinde VM ad VS ut 2 ad 3. Sed & VS ad VH est ut 2 ad 3. Ergo proportionales VM, VS, VH & quia H est focus lentis S, constat ex propos. XX. radios ad V tendentes ita frangi a lente S ut tendant ad punctum M. A punctis igitur E & F, in quibus rectæ CV, DV secant lentem S, ducantur rectæ EM, FM. Sic visibile per lentes cernetur sub ang. EMF qui ad ONP habet proportionem, ut LG ad KG, id est, ut P ad Q. Quia enim ratio EMF ad ONP, id est, EMS ad ONL componitur ex rationibus EMS, ad EVS, & EVS ad ONL; ratio vero EMS ad EVS eadem est, quæ VS ad MS sive $\frac{1}{2}$ KG, item ratio EVS ad ONL eadem quæ NL sive LG ad KV sive 2 VS. Erit ratio EMF ad ONP composita ex 2 VS ad KG, & LG ad 2 VS, id est, erit EMF ad ONP ita LG ad KG, ita P ad Q: quod erat dem.

Videndum jam num quid juvet, & an non idem effectus sit, ac si ponatur sola ocularis α, cujus foci distantia Gα $=$ KG hoc est $=$ $\frac{1}{3}$ KV; quum angulus αMβ sit futurus æqualis KGD, hoc est, SMF; nam KD $=$ 2 SF. Resp. Erit quidem amplificatio eadem utrobique. Sed lens S majorem feret aperturam quam dimidiam lentis α, tum quia lentis S foci distantia est $\frac{1}{4}$ KV, eoque major quam $\frac{1}{2}$ foci distantiæ lentis α, quæ est $\frac{1}{3}$ KV; tum quia radius DF convergens minus colorabitur in transitu per lentem S, quam si axi parallelus incederet. Sed in D jam aliquem colorem traxit, sed parum, quia lentis K foci distantia est KV.

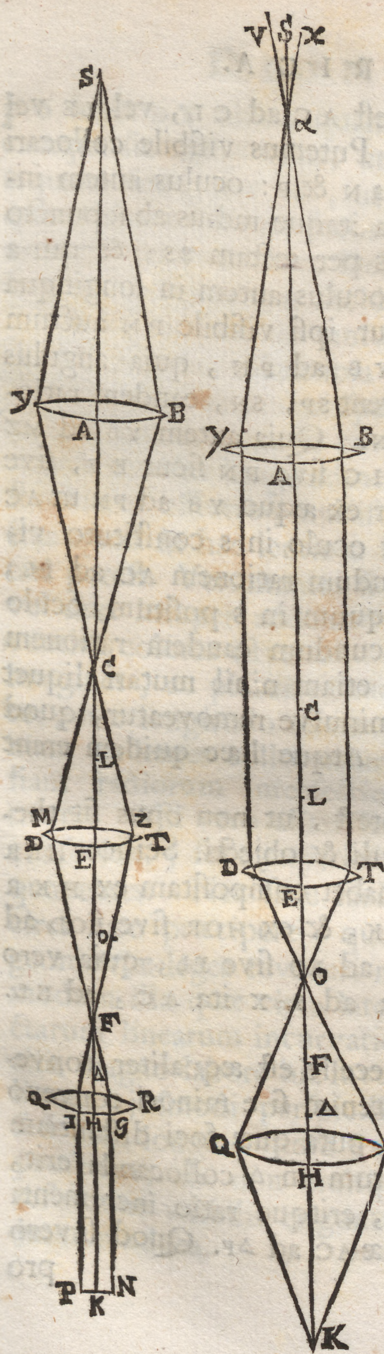
PROPOSITIO LII.

Tribus convexis lentibus distincta & erecta spectare visibilia longinqua & majora secundum datam rationem.

Accipiatur lens major A B, cujus foci distantia sit A C. Deinde vero aliæ duæ minores D T, & Q R, quarum foci distantiæ E L, H F sint inter se æquales & ad quarum utramuis habeat A C rationem eam secundum quam facienda est multiplicatio. Collocentur autem hoc pacto ut distantia C E, qua altera earum abest a foco lentis A, sit dupla E L: Et E H intervallum inter utramque ejusdem E L triplum. Denique ad K punctum constituatur oculus, sumtâ H K distantia ductæ E L vel F H dupla. Quibus sic comparatis propositum dico absolvi.

Sit enim visibile longinquum cui axis lentium communis occurrat in puncto S. Radii itaque ex puncto S ad lentem A B delati ut S B, S Y, habendi sunt pro parallelis, ideoque convenient in foco C, ibique erit eorum intersectio. Est autem L focus lentis D E, & C L subdupla C E, & E F æqualis E C, quoniam E H est tripla F H seu L C; Ergo erunt in continua proportione C L, C E, C F. Quare radii iidem refracti in lente D T ad M & Z denuo convenient in puncto F, * atque inde occurrentes lenti Q R in I & G, refractione ejus efficientur paralleli, quia F est focus lentis H G. Paralleli itaque secundum rectas I P, G N perveniunt ad pupillam oculi quæ est in K, eoque visio fiet distincta. Posuimus autem oculum hoc loco, ut unico intuitu plura simul conspiceret: cujus ratio est, quod si a foco lentis A B intelligantur radii pervenire ad extremas margines

* Prop. XX.



nes lentis A, velut αB, αY, hi per geminam in lentibus A & E refractionem, cum axe convenient post lentem in puncto O, quod erit in foco lentis E, quia axi parallelæ sunt. Itaque OF æqualis erit FH, & HK dupla ad FH, sicut sumendam diximus. Punctumque K erit illud quo convenient radii DO, TO, postquam transierint lentem QR; ac lens tota H duplam habens latitudinem lentis E, imaginibus lucida apparebit, omniaque spectanda præbebit quæ angulo BαY sive VαX comprehenduntur.

Porro erectum spectari visibile ad S positum, facile apparet ex ipsis radiorum flexionibus; Si enim oculus ad K puncti instar consideretur, flexiones istæ sunt KQTBαV, KRDYαX, ex quibus manifestum fit punctum visibile V spectari in Q, & X in R, singula nimirum ad eandem quam obtinent axis partem.

Denique quod ratio in-

 cre-

crementi continget ea, quæ eſt A C ad C L, vel LE vel FH, oſtendetur hoc modo. Putemus viſibile collocari in K, inque eo notari puncta N & P: oculus autem intelligatur in puncto S. Quia itaque radius ab N puncto fluens perveniet ad oculum S per rectam BS; & qui a puncto P, per rectam Y S, oculus autem in longinqua poſitus eſt diſtantia; ſequitur ipſi viſibile P N auctum videri ſecundum rationem Y B ad P N, quia angulus YSB ad angulum quem facerent SP, SN, eandem rationem habebit quam YB ad PN. Quia autem YB ad MZ ut AC ad CE; MZ vero ad I G ſive P N ſicut E F, ſive ipſa EC, ad FH. Erit igitur ex æquo YB ad PN ut AC ad FH ſive EL. Itaque patet oculo in S conſtituto viſibile PN auctum videri ſecundum rationem AC ad EL, ac proinde & viſibile longinquum in S poſitum, oculo in P N ſive ad K tranſlato ſecundum eandem rationem auctum ſpectabitur. * Quam etiam nihil mutari liquet etſi oculus a lente QR plus minuſve removeatur, quod eædem maneant Y B & P N. Atque hæc quidem erant demonſtranda.

* per Prop. XL.

Hoc aliter demonſtrari poteſt, ut non opus ſit theoremate de tranſpoſitione oculi & objecti. Scilicet HKR ad S X ſive Aα Y rationem habet compoſitam ex H K R ad HOR, id eſt, ex HO ad HK, & ex HOR ſive EOD ad AαY, id eſt, ex Aα ſive AC ad EO ſive EL; quia vero H O æqualis H K, erit H K R ad SαX ita A C, ad E L. q. e. d.

Cæterum haudquaquam neceſſe eſt æqualiter convexas ſumi lentes DT, QR. Etenim ſi e minori convexo adhibeatur alia pro lente QR, puta quæ foci diſtantiam habeat æqualem FΔ, ea tantum in Δ collocanda erit, manentibus reliquis ut prius, eritque ratio incrementi major priori, videlicet ea quæ AC ad ΔF. Quod ſi vero

pro

pro lente DT aliam quamvis convexam accipiamus, eamque ſic collocemus, ut coni radiorum MCZ, MFZ æquales ſint; hoc eſt, ut CE ſit dupla intervalli EL, quo diſtat a lente DT focus ſuus; nihil prorſus ratio incrementi immutabitur. Debet autem ita ſemper diſponi lens QR ut focus ejus incidat in punctum F.

Sciendum vero ea tantum gratia ex pluribus quam duabus lentibus teleſcopia hujuſmodi componi, ut latior fiat uno intuitu proſpectus, cum alioqui certum ſit ea quæ ex convexa & cava lente componuntur magis augere pro ſua longitudine res viſas, atque etiam diſtinctiores efficere, nulliſque colorum pigmentis infectas quod in hac lentium trium compoſitione ægre vitari poteſt. Veruntamen ſi a parte oculi alia adhuc lens vel duæ inſuper addantur evaneſcunt aliquatenus adventitii colores iſti, minuſque diſtortæ apparent rerum imagines, ac plures etiam uno obtutu comprehenduntur; nec longitudo teleſcopii propterea augetur, quoniam ita lentes collocantur, ut non plures quam duæ fiant radiorum interſectiones, ſicut in compoſitione trium. Alii vero aliter lentes oculares in his inter ſe conſociant, ſola experientia duce, quid optimum ſit quærentes. Nec ſane facile foret certa ratione aliquid circa hæc præcipere, quum colorum conſideratio ad geometriæ leges revocari nequeat, nec niſi difficile admodum illa quæ circa latera lentium ſæpe cernitur rectarum linearum incurvatio. Poſſem equidem, quæ ab aliis magno labore hic inveſtigata ſunt, proponendo, aliquot ejuſmodi perſpicillorum conſtructiones docere, ſed cum longè potiora exiſtimem, quæ in ſequentibus proferam, ubi non multiplicatione lentium ſed ſpeculi reflexione viſibilia eriguntur, non videtur diutius in his immorandum.

Ac possunt quidem binæ convexæ lentes parari tales, atque ita inter se componi, ut erecta referant visibilia longinqua; nec tamen quicquam boni inde obtinebitur, quod nec paralleli ad oculum tunc radii pervenire possunt qui e singulis rei visæ punctis emanant, neque eæ multum amplificari, nec magna copia simul conspici, præterquam qnod tubi longitudo sine utilitate multum producenda esset.

Tribus vero lentibus convexis & recto positu & distincta possunt videri, sed non tam lato campo quam quaternis, nisi lens oculo proprior duplam fere aperturæ diametrum habeat ejus quæ in similibus ocularibus requiritur, cum tria adhibentur, quod fieri nequit quin colores iridis circa margines existant.

PROPOSITIO LIII.

E Duabus convexis lentibus telescopium construere quo visibilia erecta spectentur ac magna copia simul uno intuitu comprehendatur.

Convexis duabus recte inter se atque ad oculum comparatis telescopium componi quo insignis visibilium amplitudo uno intuitu apparet propos. XLIX. dixi. Quod ad sidera contemplanda omnium est utilissimum, quia licet inversas rerum imagines referat, exiguum inde aut nullum incommodum nascitur. Sed interdiu ad conspiciendos homines turresve aut naves procul dissitas, situs eversio res agnosci non patitur, atque ideo plures convexæ lentes adhiberi solent, ut imaginem quam duæ invertunt aliæ denuo erigant, de quibus propos. præcedenti egimus. Quia vero hoc fieri nequit, quin simul insigniter augeatur tubi longitudo atque amittatur

tur multum de picturæ amplitudine, excogitavimus rationem hanc qua eversæ species in telescopio duorum convexorum erigantur adjecto ad oculum speculo exiguo, cujus positum locumque sequenti Schemate explicamus.

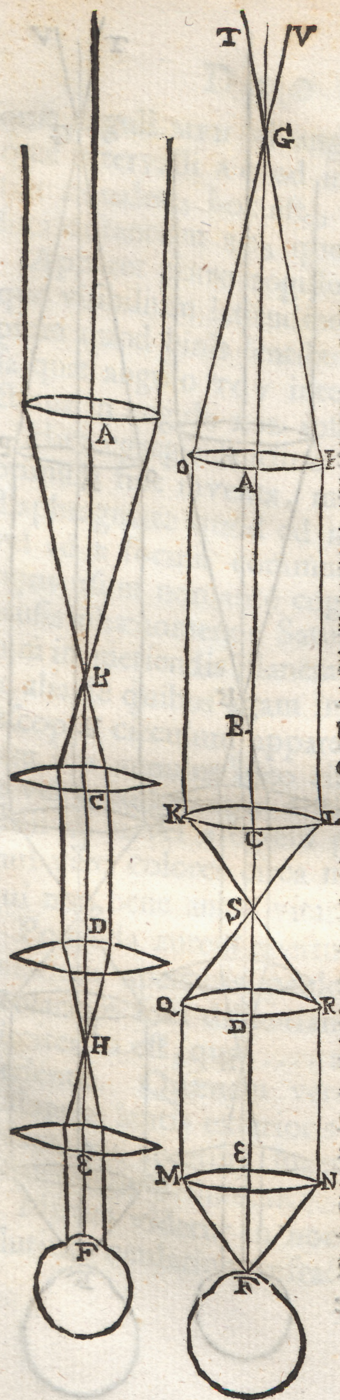
Esto lens AB exterior, CD vero quæ oculo propinquior est, e quibus compositum sit telescopium quale supra exhibitum fuit prop. XLIX. ubi dicimus recte sic collocari oculum in O, ut a lente CD distet circiter quantum focus ejus. Itaque inter lentem hanc punctumque O, ubi alioqui oculus statuendus foret, speculum planum FG interponimus, elliptica forma, longitudine pollicari, e metallo fusum atque accurate expolitum, (nam vitrea ab duplicem superficiem omnino ad hunc usum inepta sunt) anguloque inclinamus semirecto ad axem lentium, aut paulo etiam minore, atque ita tubo includimus, ut quam proxime illi admoveri possit oculus N; qui desuper per foramen, in tubi lamina excavatum, in speculum aciem dirigit, inclinato capite terram versus, atque ita visibilia ad quæ tubus dirigitur & erecta conspicit & eadem copia, ac si nullo interposito speculo, in O constitutus esset. Neque causa ignota esse potest ei qui in speculo plano radios in-

incidendo ac resiliendo æquales angulos facere noverit, quos radios uti hic feruntur in Schemate discernere licet; tum hos qui a medio rei visæ puncto venientes, paralleli incidunt in lentem AB ac denique etiam paralleli ad oculum N deferuntur; tum eos qui ab extremis punctis mittuntur, atque in media lente AB sese intersecantes, inde ad oculum pergunt secundum lineas ECFN, EDGN.

PROPOSITIO LIV.

Telescopii ex quatuor convexis compositi constructionem explicare, quo res visæ erectæ spectantur & magna copia.

Propter inversam positionem rei visæ vix aliter utimur composito e duobus convexis quam ad sidera. quæ non refert quo positu spectentur. Quænam vero tunc proportio servanda dictum est. Quomodo autem erigantur rursus imagines magnaque simul earum copia uno intuitu comprehendatur diversimode quæsitum fuit 3. 4. 5. & pluribus lentibus. Quæ sine causa non sunt multiplicandæ, quod & singularum materia & superficierum reflexiones radiorum partem intervertant. Paucioribus tamen quam quaternis optatum effectum consequi non licet. Etsi enim in eadem telescopii longitudine & situs erectus & eadem amplificatio, & eadem copia simul visorum obtineri potest tribus æquè ac quatuor lentibus, deterior tamen est trium compositio quam quaternarum, quia in illa, lentes oculares aut unam certe earum oculo proximam e majoribus superficiei sphæricæ portionibus constare necesse est ratione diametri aut foci distantiæ, si eadem anguli visorii magnitudo



do præstanda sit. Hinc vero colore inficiuntur res visæ & lineæ rectæ circa aperturæ margines curvæ apparent.

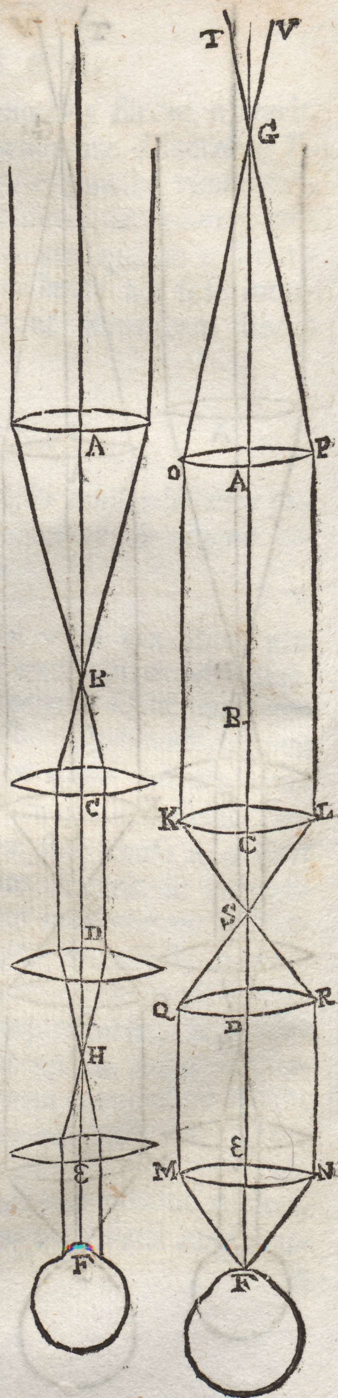
Quaternis igitur utendum est, ex quibus telescopium hoc modo componitur.

Lens exterior est A, cujus foci distantia AB, in eodem vero axe positæ sunt lentes oculares tres C, D, E prorsus æquales inter se, quarumque interior intervallo B C quantum est sua foci distantia ultra focum B removetur, ejusque intervalli duplum est a lente C ad lentem D, ac tantundem ab hac ad lentem E, ac denique ab hac ad oculum F rursus, quantum inter B & C.

Rursus autem binis figuris hic opus est, in quarum priore radii ab uno puncto rei longe distantis manantes exhibentur, quos facile apparet, si quis præcedentia perceperit, primum tanquam parallelos incidere in lentem A, inde colligi in B foco ejus, ac inde divergentes in lentem C incidere, quæ denuo parallelos efficiat, mittatque ad lentem D, quæ congreget eos ad focum suum H, qui medium

dividit intervallum* DE. Tum denique ex H puncto ad lentem E tendentes ab ea tertiò parallelos reddi atque ita ad oculum F accidentes distinctam visionem efficere, cum in fundo ejus ad punctum unum cogantur.

In secunda figura consideratur ratio amplificationis, quæ est ea quæ AB foci distantiæ lentis exterioris, ad foci distantiam BC, unius ex ocularibus. Ac præterea anguli visorii amplitudo hic demonstratur. Positis enim ocularium trium aperturis æqualibus, quæ non majores sint apertura lentis exterioris A, ducantur MQ, NR axi communi parallelæ & aperturæ diametros lentium E & D comprehendentes. Itemque KO, LP eidem axi parallelæ & comprehendentes aperturam lentis KL, & posita AG æquali AB, ducantur rectæ OGV, PGT quæ sese intersecent in G. Jam patet latitudinem rei visæ longinquæ quæ oculo nudo ex puncto G, ideoque & ex F, cerneretur in angulo TGV, hanc oculo per telescopium intuenti, occupare angulum MFN, ideoque augmenti rationem esse eam quæ



quæ anguli MFN ad ang. TGV sive PGO. hoc est, eam quæ intervalli AG ad intervallum EF, cum PO, MN sint æquales; hoc est, eam quæ foci distantia AB ad foci distantiam BC; quod erat dem.

Apparet porro angulum visorium MFN eandem quoque visibilium latitudinem comprehendere ac telescopium quod binis lentibus A & C constaret, cum res visa quæ angulo TGV intercipitur, in illo telescopio spectetur in angulo KSL ipsi MFN æquali.

Hæc egregia lentium compositio Romæ nescio a quo primum fuit inventa, multum tamen adjuta annulo seu diaphragmate quod ad H, loco medio inter lentes ED, vel ad B focum communem lentium A & C inseritur, cujus usum non ante cognitum explicuimus in libro de causis phænomenon Saturni. Est vero longe præcipuus cum in metiendis Planetarum diametris ut ibi docui, tum ad alia de quibus agam in sequentibus. In hisce vero telescopiis circulum apparentium imaginum præciso ambitu iste annulus ideo circumscribit, quod quæ circa H vel B collocantur distincte cernuntur oculo F, cum radii ab H vel B egressi paralleli ad eum deferantur, simul vero colores circa margines ejus opera resecantur, qui non bene antea vitari poterant.

Ponenda autem apertura annuli ipsarum lentium ocularium aperturis paulo minor, diameterque ejus ad ocularium foci distantiam certa ratione referendus, quæ circiter ea est, quæ .... ad ...... docente nimirum experientia. Quænam vero sit ponenda proportio foci distantiæ lentis exterioris ad foci distantiam ocularium quantaque aperturâ lucem admittere possit lens illa in sequentibus definietur.

Mirum videtur in hoc telescopio colores iridis oriri plurium ocularium refractione, non magis quam cum

una ocularis adhibetur. Sed ratio hæc est quod lens QR corrigit & aufert colores quas lens KL produxit. Idem enim accidit radio OKRN per superficies inclinatas ad K ac deinde ad R, transeunti, ac si per cuneos binos contrarie positos SS, TT transiret parallelis lateribus, qui colore non inficitur non magis quam si per laminam vitream incederet.

Lemma.

Angulos 30. gradus non excedentes proportionales censeri suis Sinibus.

Hoc jam ante ab aliis quoque Opticorum Scriptoribus assumtum fuit, quia exigua prorsus a vero est differentia.

PROPOSITIO LV.

Posito angulo vitri solido 19. gradibus minore BAC *si duo radii in unum vitri punctum incidant, ita ut singulorum inclinatio sit minor 29. gradibus in partem ab* A *puncto aversam, erit differentia inclinationum radiorum incidentium æqualis differentiæ inclinationum radiorum qui post refractionem e vitro exeunt.*

Si sit angulus BAC, quo duo plana angulum ex vitro solidum complectentia inclinantur minor grad. 19. Sitque præterea in plano per ABC etiam recta linea DBV, quæ planum AB normaliter secet in B, & ad eam inclinentur radii EB, GB, angulis minoribus quam gr. 29. in partem ab A puncto aversam, quorum interior EB intra diaphanum feratur per BH, atque exeat in HK;

GB

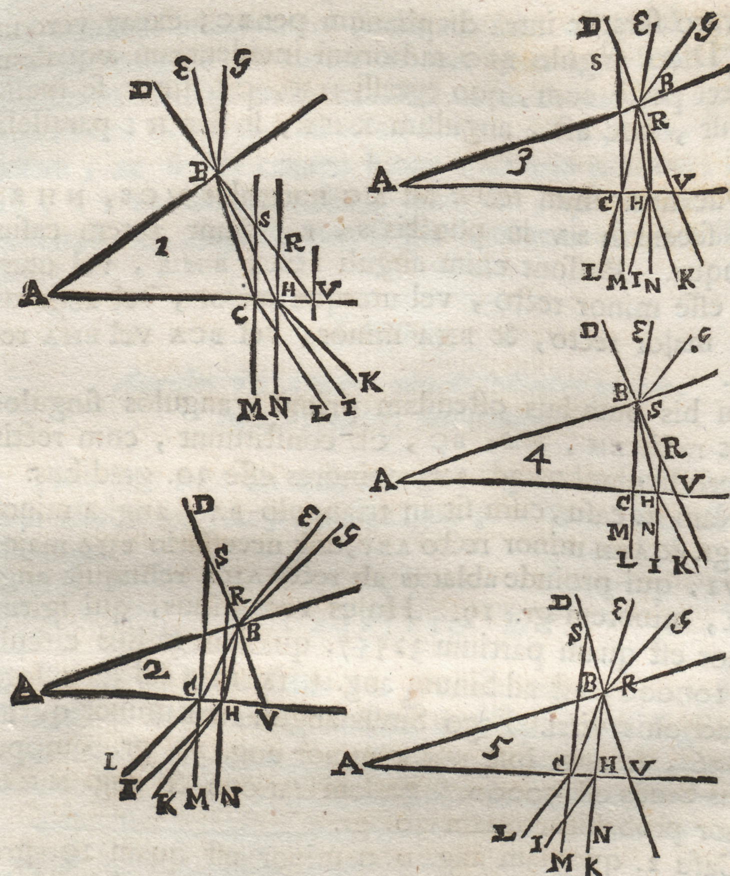
GB vero feratur intra diaphanum per BC, exeat vero in CL; Dico angulo EBG radiorum incidentium æqualem censeri posse eum, quo egressi HK, CL inter se inclinantur, hoc est, angulum KHI, si fiat HI parallela CL.

Ducantur enim rectæ ad AC normales MCS, NHR, quæ secent DBV in punctis S, R. Sunt autem casus quinque. Possunt enim anguli BCA, BHA, vel uterque esse minor recto, vel uterque major, vel angulus BCA major recto, & BHA minor, vel BCA vel BHA rectus.

In his omnibus ostendam primò, angulos singulos quos radii BH, HK; BC, CL constituunt, cum rectis perpendicularibus ad AH, minores esse 30. gradibus.

Nam 1. casu, cum sit in triangulo BAH ang. A minor 19. gr. & ABH minor recto ABV, erit necessario BHA major gr. 71, qui proinde ablatus ab recto AHR relinquit ang. BHR, minorem gr. 19. Hujus vero Sinus, qui igitur minor est quam partium 32557. qualium radius circuli est 100000, est ad Sinum ang. NHK ut 2 ad 3, ex lege refractionis vitri. Ergo Sinus anguli NHK minor quam 48836, & ang. ipse NHK minor ang. 30. gr. quippe cujus Sinus est 50000. Eadem ratione & ang. MCL minor probabitur quam 30. gr.

Casu 2. quoniam ang. DBG minor est quam 29. gr. Sinus vero ipsius ad sinum ang. VBC ut 3 ad 2, erit per lemma præc. angulus VBC minor gradibus $19\frac{1}{3}$. Sed ang. VBC æqualis est summæ ang. BSC & BCS, Ergo BCS omnino minor quam $19\frac{1}{3}$ gr. Et Sinus ejus minor quam partium 33107. Sicut autem 2 ad 3 ita sinus ang. BCS ad sinum ang. MCL minor quam partium 49661. & angulus ipse MCL minor itaque quam gr. 30. Eadem ratione ostendetur ang. NHK minor 30. gr.



Casu 3. ang. NHK minor ostendetur 30. gr. eodem modo quo in casu primo; angulus vero MCL eodem modo atque in casu secundo.

Quarto casu, de ang. NHK demonstratur eodem modo atque in casu primo.

Item Quinto casu de ang. MCL eodem modo atque in casu secundo.

His

His ostensis sic procedet demonstratio. Omnibus casibus anguli DBG duabus tertiis æquari censendus angulus VBC, quia hæc est Sinuum ipsorum ratio. Itemque anguli DBE duabus tertiis angulus VBH. Ergo & anguli EBG duæ tertiæ censebitur angulus HBC. Rursus tribus casibus prioribus anguli MCL duabus tertiis æqualis censendus ang. SCB. itemque ang. NHK duabus tertiis æqualis ang. RHB. Quare & casu 1. & 2. duabus tertiis differentiæ angulorum MCL, NHK, quæ differentia est angulus KHI (nam HI parallelam duximus CL) æqualis censebitur differentia angulorum SCB, RHB. Casu 3. vero, duabus tertiis summæ angulorum MCL, NHK, quæ summa rursus est angulus KHI, æqualis censebitur summa angulorum SCB, RHB. Atqui hoc casu summam hanc facile apparet æquari angulo HBC. Casibus vero 1. & 2. differentiam eorundem angulorum SCB, RHB æquari eidem angulo HBC. Ergo his tribus casibus angulus HBC æqualis censendus duabus tertiis anguli KHI. Idem vero ang. HBC æqualis census fuit duabus tertiis anguli EBG. Ergo angulus KHI æqualis censendus ang. EBG, quod erat dem.

Casu vero 4, ubi ang. BCA est rectus, incidit CL in CM, & HI in HN; cumque angulus HBC sit æqualis censendus $\frac{2}{3}$ ang. EBG, ex ante demonstratis. Et angulus BHR qui æqualis HBC, æqualis censendus $\frac{2}{3}$ anguli IHK. Sequitur & hic æquales esse censendos angulos IHK, EBG.

Denique casu 5. ubi HK cadit in HN. apparet rursus angulum BCS æqualem censendum duabus tertiis ang. MCL seu KHI: idem vero BCS seu ipsi æqualis CBH census fuit duas tertias facere anguli EBG. Igitur apparet rursus æquales censendos angulos KHI, EBG. quæ supererant demonstranda.

Quod

Quod si radii EB, GB vel ipsis paralleli, incidant in ipsum velut angulum diaphani A, manifestum est ad eundem verticem A conventuros angulos duos æquales, quos bini incidentes radii ac bini refracti efficient.

Facile autem perspicitur quomodo idem hoc Theorema ad quamlibet refractionis proportionem accommodari possit.

Sciendum etiam, quia cum in sequentibus eo utemur, tam angulus BAC, quam cæteri quibus radii incidentes & refracti inclinantur ad rectas superficiei refringenti perpendiculares longe minores plerumque erunt iis quos hic definivimus; itemque anguli radiorum incidentium EBG semper exigui, eò propius ad horum perfectam æqualitatem accessuros angulos seu inclinationes radiorum e vitro egredientium, quia tanto propius angulorum ratio sinuum rationi respondet.

De Lentium Aperturis.

Cum ratio augmenti in duarum lentium telescopiis ea esse ostensa sit, quæ foci distantiæ lentis exterioris, ad ocularis foci distantiam; aut si hæc cava lens fuerit, ad distantiam puncti dispersus, videatur forsan quamvis brevi telescopio quantum libet aucta visibilia spectari posse. Sed duplex causa est quæ hoc impediat. Altera quod, manente eadem lentis exterioris apertura, quanto magis res visas amplificarit telescopium, adhibita oculari lente acutiori, tanto quoque obscuriores videri faciet. Altera quod & minus distinctas eas referet. Si vero augenda apertura remedium quæratur, eo magis augebitur confusio. Quæ ad lucem obscuritatemque attinent intelligentur si attendamus ad picturam illam rei visæ quæ in fundo oculi formatur; quæ quanto

to major efficietur, five id refractione lentium fiat, five folum propius accedendo, tanto majore copia a fingulis rei punctis radii intra oculum recipiendi funt, ut eadem claritas maneat. Si enim nudo oculo intuens duplo propius ad vifibile accedas, fit ejus pictura in fundo oculi duplo quam fuerat major fecundum diametrum, quadruplo fecundum aream. Sed & quadruplo plures radii pupillam ingrediuntur ab uno quoque ejus puncto manantes, quia coni radiofi angulus duplus fit. Itaque eadem lux picturæ in utraque diftantia percipitur, idque ita natura comparatum eft. Si vero telefcopium parandum fit decuplo augens vifibilia ratione diametri, quodque tam lucida omnia referat atque cum nudo vifu fpectantur, debebit & in lente exteriori diameter aperturæ ad pupillæ diametrum decupla effe, etiamfi nec repercuffu fuperficierum utriufque lentis, nec vitri colore pars nulla radiorum intercipietur. Sic enim cum rei vifæ fuperficies centuplo augeatur, habebitur & lux centupla ejus quam nuda pupilla admittebat.

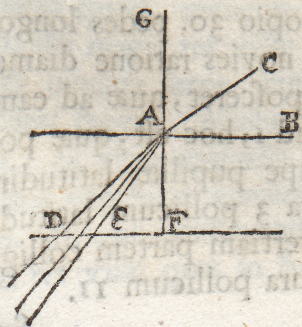
Sed multo minor lucis menfura telefcopiis fufficit. Nam quibus interdiu utimur, non nimis obfcura funt, fi modo fextam vel feptimam partem habeant claritatis quæ folet oculis percipi. Longiora vero, quibus Luna ac Planetæ fpectantur, duplo minori adhuc luce indigent, quod oculi per tenebras minore luce moveantur quam interdiu. Ita in telefcopio 30. pedes longo, quod Planetas amplificat centies novies ratione diametri, eoque latitudinem aperturæ pofceret, quæ ad eam, quæ pupillæ, fe haberet, ut 109 ad 1; hoc eft, quæ pollicum effet fere 11, pofitâ nempe pupillæ latitudine $\frac{1}{10}$ poll. fufficere invenitur apertura 3 pollicum latitudine, quæ minus quam decimam tertiam partem colligit ejus lucis quæ contingeret apertura pollicum 11.

 Sed

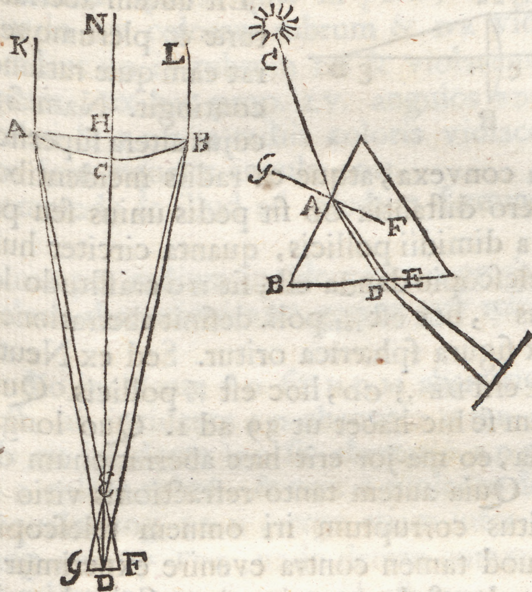
Sed nec pupillæ latitudo certa eſt aut ſemper eadem, nec præciſe definiri poteſt, quæ claritas ſufficiat. Et planetis remotioribus atque eo obſcurioribus aliquanto amplior danda eſt, quam Soli propioribus ob cauſam in ſequentibus dicendam.

Illud vero omnino quærendum eſt, quomodo dato uno teleſcopio, quod experientia docente rectè ſit ordinatum, cujuſque lentium duarum foci diſtantiæ datæ ſint, & apertura lentis exterioris quantam maximam pati poteſt; quomodo inquam ex hoc alia quotvis quarumcunque longitudinum definiantur, ita ut viſibilia æque lucida, & æque diſtincta exhibeant. Hinc enim cognoſcitur, quid, quantumque longitudine teleſcopiorum producenda profici poſſit. Item an recte elaborati expolitique ſint orbes vitrei an ſecus.

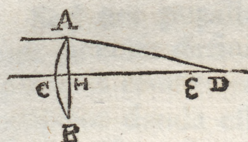
Diſtinctæ vero viſionis ratio ut habeatur, ſciendum eſt ex duplici cauſa eam vitiari; quarum altera eſt, quod ſphærica lentium convexitas non ad punctum unum cogat radios a puncto rei viſæ manantes, ſed aliquantulum aberrare faciat, ut in ſuperioribus oſtenſum fuit: Altera, quod radius in ſuperficiem denſioris diaphani oblique incidens, ac tanquam recta linea habitus, poſtquam refractus fuerit non amplius in linea feratur, ſed velut in plures ſpargatur exiguis angulis diſſidentes, coloribuſque infectos. Veluti ſi in ſuperficiem vitri AB incidat radius CA is refractus ſpargetur angulo exiguo DAE, cujus latus AD a perpendiculo GAF magis recedens colorem rubrum deferet, alterum extremum AE violaceum obſcurum; inter D & E vero appare-



rebunt flavus, viridis, cæruleus, eodem ordine ut in Iride ſpectari ſolent. Hoc ita eſſe & quidnam ex eo ſequeretur, pridem advertit V. Cl. Iſ. Neutonus; ac priſmate vitreo radios Solis refractos in loco obſcuro excipiens obſervavit ea lege hanc radii diſſipationem contingere ac ſi variæ eſſent variè coloratorum radiorum refractiones, aliæ aliis majores, radiuſque C A omnes iſtos contineret. Extremos autem in AD, AE ita refringi, ut quidem Sinus anguli GAC, ad ſinum anguli FAD, eſſet ut 68 ad 44. ad Sinum vero anguli FAE ut 69 ad 44.



Atque hinc porro collegit, in quavis lente vitrea, ut AB, cujus axis CD, ſi radiorum extremorum axi parallelorum K A, L B pars levius refracta ac rubrum vel coccineum colorem deferens conveniat cum axe in D; maximè vero refracta ac violacea in E, tunc eſſe E D æqualem $\frac{1}{50}$ CD, ac proinde ſi producantur AE, BE donec occurrant in F & G, rectæ per D ductæ ac lenti AB parallelæ, fieri G F, diametrum circelli aberrationis æqualem parti quinquageſimæ diametri AB. Unde & ang. DAF cenſebitur efficere $\frac{1}{50}$ ang. ADC.



Est autem aberratio hæc & alius naturæ & plerumque longissime superat eam quæ ratione figuræ sphæricæ contingit. Nam si sit ex. gr. lens AB, cujus altera superficies plana sit, altera convexa, atque ea radiis incidentibus exposita. Foci vero distantia CD sit pedis unius seu poll. 12. Apertura AB dimidii pollicis, quanta circiter huic lenti in pedali telescopio danda est; sit HC crassitudo lentis, $\frac{1}{192}$ poll. cujus $\frac{7}{6}$, hoc est $\frac{1}{164}$ poll. definit aberrationem totam DE, quæ ex figura sphærica oritur. Sed ex Neutoniana aberratione erit DE $\frac{1}{50}$ CD, hoc est $\frac{12}{50}$ pollicis. Quæ itaque ad priorem se hic habet ut 39 ad 1. Quo longiora vero telescopia, eo ma-jor erit hæc aberrationum differentia.

Quia autem tanto refractionis vitio videri posset penitus corruptum iri omnem telescopiorum effectum, quod tamen contra evenire experimur; omnino exponenda est hujus rei ratio. Sciendum itaque Imaginem illam Solis coloratam qualem Neutonus observavit, longe maximam lucis partem colligere ubi flavus color effulget rubro proximus. Eandem vero multo fieri obscuriorem qua parte ad violaceum tendit. Nec dubitandum, quin si ab alia quam a Solis luce radii adveniant major pars aberrantium sentiri nequeat. Ita fit ut qui a singulis visibilium punctis manant, lentis convexæ opera picturam rei procul positæ satis distinctam ac circumscriptam in foco exhibeant, etsi luce quadam, veluti nebula, aspersam, quæ ab ista aberratione seu radiorum singulorum dispersu oritur.

Notandum autem Propos. LV. ad radios in varios colores dissipatos, extendi posse. Ex ea enim sequitur, eandem obser-

ſervari legem in radiis diſſipatis, quæ in puris; ex gr. SD radius diſſipetur in DO colorem rubrum & DR violaceum; itemque radius ND in rubrum DB & violaceum DF, ſequitur inquam, ex hac prop. LV. angulos BDO a radiis coloris rubri & FDR a radiis coloris violacei deſcriptos ſingulos fore æquales angulo SDN.

Unde non incommode & illud ad modum Lemmatis deduci poteſt,

Aberrationem NDM per radium incidentem BD productam, forè æqualem aberrationi BDF genitæ per refractum ND.

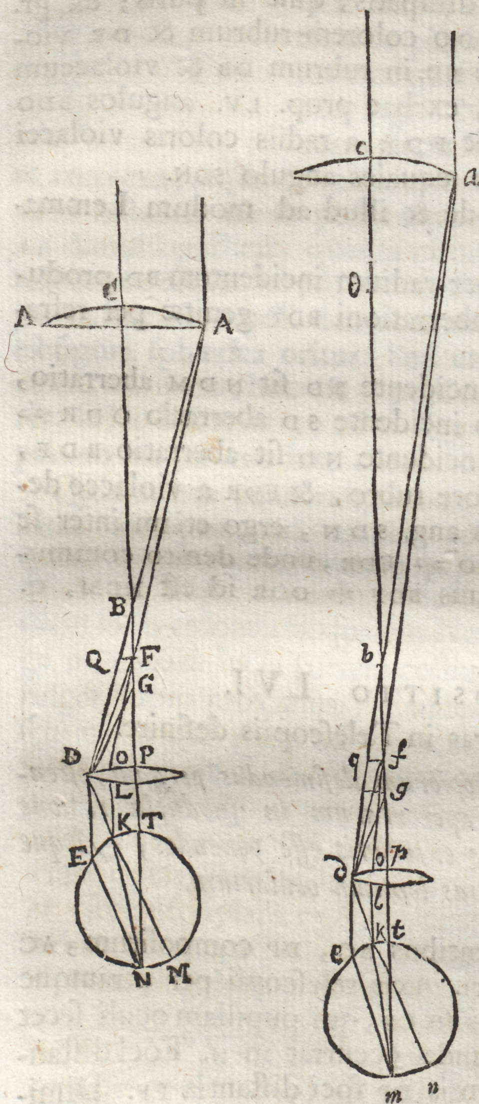
Quia enim a radio incidente BD fit NDM aberratio, vel quod idem eſt, ab incidente SD aberratio ODR 2|2 NDM, rurſus quia ex incidente ND ſit aberratio BDF, erunt anguli BDO a colore rubro, & FDR a violaceo deſcripti, ſinguli æquales ang. SDN, ergo etiam inter ſe æquales, id eſt, ang. BDO 2|2 FDR, unde demto communi ang. FDO, erit reliquus BDF 2|2 ODR id eſt NDM, q. e. d.

PROPOSITIO LVI.

Lentium aperturas in Teleſcopiis definire.

Nunc ad aperturas teleſcopiorum definiendas pergam, oſtendamque, Diametros aperturarum in ſubdupla ratione foci diſtantiarum lentis exterioris eſſe ponendos; Atque ita quoque foci diſtantias lentium ocularium.

Sit teleſcopium ex lentibus AC, DP compoſitum, AC exteriori, DP oculari. Axis teleſcopii per utramque mediam lentem tranſiens ſit CP, qui pupillam oculi ſecet in T puncto, ejuſque fundo occurrat in N. Foci diſtantia lentis AC ſit CF, lentis DP foci diſtantia PF. Dimidiæ aperturæ latitudo ſit AC. Ponatur vero teleſcopium hoc



hoc recte ordinatum, quantum ad lucem ac distinctam visionem attinet, ut nec majorem aperturam in exteriori lente ferre possit, nec acutiorem lentem ocularem; Jamque aliud sit construendum longius ac majoris amplificationis, cujus lens ac habeat foci distantiam cf, datæ rationis ad CF, quæraturque hinc diameter aperturæ aa, itemque foci distantia lentis ocularis pf, quibus fiat æque lucidum hoc telescopium, & æque distincte res visas exhibens, atque illud ex lentibus AC, PD.

Sint omnia ejusdem nominis sed diversæ figuræ literis utrobique notata, & constructio eadem.

Intelligatur nempe F esse punctum concursus radiorum axi parallelorum qui rubrum

brum colorem adferunt, tam in lentem AC extrinsecus advenientium, quam qui in lentem PD caderent e regione oculi. Sed B esse concursum parallelorum lentis AC, qui violaceum exhibent; G concursum parallelorum qui colorem hunc ducunt per lentem PD. Oculi vero ea sit constitutio, ut radios rubros axi parallelos excipiens perducat ad punctum unum fundi sui. Aberrationem quæ ex figura sphærica oritur pro nulla hic habemus, quippe quæ ut jam diximus nullius momenti sit ad hanc quæ fit ex coloribus, ac proinde si ab extrema apertura AA ducantur rectæ ABD, AFO quæ lenti PD occurrant in D & O, eæ referent radios coloratos extremos quos ex uno axi parallelo radio fecit refractio lentis AC. Jungantur DF, FA, DG, & productus axis CP secet oculi pupillam in puncto T, ejusque fundo incidat in N. Sitque recta DE axi parallela a lente oculari ad pupillam ducta, & jungatur EN. Cæterum angulus BDF, a cujus magnitudine pendere ostendimus aberrationem in fundo oculi, vocetur angulus aberrationis.

Quum igitur radius qui ex G in D ferretur violaceo colore tinctus abiturus sit in DE axi parallelam, non poterit radius hujus coloris ABD in DE refringi, sed ex propos. LV. interius feretur ad pupillam per DK, ut fiant anguli æquales BDG, EDK. Sit KL axi parallela, quia itaque ea est oculi constitutio ut radii rubri paralleli DE, LK, conveniant in fundo ad punctum N, non conveniet eodem radius DK etiamsi ruber, ac minus etiam cum sit violaceus, sed interior feretur secundum KM, ut angulus NKM ad DKL seu sinus ad sinum certam rationem habeat, quæ cujusmodi sit scire nihil interest. Sed in utroque telescopio æquales esse oportet angulos NKM, ut æque distincta visio existat; quia sic a-

aberratio quoque NM in fundo oculi utrobique æqualis erit. Conſtat enim radium rubrum AFO penetrata lente PD, futurum axi parallelum, eoque deſcenſurum ad punctum in oculi fundo N. Oportet itaque & angulos DKL, ſeu KDE, ſeu BDG, utrobique æquales eſſe, ſive etiam angulos BDF; Tunc enim & anguli BDG pro æqualibus rectè habebuntur, quia utrobique minimi ſunt horum reſpectu, (licet inæquales inter ſe) anguli FDG. Sicut enim CF ad FB ita eſt PF ad FG, ex natura hujus aberrationis; unde permutando ut CF ad FP ita FB ad FG. Atqui CF ſuperat longiſſimè FP, ut in teleſcopio ex. gr. pedum 30, ſit earum ratio quæ 109 ad 1. Ergo ita quoque FB ſuperat FG, & ita fere angulus BDF angulum FDG.

Ex his jam calculum proſequemur hoc modo. Sit in priore Teleſcopio CF $= b$, FP $= c$; AC $= a$, in poſteriore cf $= d$, fp $= y$; ac $= x$. Et fiat ſicut CF ad FP ita linea θf ad fp, eritque θf $= \frac{by}{c}$; quia igitur ratio augmenti in priore Teleſcopio eſt ea quæ CF ad FP, ſeu θf ad fp; in poſteriore vero ea quæ cf ad fp. Erunt in utroque magnitudines apparentes ſecundum diametrum inter ſe ut θf ad cf. quam eandem rationem habere debet AC ad ac; quia æque lucidum eſſe volumus teleſcopium utrumque: quod ita fiet, ſi quanto magis alterum res viſas auget, tanto majori apertura radios colligat ab earum ſingulis punctis profectos. Eſt igitur AC ad ac, hoc eſt, a ad x, ut θf ad cf, hoc eſt, ex antedictis, ut $\frac{by}{c}$ ad d, Unde fit y ſeu fp $= \frac{adc}{bx}$.

Ducatur FQ axi perpendicularis, quæ rectæ DA occurrat in Q. Quia itaque ut CB ad BF ita cb ad bf (nam utrobique BF eſt $\frac{1}{50}$ CB, ex ſupra expoſitis); erit & CA ad FQ ut ca ad fq. Et permutando CA ad ca ut FQ ad fq. Quia ve-

vero, ut dictum fuit, æquales debent esse anguli aberrationis BDF, bdf, erit DF ad FQ ut df ad fq, sive PF ad FQ ut pf ad fq, cum utrobique pro iisdem haberi possint PF & DF, propter minimam differentiam; proinde & permutando PF ad pf ut FQ ad fq, hoc est, ut CA ad ca. Est autem PF $2|2$ c; pf $2|2$ $\frac{adc}{bx}$; CA $2|2$ a. Ergo ca sive x $2|2$ $\frac{aad}{bx}$. Et bxx $2|2$ aad. hoc est, xx ad aa ut d ad b. sive x ad a in subdupla ratione d ad b. quod erat ostendendum.

Quod autem & lentium PD, pd, foci distantiæ sunt sicut aperturarum diametri AA, aa, hinc ita probatur. Cum dictum fuerit esse a ad x ut $\frac{by}{c}$ ad d. Erit & aa ad xx ut $\frac{bbyy}{cc}$ ad dd. Erat autem aa ad xx ut b ad d. Ergo $\frac{bbyy}{cc}$ ad dd ut b ad d. Unde byy $2|2$ ccd. Et cc ad yy ut b ad d, hoc est ut aa ad xx; ac proinde etiam c ad y ut a ad x. hoc est, ratio foci distantiarum FP, fp eadem quæ semidiametrorum aperturæ AC, ac.

In Telescopiis ex convexa & cava lente compositis eadem ostendi possunt, simili planè demonstratione; nisi quod distantia puncti dispersus in lente cava tunc erit quod hic fuit convexi ocularis foci distantia. Sed cavorum in compositione jam nullus fere est usus, pro-

pter angustiam spatii, quam telescopiorum prospectui relinquunt.

Cæterum ad inveniendas tum aperturas, tum lentes oculares cuique lenti exteriori convenientes, ex jam dictis & semel constituto 30 pedum telescopio hanc effecimus Regulam. *Foci distantia lentis exterioris, quem numerum pedum habebit, is numerus ducatur in 3000; facti radix erit diameter aperturæ quæsitæ in centesimis pollicum. Eadem si augeatur decima sui parte, dabit foci distantiam lentis ocularis iisdem centesimis expressam. Apparentes vero rei visæ latitudines sunt sicut diametri aperturarum.* quæ omnia sic probantur.

Lenti 30 pedum experimur convenire aperturam 3 pollicum. Si igitur proponatur lens alia cujus foci distantia contineat numerum pedum b, erit ex supra expositis sicut 30 ad $\sqrt{30b}$, quæ est ratio subdupla rationis foci distantiarum, ita 3 pollices aperturæ, sive 300 centesimæ pollicis ad aperturam lentis quæsitam; vel permutando erit ut 30 ad 300, hoc est, 1 ad 10 ita $\sqrt{30b}$ ad aperturam in centesimis pollicum, quæ itaque erit $\sqrt{3000b}$, qualem regula statuit. Lenti quoque eidem 30 pedum convenire invenimus ocularem, cujus foci distantia $3\frac{3}{10}$ pollicis. Sunt autem foci distantiæ sicut aperturæ. Ergo ut apertura 3 poll. seu 300 centesimarum ad aperturam $\sqrt{3000b}$, ita foci distantia $3\frac{3}{10}$ pollicum, sive 330 centesimarum, ad foci distantiam quæsitam. Sive permutando ut 300 ad 330, hoc est, ut 1 ad $1\frac{1}{10}$ ita apertura $\sqrt{3000b}$ ad istam foci distantiam.

Denique proportionem amplificationis, seu apparentes rerum magnitudines telescopiis perceptas esse ut aperturarum diametros, sic manifestum fiet. In unoquoque telescopio magnitudo apparens ad veram, sive

ve quæ nudo oculo percipitur, est ea quæ foci distantiæ lentis exterioris ad foci distantiam ocularis. Ergo in telescopio altero propositionis hujus erit hæc magnitudinum ratio quæ CF ad FP, seu b ad c. In altero vero quæ cf ad fp, hoc est, quæ d ad $\frac{adc}{bx}$, seu $\frac{bx}{a}$ ad c. Sed magnitudo vera utrobique est eadem. Ergo magnitudo apparens in telescopio priore ad eam quæ in altero se habebit ut b ad $\frac{bx}{a}$, hoc est, ut a ad x, sive ut aperturarum diametri, quod erat probandum.

Quare ex amplificatione quæ est in 30 pedum telescopio ut 109 ad 1, cæteræ omnes ex proportione aperturarum repertæ sunt & in Tabulam sequentem relatæ.

Foci distantia vitri objectivi, sive Longitudo Telescopii.	*Diameter aperturæ vitri objectivi.*	*Foci distantia lentis Ocularis.*	*Amplificatio secundum diametrum*
Pedes Rhenoland.	*Decimæ & centesimæ pollicum.*	*Dec. Cent. poll.*	
1	0. 55	0. 61	20
2	0. 77	0. 85	28
3	0. 95	1. 05	34
4	1. 09	1. 20	40
5	1. 23	1. 35	44
6	1. 34	1. 47	49
7	1. 45	1. 60	53
8	1. 55	1. 71	56
9	1. 64	1. 80	60
10	1 73	1. 90	63
13	1. 97	2. 17	72
15	2. 12	2. 33	77
20	2. 45	2. 70	89
25	2. 74	3 01	100
30	3. 00	3. 30	109

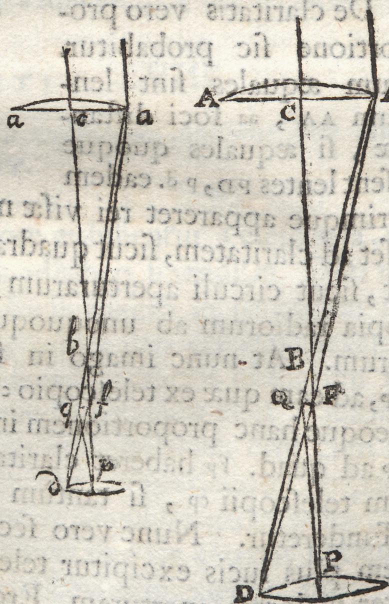
Foci distantia vitri objectivi, sive Longitudo Telescopii.	*Diameter aperturæ vitri objectivi.*	*Foci distantia lentis Ocularis*	*Amplificatio secundum diametrum*
Pedes Rhenoland.	*Decimæ & centesimæ pollicum.*	*Dec. Cent. poll*	
35	3. 24	3 56	118
40	3. 46	3 81	126
45	3. 67	4. 04	133
50	3. 87	4. 26	141
55	4. 06	4 47	148
60	4. 24	4. 66	154
65	4. 42	4. 86	161
70	4. 58	5. 04	166
75	4. 74	5. 21	172
80	4 90	5. 39	178
85	5. 05	5. 56	183
90	5. 20	5. 72	189
95	5. 34	5. 87	194
100	5. 48	6. 03	199
110	5. 74	6. 31	209
120	6. 00	6. 60	218
130	6. 25	6. 88	227
140	6. 48	7. 13	235
150	6. 71	7. 38	244
160	6. 93	7. 62	252
170	7. 14	7. 85	259
180	7. 35	8. 09	267
190	7. 55	8. 31	274
200	7. 75	8. 53	281
220	8. 12	8. 93	295
240	8. 48	8. 33	308
260	8. 83	9. 71	321
280	9. 16	10. 08	333
300	9. 49	10. 44	345
320	9. 80	10. 78	356
340	10. 10	11. 11	367
360	10. 39	11. 43	378
380	10. 68	11. 75	388
400	10. 95	12. 05	398

PRO-

PROPOSITIO LVII.

Si in Telescopiis duobus, æquales exteriores lentes habentibus, differant inter se aperturarum diametri, & eadem quoque proportione foci distantiæ lentium ocularium; æquè distinctè iis omnia conspicientur; apparentesque visibilium latitudines ejus proportionis contrariam habebunt; Claritates vero directæ quadruplicatam.

Sint lentium AA, aa æquales foci distantiæ CF, cf ex radiis axi parallelis coloris rubri, itemque æquales CB, cb foci distantiæ ex radiis coloris violacei. Aperturæ autem inæquales, quarum diametri AA, aa. Eandemque his proportionem habeant lentium ocularium foci distantiæ FP, fp. Porro ductis utrobique ut supra, rectis ABD, AF, FD, FQ, jungatur etiam QP. Quia ergo tam CB quam BF sunt utrimque æquales, ex natura aberrationis, de qua agimus; erit FQ ad fq ut AA ad aa. Sed ita quoque est ex hypothesi FP ad fp. Ergo æquales erunt anguli FPQ, fpq. a quibus nihil differre censentur FDQ, fdq. quia anguli PFD, pfd minimi esse intelliguntur. Ex hac vero



æqualitate angulorum FDQ, fdq conficitur, ſicut prop. præcedenti, eandem utrobique in oculi fundo fieri aberrationem, & æque diſtinctam utroque teleſcopio cerni rei viſæ imaginem.

Porro ſecunda pars propoſitionis ex ſupra demonſtratis manifeſta eſt, nempe latitudines rei viſæ fore in proportione contraria foci diſtantiarum quæ in lentibus ocularibus, quia nempe lentes exteriores utrobique eædem.

De claritatis vero proportione ſic probabitur. Cum æquales ſint lentium AA, aa foci diſtantiæ, ſi æquales quoque eſſent lentes PD, pd, eadem utrimque appareret rei viſæ magnitudo. Claritas autem eſſet ad claritatem, ſicut quadratum ex AA ad qu. ex aa, hoc eſt, ſicut circuli aperturarum, quia hanc rationem habet copia radiorum ab unoquoque viſibilis puncto receptorum. At nunc imago in fundo oculi ex teleſcopio CP, ad eam quæ ex teleſcopio cp eſt, ut qu. fp ad quad. FP; ideoque hanc proportionem inverſam, hoc eſt, quam qu. FP ad quad. fp haberet claritas teleſcopii CP ad claritatem teleſcopii cp, ſi tantùm lux æqualis in utramque effunderetur. Nunc vero ſecundum eandem proportionem plus lucis excipitur teleſcopio CP quam cp, propter majorem aperturam. Ergo claritas imaginis per hoc in-

intromissa erit ad alteram, in ratione quadratoquadratorum AA ad aa. quod ostendendum supererat.

Si ergo positis foci distantiis æqualibus CF, cf, aperturæ diameter AA sit dupla aa, itemque foci distantia FP dupla fp, erit telescopii CP claritas sexdecupla ejus quæ telescopii cp.

Quod autem de distincta visione utrobique æquali demonstratum est, non exactè ita experimento conveniet, sed in majori claritate majus erit nebulæ incommodum quæ ex aberratione oritur. Et hoc quidem ita invenietur si utroque telescopio, sive eodem cum diversis aperturis idem visibile inspectetur. Quod si ad visibilia diversæ claritatis eadem apertura adhibeatur, rursus ex illa causa major nebula orietur ubi major erit lux; ac propterea obscurioribus Planetis paulo major apertura quam illustrioribus danda videtur.

PROPOSITIO LVIII.

Tabulæ præcedentis Telescopia visibilibus omnibus sive diurnis sive nocturnis applicare.

Quæ in Tabulâ superiore exhibentur Telescopia, ad siderum observationes adhiberi sciendum. Dixi vero non multo antè, plus lucis requiri in iis quibus interdiu utimur, quia scilicet multa diei claritate præstinctis oculis atque inde telescopio admotis obscurum videtur, quod per noctis tenebras lucidum esset. Eadem itaque telescopia quæ in Tabula descripta sunt cum ad diurnas observationes adhiberem, experiendo comperi, mutandas in iis oculares lentes, appositis quarum foci distantiæ duplæ circiter sint priorum, ita claritas fiet quadrupla, quia eadem proportione diminuentur imagines

ra-

ratione superficiei; manebit enim eadem radiorum quantitas, ob nihil mutatam aperturam lentis exterioris, ac proinde clarius efficient angustius spatium. Quod si non mutata oculari lente apertura augeatur, augebitur quidem claritas, sed fiet nebula major ex majori aberratione, eoque hoc remedio non est utendum.

Hinc tamen quæri potest, cum substituta lente oculari minus acutâ, minuatur aberratio ea, quam hactenus examinavimus, cur non simul eousque augeri queat apertura lentis exterioris quoad eadem rursus aberratio existat, quæ secundum tabulam ordinato telescopio inerat. Sic enim plus lucis accrescet, nec tamen quidquam decedet visioni distinctæ per præced. propos. LVII. Responsum vero inde petendum quod superius jam attigi, nebulam nempe illam ex aberratione Neutoniana magis nocere si lucidior in fundo oculi imago pingatur; simul enim & nebulæ lux increscet; & hoc reipsa experimur simul ac augetur diurnorum hujusmodi Telescopiorum apertura nebulam ex aberratione in lucidiore visibili nocere incipere. Itaque nihil mutandæ sunt aperturæ.

Rursus quæri potest, Si Telescopium Saturni observationibus aptum ad Lunam convertatur, quæ centuplo lucidior est (non tota inquam sed partibus singulis) quippe decuplo Soli propinquior, an non utiliter aperturæ latitudo imminui possit, simulque eadem proportione lentis ocularis foci distantia; ut fiat regionum Lunæ claritas non major quam quæ erat in Saturno, amplificatio vero multo major evadat. Velut in telescopio 30 pedum, si diameter aperturæ 3 pollicum reducatur ad $\sqrt{\frac{9}{10}}$ pollicis, quæ paulo minus efficiunt quam partem tertiam prioris, simulque foci distantia lentis ocularis eadem proportione diminuatur; hic enim idem visibile respicienti esset claritatis proportio quadru-

druplicata ejus quæ 3 ad $\sqrt{\frac{9}{10}}$, ex propos. LVII. hoc est, ea quæ 100 ad 1; cumque Lunæ regiones sint centuplo clariores quam Saturni, maneret eadem claritas in Luna, quæ prius fuerat in Saturno. Sed ex eadem prop. & aberratio quoque in fundo oculi utrobique æqualis erit, & amplificatio in Luna quam Saturno major secundum rationem 3 ad $\sqrt{\frac{9}{10}}$, quæ major est tripla. Itaque plurimum profutura hæc aperturæ & ocularis lentis reductio videtur. At reipsa secus accidit. Igitur causa cur ita fiat dicenda est; quam duplicem esse ajo. Prima enim quod melius accuratiusque cernantur partes minimæ quæque in orbe Lunari, si tota lux telescopio relinquatur, quam si centuplo minor fiat, etsi non pro hac tanta ratione differentiæ. Altera est, quod nimium arctata apertura pereat nitida imaginum circumscriptio, quod diligenter est notandum, & quinam hic a natura constituti sint termini noscendum. Fit nempe ut quanto magis contrahitur apertura, tanto exiliori cylindrulo ad oculum accidant radii ab uno quopiam rei visæ puncto manantes, cujus cylindruli semidiameter in fig. prop. LVI. est PO. Quod si duplum ejus sive diameter totus sit intra $\frac{1}{5}$ vel $\frac{1}{6}$ lineæ, hoc est, minor quam $\frac{1}{60}$ vel $\frac{1}{72}$ pollicis deperit illa imaginum circumscriptio, ob causam in oculi naturali constitutione latentem, sive ea in choröide aut retina quærenda sit, sive in ipsis oculi humoribus. Namque & ad nudum oculum opposità laminâ cum foramine quod sit infra $\frac{1}{5}$ aut $\frac{1}{6}$ lineæ minus distincti visibilium termini apparere incipiunt, ac tanto confusiores quanto ulterius minuetur foramen. Facile vero ostendetur in adducto exemplo justo angustiorem fieri cylindrulum ad oculum. Fit enim ex regula aperturarum, foci distantia lentis ocularis $\frac{11}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$ lineæ. Sicut autem foci distantia lentis exte-

rioris ad interioris, hoc est, sicut in fig. prop. LVII. CF ad FP, ita est diameter aperturæ AA ad duplam PD, seu ad diametrum istius cylindruli, hoc est, sicut 30 ped. seu 360 poll. ad $\frac{11}{10}\sqrt{\frac{9}{10}}$ unius pollicis ita sunt $\sqrt{\frac{9}{10}}$ ad non totam $\frac{1}{30}$ unius lineæ, longe nempe minorem quam $\frac{1}{6}$. Sed in priore atque ordinaria Telescopii constitutione, erat sicut 360 poll. ad pollices $3\frac{1}{10}$ ita 3 poll. ad $\frac{11}{400}$ pollicis, seu ferè $\frac{1}{3}$ lineæ, cylindruli diametrum, cujus itaque nequaquam ea est angustia quæ nocere possit. Non multo amplius vero quam tertia sui parte diameter aperturæ ac simul lentis ocularis foci distantia diminui possent, quia jam hinc fit latitudo ad oculum quæ vix excedat $\frac{1}{7}$ lineæ; idque in omni telescopii longitudine locum habet; quandoquidem in Tabula nostra ita ordinata sunt ut in omnibus Latitudo ista ad oculum sit eadem, ut paulo post demonstrabo.

Etiamsi igitur a Saturno ad Venerem convertere telescopium velimus, cujus claritas major est 225 vicibus, non tamen ulterius contrahenda est apertura quam parte tertia; Sed si nimia claritas supersit ea leviter infecto fuligine vitro est auferenda.

Nocet enim alia quoque ratione diminutio aperturæ, quod nimirum nævi & bullæ quæque exiguæ quæ lenti oculari insunt magis apparent, quippe totam cylindruli, de quo diximus, latitudinem vel partem ejus intercipientes, eoque & particulam rei visæ.

Quod autem dixi latitudinem cylindruli radiosi oculo incidentis in omnibus Tabulæ nostræ Telescopiis eandem reperiri, paucis ostendi potest. Sunt enim in Schemate prop. LVI. ejusmodi cylindrulorum in duobus diversæ longitudinis telescopiis semidiametri PO, po. Cumque sit ut FC ad CA ita FP ad PO, erit PO $\propto \frac{ac}{b}$. Ac

si-

ſimiliter cum ſit ut fc ad ca ita fp ad po; fc vero ſit 2|2 d: ca vero 2|2 x, Et fp ſit inventa 2|2 $\frac{adc}{bx}$, fiet po 2|2 $\frac{ac}{b}$, ideoque æqualis po, quod erat oſtendendum.

Atque hinc denique concludo nihil obſtare, quin ſervatis Tabulæ ſuperioris legibus quouſque lubet Teleſcopiorum longitudines producamus, idque ſemper majore cum effectu. Quandoquidem & claritas & diſtinctio eadem ubique manet; ut patet ex prop. LVI. quam Tabula pro fundamento habet; & hoc quoque poſterius incommodum, ex anguſtia radiationis ad pupillam, peræque abeſt.

Priuſquam vero a Teleſcopiis diſcedamus, oſtendam quomodo obſervari poſſint ſtellulæ exiguæ ac præcipue Satellites Jovis ac Saturni, aucta inſigniter ac præter ſolitum apertura exterioris lentis, ſimulque ocularis foci diſtantia. Quia enim velut puncta tantum apparent hæc ſidera, licet teleſcopio ſpectata, nihil prodeſt eorum diametros augeri, ſed oportet ut quanta poſſunt luce clareſcant. Hoc autem præcipue hic fit auctis aperturis. Duplicatâ enim apertura ſecundum diametrum, quadrupla lux a ſidere profluens colligitur. Quod ſi ſimul lentis ocularis foci diſtantia duplicetur, orietur diſtinctio eadem quæ ab initio, non tamen fiet claritas ſexdecupla, quanta ex ſuperiore ratiocinio, ſed quadrupla manebit; quoniam, ut jam dixi, imago ſideris in fundo oculi eſt inſtar puncti, eoque tantùm lucis quantitas in ipſum derivata ſpectanda eſt; quæ quanto major, tantò clarius faciliuſque ſidus ipſum conſpicietur. Quod aliter eſt ſi lunam aut planetarum primariorum aliquem hoc teleſcopio intueamur, quorum partes ſin-

gulæ ſexdecuplam lucem accipient. Poterimus autem hac aperturæ ampliatione plurimum augere vim teleſcopii in deprehendendis ſtellis minimis aut Saturni Comitibus, ac forſan 30 pedibus longo cum apertura ſolitæ dupla ſeu 6 poll. lata tantundem efficere quantum alias teleſcopio pedum 120, cui in ſuperiore Tabula tanta aperturæ latitudo attributa fuit.

DE

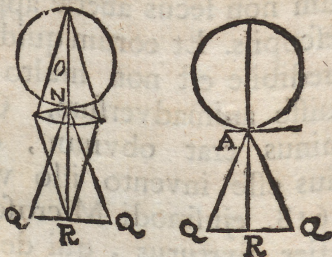
DE MICROSCOPIIS.

Lentibus vitreis etiam vel ſolis, vel binis terniſve certa ratione conjunctis, Microſcopia parantur, quibus corpuſcula quælibet minima, parteſque eorum non ſecus auctæ apparent, quam res longinquæ teleſcopiis. Et eorum quidem, quæ ſimplici lente conſtant, credibile eſt non multo poſt inventa teleſcopia uſum fuiſſe animadverſum. Compoſitorum vero artificium minus erat obvium, quod decennio circiter poſterius eſſe invento illo videtur. Nondum enim Anno 1618. ejuſmodi Microſcopia extitiſſe apparet, quod Hier. Syrturus, qui de origine & fabrica Teleſcopiorum eo anno librum edidit, non fuerit ſilentio præteriturus tam inſigne inventum, ſi jam tum cognitum fuiſſet. Franc. quidem Fontana ab ipſo Ao. 1618 id ſibi arrogat in libro Obſervationum edito in lucem Ao. 1646. Sed teſtimonium Hier. Syrſalis quod adducit non eſt antiquius Anno 1625. Anno autem 1621 apud Drebelium noſtratem conſpecta fuiſſe Microſcopia hujuſmodi Londini in Britannia, ipſi qui adfuerant ſæpe mihi narraverunt, ipſumque primum auctorem eorum tunc habitum. Nihil vetat autem, quin ambo ex varia lentium compoſitione huc devenerint, etſi cauſarum in his rebus & omnis Geometriæ ignari.

Cæterum ſimplicia quæ dixi Microſcopia, cum ante hac minoris fierent haud pridem eo perducta fuere, ut cæteris omnibus in augendis virtutibus antecellant. Fiunt autem vel lenticula una convexa, vel ſphærula vitrea prope ad oculum admota, quorum utriuſque rationes cauſaſque hic primum exponemus.

Propositio LIX.

Simplicium Microscopiorum rationes & usus exponere & quomodo sphærulæ & exiguæ lentes parentur.

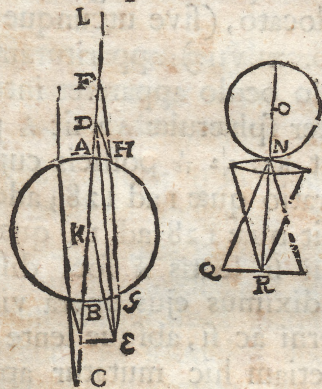


Lenticulæ effectus ex iis facile intelligitur, quæ de amplificatione convexæ lentis in universum scripsimus prop. XXXVI. Sit enim lens N, res visa ad R focum nempe ejus, Oculus O proxime lenti admotus; Jam radii ex R egressi ac refracti mittentur ad oculum O paralleli, distinctamque visionem efficient. Visibile autem QRQ eadem magnitudine cernetur ac si lens N abesset, & in locum ejus lamina cum exiguo foramine constitueretur, nempe angulo QAQ. Ut proinde nihil aliud hic præstet interposita lens, quam ut distincta fiat visio, quæ absque lente confusa foret. Sed cum nudo oculo ita demum fiat distincta si spatio aliquo, puta 8 pollicum, oculus distet; tanto nunc auctior imago apparens dici poterit, quanto 8 pollices isti majores spatiolo NR, seu foci distantiâ lenticulæ N, quæ si pollicis quintam partem æquet, erit augmentum velut 40 ad 1 ratione diametri. Quanto igitur minor erit foci distantia lenticulæ N, tanto major erit effectus ejus in dalatanda rei minutæ specie; quanquam obstacula quædam hic sese offerunt in sequentibus memoranda, quæ ultra certos terminos progredi vetant. Atque idem in sphærulis accidit quæ ut diximus pro lentibus hic adhiberi possunt; quas alioqui quantumvis exiguas facile parare licet. Hæ vero

hoc

hoc uno lenticulis cedunt si utræque sint vitreæ, quod in pari amplificatione triplo amplius a visibili lenticulæ distent, eoque spatium relinquant, quo lateralis lux immittatur, sic enim rerum colores conspicere licet, cum alioqui directæ luci obvertendum sit Microscopium, & tantum quæ tenuitate sua pellucent intuenda.

Effectus vero sphærulæ, atque hoc quod diximus de triplo minore distantia sic demonstrantur.



Sit sphæra vitrea cujus centrum K; axis AB, in quo utrimque producto statuatur oculus ad D; visibile ad C; positis distantiis singulis AD, BC diametri AB quadrantibus. Est ergo punctum C concursus radiorum axi AB parallelorum qui incidunt in superficiem AH; quare visibile in C positum, mittet radios ex refractione sphæræ parallelos ad oculum in D, eoque fiet visio distincta. Producta autem BD ad L, ut AL sit diametro AB æqualis, si fiat secundum propos. XII. part. I. ut DL ad DK, ita DA ad DF, erit in puncto D concursus radiorum intra sphæram euntium & ad punctum F pertinentium, qualis GH. Sicut autem æquales DL, DK; ita quoque erunt DA, DF. Sit jam GE axi parallela, atque intercipiat rei visæ lineam CE, ac ducatur recta ED. Radius ergo EG, fractus ad G, incedit secundum GH, & rursus fractus ad H, pergit ad oculum in D. Quamobrem linea CE, spectatur angulo ADH, quæ nudo oculo occuparet ang. CDE. quem dico illius esse dimidium.

Quia

Quia enim AF dupla ad AD, erit angulus ADH duplus AFH. Est autem DE parallela FG, quia GE & parallela est FD, & huic ipsi sive rectæ BC æqualis censenda; quia CE linea velut minima habetur ratione sphæræ diametri. Erit ergo anguli quoque CDE duplus ADH; qui æqualis proinde angulo CKE. Unde liquet oculo ad D collocato, (sive utcunque alibi in producto axe BA per prop. XLVII.) apparituram lineam CE angulo eodem quo nudo oculo appareret intuenti ex puncto K. Unde si diameter sphæruiæ AB sit $\frac{1}{12}$ pollicis, qualibus uti solemus, fit KC 2|2 $\frac{1}{16}$ pollicis cujus ad distantiam 8 pollicum ea est ratio quæ 1 ad 128; adeo ut amplificationis ratio tunc sit quæ 128 ad 1, quæ sane insignis admodum. Atqui si lentis N foci distantia NR æqualis sit rectæ KC, diximus ejus opera visibile RQ, eadem magnitudine cerni ac si, absque lente in N oculus poneretur; neque etiam hic mutatur apparens magnitudo ubicunque in axe producto RN oculus statuatur. Ergo sequitur eandem multiplicationem, eundemque prorsus effectum præstari lente N & sphæra AB. Et constat porro distantiam RN triplam esse BC, quæ fuerant demonstranda.

Hic crassitudinem lentis N pro nulla habuimus, qualis censeri potest, cum foci distantia NR pollicaris est vel non multo minor; Sed quum usu præstent exiles lenticulæ, velut quæ utrinque formantur cavo sphærico, cujus $\frac{1}{2}$ diameter duodecimam pollicis non excedit, necessario relinquenda est iis crassitudo aliqua, ne ob nimiam parvitatem intractabiles fiant, neve minus bene sphæricam formam induant. Hinc vero minuitur illa quam dixi distantia vitri a subjecto visibili. Velut si sit lenticula ST, cujus superficies plano secta faciat arcus SXT, SVT circumferentiæ trientes, nempe de-

scri-

ſcriptos centris X, V, radio XV. Hæc ut idem præſtet augendo viſibili ac ſphærula AB; debet XV radio KB & quartæ ejus parti æqualis poni; unde oritur foci diſtantia VY dupla BC, ſeu $\frac{2}{3}$ NR.

Quomodo autem ſphærulæ & exiguæ lentes parentur atque uſui aptentur nunc exponendum erit.

Sphærulæ quo minores eo facilius conficiuntur, hoc modo. Fragmina vitri minima ad imam lucernæ flammam, qua parte cæruleus color conſpicitur, admoventur ut candeſcant atque ita filo ferreo, quantum tenuiſſimum duci poteſt, excepta, ac porro dextrè verſata, in globulos abeunt, qui ſatis magni ſi granum ſinapi æquaverint. Ex pluribus ita paratis aliquos probos reperies, idque experieris poſtquam lamellæ æreæ eos incluſeris. Quod ita fit. Lamellam ex ære tenuiſſimo digiti latitudine, longitudine duplâ complicabis, tum medium hoc rectangulum acus cuſpide perforabis; foramina oppoſita coticula lævigabis ne quid ſcabri circa margines adhæreat & flammæ fuligine inficies, ne quid fulgidum intus remaneat. Inde ſphærulam adhuc filo ferreo hærentem intra lamellam atque ad ipſa foramina inſeres; preſſamque continebis adactis circum æneis tribus claviculis ex filo deſectis malleoque firmatis. Sic levi opera plura microſcopia efficies, ex quibus quæ optima ſeliges.

Horum, uti dixi, præcipuus eſt uſus ad pellucida quæque corpuſcula inſpicienda. Imponuntur vero machinulæ ita conſtructæ ut cochleolæ converſione accedant recedantque a viſibili, atque ita ad requiſitam diſtan-

tiam deducantur, fiatque distincta visio. Cui porro plurimum conducit, ut lux nimia coërceatur, nec nisi per foramen admittatur, quod circiter quaternis suis diametris a visibili distet. Etenim hoc pacto melius apertura sphærulæ conveniens definitur quam latitudine foraminis contigui, quod hic arctari nihil necesse est. Oculus sphærulæ proxime admovendus est quo majus spatium complectatur.

Cæterum quæ visui proponuntur corpuscula aut liquorum guttulæ orbiculo vitreo plano imponuntur, qui inter aspiciendum in omne latus mobilis sit oportet. Sunt & qui vitreis tubulis liquorem attrahant, tam angustis ut vix pilos singulos admittant; quæ ratio suos quoque usus habet. Lenticulis autem, quas diximus, utendo, ac lente aliâ a latere appositâ, lucem rei visæ desuper affundendo curandum est, ut aperturæ minimum foramen exactè temperetur, experiendo quantum patere possit sine distinctæ visionis detrimento. Radiant enim hic corpusculorum puncta; quod aliter est in pellucidis quæ per sphærulas spectantur, ubi lucem intercipit res objecta, non emittit.

Mirabilis autem est lenticularum ac sphærularum ejusmodi effectus, ut ex editis in publicum experimentis cognoscere licet, quibus naturalium rerum cognitio plurimum lucis accepit. In his est observatio manifesta circularis motus sanguinis, quem, monstrante A. Lewenhoekio nostro, diligentissimo horum investigatore, in anguillæ cauda summa cum voluptate conspeximus. Est enim perlucida; ac sanguis globulis subrubentibus constans, celeri motu per canaliculos arteriarum, qui venis continuantur, discurrit. Quod haud dubie in cæteris quoque animalibus animadverteretur, sed non facile partes luci perviæ in his reperiuntur.

An-

Anguillulam vivam in tubum vitreum demiſerat aqua ſemiplenum, cui extrinſecus microſcopium applicabat ea parte qua cauda extrema vitrum tangebat.

Jucunda etiam eſt animalculorum obſervatio aquæ guttulis innatantium, in quam zinziber, piper aut aliud odoris acrioris diebus aliquot demerſum fuerit.

Variæ ſunt formæ aliæque aliis minores, miri etiam motus pro modulo ipſorum ſatis celeres, quorum inſtrumentum nullum animadverti poteſt, cum pedibus branchiiſque careant, nec corpora ut piſces inflectant. Nam anguillulæ aceti, quæ iſtis longe majores ſunt, eadem ratione ac fluviatiles natant; in quibus hoc mirum quod ex ſe fœtus generent. Vidi enim quæ parvulas quaternas intra ſe contineret (ſunt enim perlucidæ totæ) cumque in tubulo aſſervaretur, poſt horas aliquot eas enixa eſt, quæ ſeorſim quæque natabant.

Sed iſta quæ dixi in aqua diſcurrentia animalcula veriſimile eſt ex aere in aquam allici propter odorem. Variis enim rebus in aqua maceratis eædem formæ eorum reperiuntur. At clauſo vaſculo nulla apparent. Facile autem ob inſignem parvitatem in aere ſuſtinentur, cum minimis pulviſculis multo minora ſint. Ita multa ipſorum millia forſan in pulmones dimittimus ignari. Nec inutile eſſet obſervare quibus anni tempeſtatibus plura appareant, & num aëre vitiato augeantur.

Lac exiguis globulis pellucidis conſtare apparet in liquore item pellucido ſed diverſæ refractionis natantibus; hinc album videtur, cum tamen non aliam materiam quam prorſus diaphanam contineat, coloreque carentem.

Mitto inſectorum minimorum tot mirabiles formas. Alas papilionum & culicum, plumulis exiguis obſitas.

 Pul-

Pulvisculos in mediis florum apicibus inhærentes, qui nil aliud sunt quam folliculi transparentes materia ea pleni ex qua ceram apes conficiunt, quamque pedibus suis affixam in alvearia deferunt. Omnium vero mirabilissimum ac præcipuum putandum, quod in semine animalium marium est observatum, nempe in eo animalculorum immensam multitudinem pisciculorum more natare, ejus ferè formæ quam ranæ habent nuper natæ ac nondum pedibus auctæ. Quæ animalcula, intrare ova fœminarum, atque esse ipsorum animalium inde excludendorum initia, vix mihi dubitandum videtur. Plurima enim hoc suadent, nec multum obstat quod e tanta multitudine sæpe vel pauca vel unum duntaxat in animal excrescant, cum eadem abundantia ac superflua foecunditas in plerisque arborum & herbarum seminibus conspiciatur, velut abietis, papaveris &c.

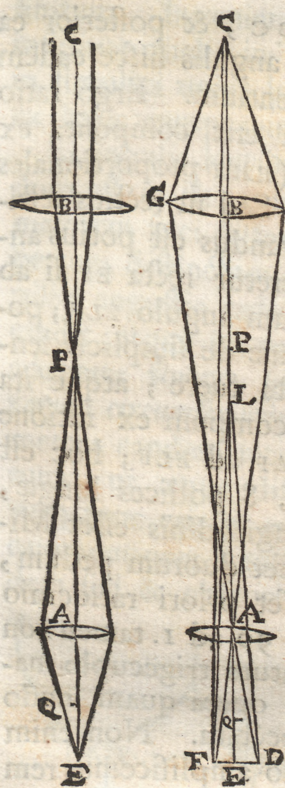
Hæc vero animalcula propter miram parvitatem (nam vel decem millia eorum exiguum arenæ granum non æquant) globulis istis vitreis inspicienda sunt, quorum in augendo præcipua est virtus.

PROPOSITIO LX.

Microscopiorum compositorum rationes explicare.

Nunc de compositis Microscopiis dicemus, quorum opera spectantur quæ lucem non transmittunt, verique eorum colores apparent, idque melius commodiusque quam lenticulis singulis.

Sint lentes Microscopii A minor, & B major. Cur autem ita ponendæ causam postea demonstrabimus. Sitque B oculo propior, qui sit ad C punctum; A vero ad rem visam obversa, quæ sit ad E, axis communis



nis lenti utrique A B C. Duplex autem adhibenda est observatio, quam duplici Schemate designamus. In priore radii ex uno rei visæ puncto E manantes in lentem A, conveniunt hujus refractione ad punctum P, atque ibi sese intersecantes, atque in lentem B pergentes, hujus opera paralleli redduntur atque ita ad oculum in C perveniunt, eoque distincta fit visio. Oportet itaque distantiam AE, majorem esse quam sit AQ foci distantia lentis A. Et proportionales esse debent EQ, EA, EP. Lens vero B ita collocanda ut ejus focus qui versus A, cadat in ipsum punctum P, quæ omnia ex supra demonstratis manifesta sunt. Altera figura radios singulos exhibet a diversis rei visæ punctis fluentes DAG, FAH, EAB. Est autem punctum A medium lentis, ponunturque AP, AB, AC proportionales, ad definiendum oculi locum C; ita enim fit ut quam libet exiguo foramine pateat lenticula A, tota tamen lens B imagine rei visæ impleatur, quoniam radii ex A in totam lentem B cadentes coguntur ad punctum C.

Proportio autem magnitudinis apparentis ad veram cognoscetur ductâ in secunda figura rectâ CF. Erit enim ea quam habet angulus BCH ad angulum ECF, quæ ratio componitur ex ratione anguli BCH ad angulum BAH & anguli BAH seu EAF ad angulum ECE. Sed prior harum

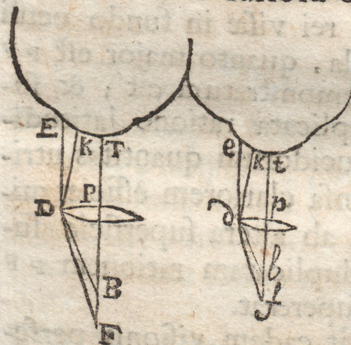
rum eſt eadem quæ rectæ A B ad B C, & poſterior ea quæ C E ad E A, quia in exiguis angulis hiſce eadem cenſetur ratio angulorum quæ tangentium. Ergo ratio apparentis ad veram magnitudinem erit compoſita ex rationibus AB ad BC ſeu AP ad PB (nam proportionales ſunt AP, AB, AC) & CE ad EA. Sed ut rectius æſtimetur Microſcopii effectus, comparandus eſt potius angulus BCH cum angulo, quo cerneretur recta EF ſi ab oculo 8 pollices diſtaret, hoc eſt, cum angulo ELF; poſitâ LE pollicum 8. ſecundum ea quæ de ſimplicis lenticulæ multiplicatione ſuperius dicta fuere; atque ita ratio amplificationis cenſenda hic componi ex ratione anguli BCH ad BAH, & BAH ſeu EAF ad ELF; hoc eſt ex ratione AP ad PB, & lineæ EL, 8 pollices longæ, ad rectam E A. Si enim tantæ longitudinis eſſet Microſcopium, ut ex. gratia, C E eſſet duorum pedum, hoc eſt, tripla L E; Repertaque eſſet priori ratiocinio magnitudo apparens ad veram, quæ 90 ad 1. tamen non niſi 30 ad 1 cenſenda eſſet quia tantum trigecuplo major appareret lineæ E F microſcopii opera quam nudo oculo ex octo pollicum diſtantia ſpectata. Non enim conſiderandum quantum microſcopio amplificemus rem duobus pedibus diſtantem, ſed quanto major efficiatur quam cum ex eo ſpectatur intervallo, quo ſolemus oculum admovere cum curioſius intueri cupimus.

De Microſcopiorum luce & aperturis.

Sicut antea de Teleſcopiorum aperturis inquiſivimus, ita nunc ea quoque expendemus quæ Microſcopiorum lenticulis ad res viſas obverſis conveniunt; unde omnis eorum pendet vis & effectus, adeo quidem ut hinc diſcendum ſit quouſque viſibilium amplificatio perduci poſſit: quod hactenus a nemine, quod ſciam, fuit defi-

finitum. Invenietur autem & hic progressus quidam infinitus qualis in Telescopiis ostensus fuit, non quidem in simplici unius lenticulæ Microscopio, sed in iis quæ ex binis componuntur.

Si singulis lentibus microscopia constituantur, sciendum est in iis, quæ circiter semipollicarem habent aut majorem foci distantiam, nihil opus esse moderanda apertura distinctam visionem efficere; quoniam ipsa pupillæ angustia radios nocituros quantum opus est excludit, atque ita prorsus ac si non majori foramine lens adaperta foret. *In minoribus vero lenticulis ubi aperturarum circumscriptio necessaria est*, oportet harum diametros eandem rationem servare quæ est foci distantiarum, ut æque distinctè res visas referant. Claritas vero tunc erit in eadem ratione duplicata, ut proinde quo acutiores lenticulæ adhibebuntur, eo majora quidem sed & obscuriora omnia videri faciant.



Sit Lenticula P, cujus axis TBF, semidiameter aperturæ PD, quantam maximam experientia ferri posse ostendit, eaque pupillâ minor, focus extremus radiorum rubrorum qui ab axi parallelis procedunt, in F puncto, ubi & visibile collocatum sit; focus violaceorum ab iisdem axi parallelis procedentium, in B. Positis item iisdem omnibus in minore lenticula p, cujus aperturæ semidiameter pd sit ad foci distantiam pf sicut in majore; Dico utraque æque distinctè visibile conspici.

Cum enim utrobique si radius ED axi parallelus in lentem P incidat, idem spargatur per angulum FDB, ita

ita ut rubrum colorem extremum deferat ad F, violaceum extremum ad B; fiet viciſſim ut radius a viſibili manans FD, ſpargatur per angulum EDK, ita ut angulus EDK ſit æqualis FDB, ex propoſ. LV. Eſt itaque utrobique aberrationis angulus FDB a quo pendet aberratio radiorum in oculi fundo, ut oſtenſum cum de Teleſcopio agebatur. Quia vero ex natura aberrationis hujus, ut PF ad FB, ita eſt pf ad fb; itemque ex hypotheſi, PD ad PF ut pd ad pf, manifeſtum eſt æquales eſſe tam angulos PFD, pfd, quam PBD, pbd, quare & differentia priorum æqualis differentiæ poſteriorum, hoc eſt ang. FDB æqualis angulo fdb, ac proinde aberrationes in fundo oculi utrimque æquales, eoque viſio æque diſtincta.

Porro quia anguli PFD, pfd æquales, apparet eandem quantitatem radiorum utrobique a punctis rei viſæ F, f & aliis quibuſvis ad lentes manare, eoque & ad oculi pupillam. Latitudo vero rei viſæ in fundo oculi tanto major fit minori lenticula, quanto major eſt PF quam pf, ut in ſuperioribus demonſtratum eſt; & ſuperficies apparentes ſunt in duplicata ratione latitudinum. Ergo eadem radiorum lucidorum quantitas utrique ſuperficei illuſtrandæ impenſa clariorem efficiet minorem ſecundum rationem qua ab altera ſuperficie ſuperatur, hoc eſt, ſecundum duplicatam rationem PF ad pf, quod demonſtrandum ſupererat.

Cum itaque ſervari non poſſit eadem viſionis perfectio in acutioribus lenticulis quæ reperitur in majoribus, quin creſcat obſcuritas, ſequitur non licere amplificando quouſque libet progredi, niſi lux major illuſtrando viſibili aliunde arceſſatur. Nec ſic quoque multum proficimus, quoniam latitudo ad pupillam, ſeu cylindrulus radioſus a ſingulis rei viſæ punctis affluens,

fluens, de quo prop. LVIII. in telescopiorum explicatione dictum fuit, quique hic ipsam aperturæ latitudinem habet, non infra quintam sextamve lineæ partem contrahi potest, adeo ut undique terminus præscriptus sit harum lenticularum efficaciæ.

Jam porro quid binis lentibus componendis fieri possit investigabimus, atque inprimis ostendemus plus præstari posse brevioribus quam longioribus Microscopiis. Quin etiam infinitum quendam ampliationis progressum dari demonstrabimus, nisi obstaret lenticularum parvitas, quæ continuo tanta fit, ut nec veras sphæræ superficies iis inducere, nec satis commode ipsas tractare possimus, quippe quæ & visum denique effugiant.

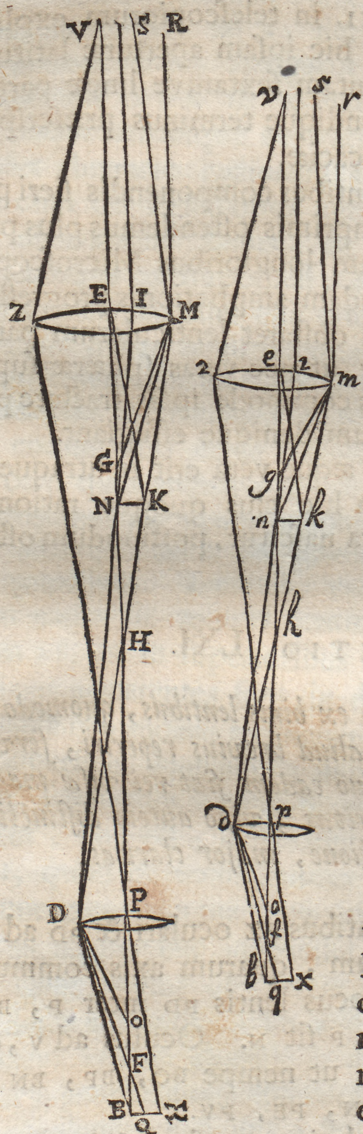
Sequens vero propositio æque vera erit in utraque radiorum aberratione. Nam hic ejus quoque rationem habendam esse quæ ex figura nascitur, postmodum ostendemus.

PROPOSITIO LXI.

Dato quocunque Microscopio ex binis lentibus, quomodo diximus, composito, potest aliud brevius reperiri, servata eadem lente oculari, in quo eadem fiat rei visæ magnitudo apparens, eadem claritas, visio autem distinctior; vel servata eadem distinctione, major claritas.

Sit Microscopium ex lentibus EZ oculari & PD ad visibile obversa compositum, quarum axis communis VEPB; Sit visibile ad B; focus lentis PD inter P, B sit O, focus lentis EZ inter E, P sit N. Oculus ad V, dispositio autem qualis supra, ut nempe BO, BP, BN sint proportionales, itemque PN, PE, PV.

Porro adsumta lente oculari EZ quæ foci distantiam EN



æqualem habeat E N, jungatur ei lens altera pd, cujus foci distantia p o minor sit quam PO. Sicut autem PO ad p o, ita sit PN ad p n, & ita quoque P B ad p b. Itaque quemadmodum radii a puncto rei visæ B manantes, refractione lentis P D conveniunt in N, ita quoque qui a puncto b veniunt, refractione lentis pd convenient in n, atque inde refractione lentis e z fient paralleli atque ita ad oculum ferentur qui sit in v, positis proportionalibus p n, pe, pv. unde fiet ut totam lentem e z imagine rei visæ plenam spectet, per ea quæ superius explicata sunt. prop. XLIX.

Dico jam utroque microscopio apparentes rei visæ magnitudines fore æquales.

Quod si & aperturæ lentium PD, p d, proportionales ponantur ipsarum foci distantiis, Dico utroque microscopio eandem haberi claritatem, sed breviori omnia distinctius cerni, sive angulum aberrationis in oculo hic minorem fieri.

Sint

Sint rei visæ latitudines lineolæ BX, bx, axibus perpendiculares & inter se æquales, & per centra lentium P, p, ducantur rectæ XPZ, xpz, lentibus EZ, ez occurrentes in Z, z, atque hinc ducantur ZV, zv, ad puncta oculi. Spectabuntur itaque lineolæ æquales BX, bx, angulis EVZ, evz, qui si inter se æquales esse ostendantur, hoc est, si eadem sit ratio VE ad EZ quæ ve ad ez, erit utrobique magnitudo apparens eadem.

Componitur autem ratio VE ad EZ ex rationibus VE ad EP & EP ad EZ. Sed ratio VE ad EP est eadem quæ EN ad NP, quia proportionales sunt VP, EP, NP. Et ratio EP ad EZ est eadem quæ PB ad BX. Ergo ratio VE ad EZ componitur ex EN ad NP & PB ad BX, ac propterea eadem erit quæ rectang. EN, PB ad rectang. NP, BX; quæ etiam componitur ex rationibus PB ad NP & EN ad BX.

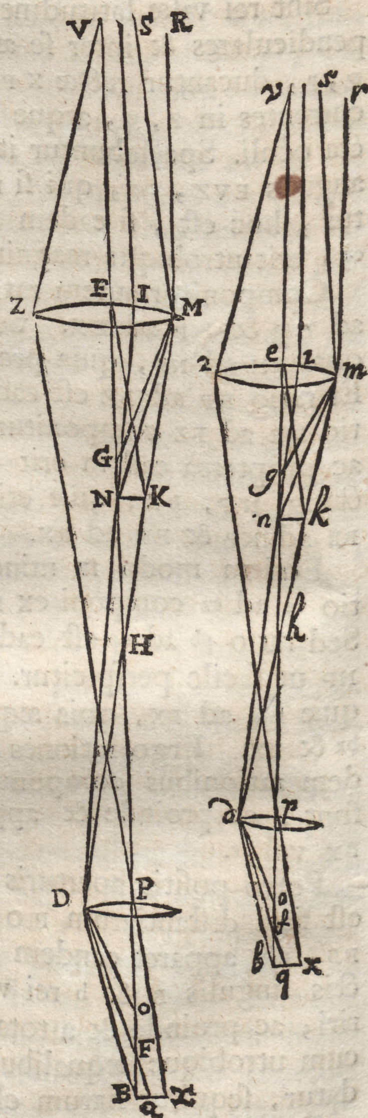
Eodem modo in minore microscopio ostenditur ratio ve ad ez componi ex rationibus pb ad np & en ad bx. Sed ratio pb ad np est eadem ex hypothesi quæ PB ad NP ut facile perspicitur. Itemque ratio en ad bx eadem quæ EN ad BX, quia æquales inter se en & EN itemque bx & BX. Ergo rationes VE ad EZ, & ve ad ez ex iisdem rationibus componuntur, eoque inter se æquales sunt; ac proinde & apparentes magnitudines lineolæ BX vel bx.

Porro positis aperturis PD, pd in eadem ratione, quæ est foci distantiarum PO, po, hoc est, quæ rectarum PB, pb. apparet eandem radiorum quantitatem ex punctis singulis B & b rei visæ microscopio utroque hauriri; ac proinde & a tota ipsarum superficie; quæ lux cum utrobique æqualibus in oculo imaginibus impendatur, sequitur harum claritatem æqualem fieri.

Denique angulum aberrationis a diffusione radii mino-

norem esse in breviori microscopio facile quoque ostenditur. Si enim aberrationes istæ sint BF, bf, radiorum ex N & n venientium, facilè intelligitur eas fore inter se sicut distantiæ BP, bp quam eandem rationem quoque habent aperturæ sive earum dimidiæ PD, pd. Unde junctis FD fd, apparet triangula similia fieri BDF, bdf eorumque angulos ad D & d æquales. Cum igitur radii ND, nd, refractione lentium PD, pd ita dissipentur, ut DB, db rubrum colorem deferant; DF, df vero violaceum, ac proin vicissim violacei FD, fd abirent in DN, dn; fiet ut qui in radiis BD, bd violacei continentur, abeant in DM, dm, ita ut anguli MDN, mdn sint æquales angulis BDF, bdf *. Hi autem duo inter se æquales sunt, ergo etiam æquales anguli MDN, mdn. Cumque PN sit major quam pn. (sunt enim inter se ut foci distantiæ PB, pb) si ducantur axi perpendiculares NK, nk, rectis DM, dm

* per prop. LV.



oc-

occurrentes, erit major NK quam nk; & junctis NM, nm, itemque KE, ke, quia æquales sunt NE, ne, erit ang. nek minor quam NEK, ideoque & nmk minor quam NMK, quia hi singuli istis singulis æquales censentur. Quod si porro ponatur, puncta G, g, esse focos radiorum violaceorum qui axi paralleli in lentes EQ, eq incidunt, sicut rubrorum sunt foci N & n; (nam per rubrorum radiorum concursum semper foci distantias definimus) sequetur jam, si violacei per GM, gm ferantur eos axi parallelos evasuros puta in MR, mr, ac proinde violaceos DM, dm, post refractionem non fore axi parallelos, sed ita introrsum declinaturos, ut anguli RMS, rms fiant æquales angulis GMK, gmk. Quia autem æquales sunt EN, en, minor vero em quam EM, ut mox ostendemus, erit in aberratione, quæ ex figura oritur, minor gn quam GN, in altera vero aberratione hæ erunt æquales. Itaque semper angulus nmg minor quam NMG. Erat autem & nmk minor quam NMK, ergo totus gmk minor quam GMK. Atqui angulo gmk æqualis erat rms, & angulo GMK æqualis RMS, ergo & rms minor quam RMS; ab his vero angulis pendet aberratio intra oculum uti ostensum fuit cum de telescopiorum aperturis ageremus. Ergo minor hæc erit breviori huic quam longiori microscopio; quod tertio loco erat demonstrandum.

Cæterum eadem ferè proportione sese superabunt, qua rectæ NK, nk, hoc est, qua foci distantiæ PO, po, quatenus anguli NMG, nmg, ob parvitatem negligi possunt.

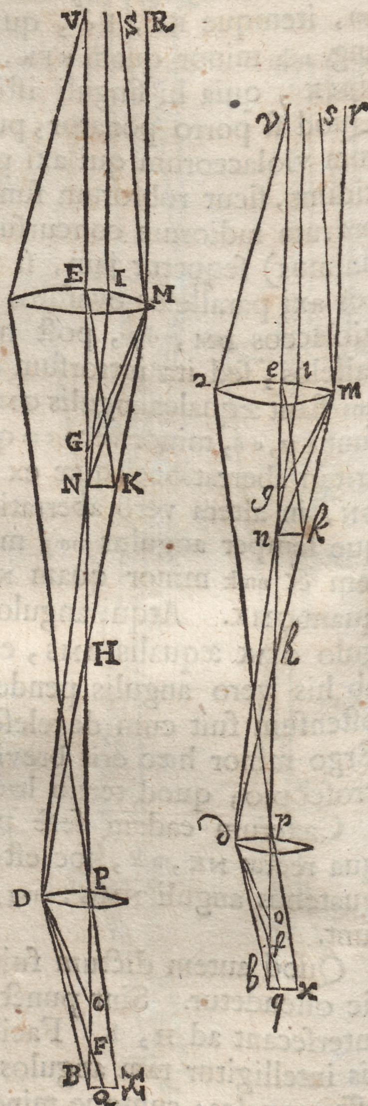
Quod autem dictum fuit minorem esse em quam EM, sic ostendetur. Sint puncta quibus rectæ DM, dm axes intersecant ad H, h. Facile itaque ex superius expositis intelligitur tam angulos NDP, ndp, quam HDP, hdp, esse æquales: cumque minor sit dp quam DP, erit & ph mi-

minor quam PH. Eademque proportione hn minor quam HN. Sed ne est æqualis NE, ergo he minor quam HE. Et quia anguli æquales ehm, EHM erit em minor quam EM, quod ostendendum supererat.

Cum autem magis distincta visio breviori hoc microscopio obtingat quam longiori, sitque claritas in utroque eadem, sequitur aperturam lentis pd aliquantum augeri posse, donec aberrationis angulus rms fiat æqualis RMS, atque ita cæteris paribus, clarius fieri brevius microscopium.

Est ergo progressus claritatis hic infinitus, quippe quæ eo magis augetur quo acutior ponetur lenticula pd.

Neque vero obstabit latitudo ad Pupillam superius explicata, sed contra hæc quoque in brevioribus augebitur. Primum enim positis ut ante aperturis proportionalibus ad foci distantias, productisque rectis DN, dn, donec lentibus EZ,



ez occurrant in punctis I, i. Erunt EI, ei, latitudines ad pupillam dimidiæ, quia a punctis I, i radii ad pupillam paralleli pergunt per BD, DI & bd, di, advenientes, quas quidem EI, ei æquales esse constat, quia æquales sunt foci distantiæ NE, ne, itemque æquales anguli ENI, eni; quia nempe ipsis oppositi DNP, dnp sunt æquales. Quod si jam igitur latior fiat apertura pd, apparet & ei majorem fieri quam EI.

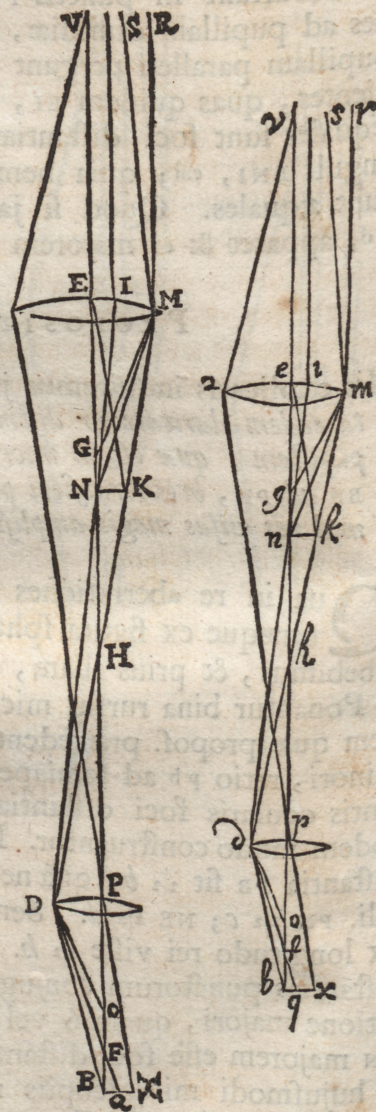
PROPOSITIO LXII.

His explicatis inquiremus jam porro. *Quomodo servata eadem claritate & distinctione, itemque latitudine ad pupillam, quæ est in microscopio dato; nec non ratione* BP *ad* PN, *breviora fieri possint microscopia, quæque simul res visas magis amplificent.*

Qua in re aberrationes quæ ex dissipatione radii, quæque ex figura sphærica oriuntur, seorsim adhibebimus, & prius illam, quæ ex dissipatione.

Ponantur bina rursus microscopia, atque omnia eadem quæ propos. præcedenti, nisi quod incerta sit in minori, ratio pb ad semiaperturam pd; itemque incerta lentis ocularis foci distantia ne. Cætera vero omnia eodem modo construantur. Porro in majori microscopio distantia PB sit 2|2 *b*, quâ nempe lenticula P abest a visibili. PN 2|2 *c*; NE 2|2 *d*. Semiaperturæ latitudo PD 2|2 *a*. BX longitudo rei visæ 2|2 *h*. NK 2|2 *n*. Ponamus autem distantias punctorum conjugatorum PN ad PB, esse in ratione majori, quam 6 vel 7 ad 1, & foci distantiam EN majorem esse foci distantiâ PO, quemadmodum hæc in hujusmodi microscopiis rectè statui solent. At in minori microscopio assumatur distantia pb 2|2 *f*, semiaper-

pertura quæsita $p\,d$ 2|2 x. Erit autem $p\,n$ 2|2 $\frac{cf}{b}$, quia proportionales ponimus BP, PN; $b\,p$, $p\,n$. Quod si fuisset ut BP ad PD ita $b\,p$ ad $p\,d$, apparet futuram $p\,d$ 2|2 $\frac{fa}{b}$, & angulum aberrationis bdq, radii ex n venientis in lentem p, æqualem futurum angulo aberrationis BDQ radii ex N venientis in lentem P: Quia sicut prop. præcedenti ita hic quoque ut NP ad $n\,p$, ita PB ad $p\,b$, & ita quoque foci distantia PO ad $p\,o$. Nunc vero quia semiaperturam $p\,d$ pono 2|2 x, non autem 2|2 $\frac{fa}{b}$, Erit ut $\frac{fa}{b}$ ad x ita angulus BDQ ad angulum bdq. Semper enim, ex lege aberrationis quam hic consideramus, $b\,q$ ad $p\,d$ eandem rationem servat, ac proinde quoque censetur angulus bdq proportionaliter crescere aut minui, cum apertura $p\,d$. Rursus si æquales essent anguli NDK, ndk, censeretur esse NK ad $n\,k$ ut PN ad $p\,n$. Nunc vero



ro ratio NK ad nk componi censebitur ex rationibus PN ad pn, & ea quæ anguli NDK ad ndk, hoc est, ex rationibus PB ad pb, seu b ad f, & anguli BDQ ad bdq, quam diximus esse eandem quæ $\frac{fa}{b}$ ad x; ac proinde ratio NK ad nk erit quæ rectanguli fa ad rectang. fx. seu quæ a ad x. Cumque NK sit 2|2 n. Erit nk 2|2 $\frac{nx}{a}$.

Jam quo aberrationis angulus utrobique intra oculum æqualis fiat, deberent esse æquales anguli KMG, kmg; ut ex superioribus intelligi potest. Sed pro his ponemus æquales esse debere angulos KMN, kmn, neglectis accessionibus angulorum NMG, nmg; quia minimi sunt illorum respectu, ut apparebit in descriptione & calculo sequenti microscopii nostri. Sicut igitur NK ad NM seu NE, hoc est, sicut n ad d, ita censebitur esse nk, hoc est $\frac{nx}{a}$, ad nm seu ne, quæ itaque ne 2|2 $\frac{dx}{a}$.

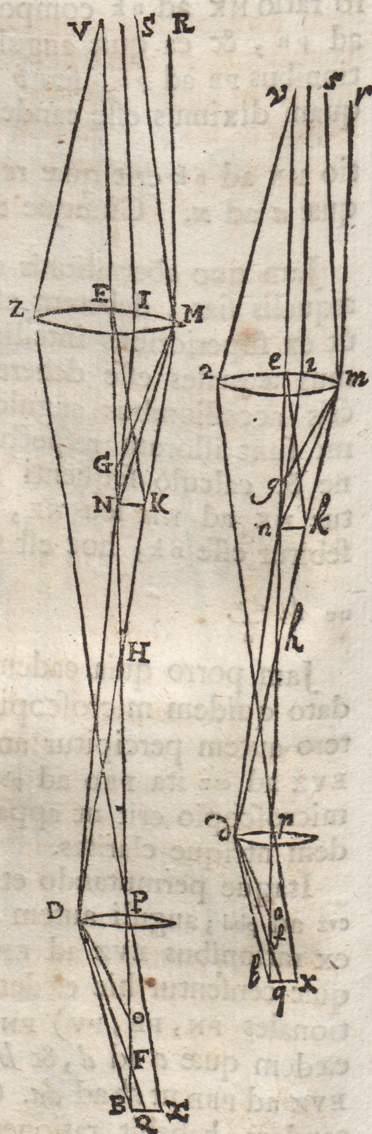
Jam porro quia eadem longitudo lineolæ BX, bx in dato quidem microscopio spectatur angulo EVZ, in altero autem percipitur angulo evz; debet esse ut angulus EVZ ad evz ita PBD ad pbd; sic enim lux hausta utroque microscopio erit ut apparens magnitudo; ac proinde eadem utrique claritas.

Itaque permutando etiam erit angulus EVZ ad PBD ut evz ad pbd; anguli autem EVZ ad PBD ratio componitur ex rationibus EVZ ad EPZ sive BPX, & BPX ad PBD; quæ censentur hic eædem ac PE ad EV, sive (ob proportionales PN, PE, PV) PN ad NE, & BX ad PD, hoc est, eædem quæ c ad d, & h ad a; ac proinde erit angulus EVZ ad PBD ut ch ad da. Quare & angulus evz ad pbd hanc eandem habebit rationem. Atqui ratio anguli evz ad

pbd, componitur ex rationibus ang. evz ad epz, sive bpx, & bpx ad pbd; quæ censentur hic eædem ac pe, ad eu, sive pn ad ne, & bx ad pd, hoc est, eædem quæ $\frac{cf}{b}$ ad $\frac{dx}{a}$, & h ad x, ac proinde ratio composita ex $\frac{cf}{b}$ ad $\frac{dx}{a}$ & h ad x, hoc est, ratio $\frac{cfh}{b}$ ad $\frac{dxx}{a}$, erit eadem quæ ch ad da. Unde fit xx ⅔ $\frac{aaf}{b}$; & x ⅔ $a\sqrt{\frac{f}{b}}$.

Invenitur itaque hic, sicut in Telescopiis, ut si maneat eadem claritas, eademque aberratio ex dissipatione, prodeant aperturæ lentium quæ rei visæ obvertuntur, in subduplicata ratione foci distantiarum, nam ut $\sqrt{b}$ ad $\sqrt{f}$, ita hic aperturæ semidiameter a ad x, sunt autem b & f foci distantiæ PO & po.

Porro quoniam, sicut magnitudines apparentes in utroque microscopio, hoc est, sicut angulus ZVE ad zve, ita diximus esse angulum



lum DBP ad dbp sequitur si multiplicatio duplo major postuletur in microscopio ex lentibus e & p composito quam in altero; debere angulum dbp duplo majorem esse quam DBP, ut eadem in utroque servetur claritas. Ac proinde cum BP sit ad PD, ut b ad a, fore bp ad pd, hoc est f ad $a\sqrt{\frac{f}{b}}$ ut b ad $2a$. Unde fit $f = \frac{1}{4}b$, atque hinc x sive $\sqrt{\frac{aaf}{b}} = \frac{1}{2}a$. Et foci distantia ne quæ erat $\frac{dx}{a} = \frac{1}{2}d$.

Sic posito microscopio quale est nostrum, in quo lenticulæ foci distantia PO est $\frac{7}{10}$ partium, qualium pollex est 1, lentis ocularis foci distantia EN $= 2$, distantiæ NP $= 7$; ac proinde distantia rei visæ PB $= \frac{7}{9}$ ex propos. XX, quia nempe ad lentem P, conjugata sunt puncta N & B. Item EV $= \frac{18}{7}$, distantia nempe oculi a lente E, quia ad eam conjugata sunt puncta P & V. Item semidiameter aperturæ PD $= \frac{1}{20}$. His inquam positis, fiet hinc aliud duplo magis res visas amplians microscopium servata eadem claritate ac distinctione, in quo po erit $\frac{7}{40}$; en $= 1$: distantia np $= \frac{7}{4}$: pb $= \frac{7}{36}$: ev $= \frac{11}{7}$, pd $= \frac{1}{40}$, cujus itaque longitudo tota vb circiter $4\frac{1}{2}$ pollicum cum nostri longitudo VB sit circiter $12\frac{1}{3}$ poll. eoque fere triplo major.

Est autem in nostro amplificatio ratione diametri, ea quæ 36 ad 1, ut nempe secundum ea, quæ propos. LX. diximus, tanto auctior appareat rei visæ latitudo, quam si ab octo pollicum distantia nudo oculo spectaretur; quoniam, ut ibi ostensum, fuit proportio hæc componitur ex rationibus PN ad NE, & ea quæ longitudinis 8 poll. ad PB, hoc est, ex rationibus 7 ad 2 & 8 ad $\frac{7}{9}$, quæ efficiunt rationem 36 ad 1.

Latitudo ad pupillam, de qua insuperioribus, in utroque microscopio eadem esse probatur. Quia cum in majore sit, ut NP 2|2 c ad PD 2|2 a, ita NE 2|2 d ad EI. Erit EI latitudo ad pupillam 2|2 $\frac{ad}{c}$. At in minore similiter, quia ut np hoc est $\frac{cf}{b}$, ad pd hoc est, $a\sqrt{\frac{f}{b}}$, ita ne 2|2 $d\sqrt{\frac{f}{b}}$, ad ei, invenitur & hæc 2|2 $\frac{ad}{c}$.

Hæc itaque sic se habebunt si tantum aberrationis ejus quæ ex dissipatione ratio ineunda sit, eritque progressio velut infinita ad majores microscopiorum effectus obtinendos, quoniam poni poterat f ad $a\sqrt{\frac{f}{b}}$ ut b ad aliam quamlibet. Sed verò examinandum est, an non altera aberratio, quæ ex figura oboritur, aliquid turbare possit. Quem in finem oportet ut utriusque aberrationis angulum in nostro illo, quod diximus microscopio, ubi neutram adhuc nocere scimus, primum calculo investigemus.

Præmittimus vero Lemma hujusmodi.

Sit lentis convexæ PD *axis* NPB, *focus in* O, *radius axi parallelus* SD, *qui itaque ex refractione dissipatus mittit radium rubrum in* DO, *sed violaceum extremum ponamus convenire cum axe in* R. *Quod si jam a puncto in axe* N, *feratur in lentem eandem radius* ND, *qui ex refractione dissipatus mittat radium rubrum in* B, *violaceum extremum in* F. *Dico angulum* BDF *æqualem censeri posse angulo* ODR, *tantoque propius quanto inclinatio superficierum lentis in* D *erit minore angulo, quantoque minus distabunt puncta* B, O.

Cum enim radius ruber qui inest incidenti radio SD, eat in DO; ruber vero qui in radio ND eat in

DB;

DB; Erit ex propoſ. LV. angulus BDO proxime æqualis SDN. Similiterque cum radius violaceus qui inerat in SD abeat in SR; itemque violaceus qui in ND, abeat in DF; cenſebitur ex eadem prop. LV. ang. FDR æqualis SDN; Itaque æquales inter ſe cenſentur & BDO, FDR, & ablato communi FDO, erunt ſimiliter æquales BDF, ODR ac tanto propius quanto & angulus inclinationis ſuperficierum lentis in D erit minoris anguli, & rectiores radii SD, ND in ſuperficies illas incident, radiique ipſi minorem intercipient ang. SDN, ut ex iis intelligitur quæ ad prop. LV. ſupra dicta fuerunt. Patet autem tanto minorem eſſe SDN, quanto punctum B minus diſtat ab O, tanto enim major PN, quia proportionales ſunt BO, BP, BN ex prop. XX.

PROPOSITIO LXIII.

Angulum aberrationis ex diſſipatione in dato microſcopio, & quantus in Teleſcopiis & Microſcopiis nocere non poſſit, per calculum inquirere.

Jam calculum quem diximus ſic proſequemur. Erat lentis P, cujus craſſitudinem pro nulla habemus, foci diſtantia PO 2|2 $\frac{7}{10}$ poll. PD vero $\frac{1}{20}$. Jungatur DO. Conſtat jam, ſi radius axi parallelus deſuper in D incidat, eum ſpargi debere angulo ODβ, qui ſit $\frac{1}{50}$ anguli DOP, uti diximus cum radii diſſipationem exponeremus. Sit Oβ axi perpendicularis quem ſecet Dβ in δ. Igi-

 tur

tur $o\beta$ censebitur $\propto \frac{1}{70}$ PD, sed PD erat $\frac{1}{20}$ poll. Ergo $o\beta \propto \frac{1}{1400}$, & OD seu OP, quæ erat $\frac{7}{10}$, erit ad $o\,\beta$, ut 700 ad 1. Sed per lemna præmissum, radius incidens ND dissiparetur angulo qui esset æqualis $OD\beta$, isque angulus esset BDQ, quandoquidem ND ponitur mittere radium per DB. Itaque ang. BDQ $\propto$ $OD\beta$. Quia vero vicissim radius incidens BD dissipatur angulo NDK, æquali BDQ, ex causa in superioribus explicata, hoc est, angulo $OD\beta$; erit & DN, seu PN ad NK, ut DO seu PO ad $o\beta$, hoc est, ut 700 ad 1. Sed EN est ad NP ut 2 ad 7, sive ut 200 ad 700. Ergo EN seu MK ad NK ut 200 ad 1, hoc est, ut radius tab. 100000 ad 500 tangentem 17′: 12″; ac proinde angulus aberrationis hujus NMK erit in nostro microscopio proximè 17′: 12″.

Idemque erit in breviori illo pollicum $4\frac{1}{2}$, & in omnibus deinceps diminutis, quia hæc conditio aberrationis æqualis in investigatione posita fuit. Quod si angulo NMK addamus ang. NMG, quem ibi ob parvitatem negleximus, fiet hic ang. aberrationis 17′: 42″ circiter.

Sed in Telescopiis si quæramus quantus aberrationis hujus angulus ferri possit, inveniemus in nocturnis quidem $31'\frac{1}{3}$ circiter, in diurnis vero dimidium sive $15'\frac{2}{3}$, quod ab illis 17′: 42″ non multum discrepat. Etenim in Figura propos. LVI. posita lentis AC foci distantia CF pedum

30,

30, diximus CA esse $\frac{3}{2}$ poll. Unde FQ $=$ $\frac{1}{50}$ CA, hoc est, $\frac{3}{100}$ poll. Sed QD seu foci distantia FP tunc erat $3\frac{3}{10}$ poll. Ergo QD ad QF ut $3\frac{3}{10}$ ad $\frac{3}{100}$, hoc est, ut 110 ad 1, hoc est, ut semidiameter circuli 100000 ad 909 tangentem anguli 31′: 20″, qui est proximè angulus aberrationis QDF, quantum esse diximus.

Ex his intelligitur cur nec in nostro Microscopio neque in alio quamlibet breviori eoque magis amplificante, quod secundum inventam regulam ex nostro ordinatum fuerit, hæc aberratio ex radii dissipatione nocitura sit. Nunc vero de aberratione quæ ex figura lentium sphærica oritur examen instituamus.

Ubi rursus lemma præmittendum est hujusmodi.

Sit lentis convexæ PD *axis* NPB. *Focus in* O. *Radius axi parallelus* SD, *qui refractus eat per* DH, *faciens aberrationem* OH, *a puncto autem in axe* N, *feratur ad lentem eandem radius* ND, *qui refractus conveniat cum axe in* F, *sitque* B *punctum conjugatum ipsi* N, *adeoque radii* ND *aberratio* FB. *Dico* HO *ad* FB, *fore proxime ut quadratum* PO *ad quadratum* PB, *tantoque magis quanto distantia* NP *ad* PO *comparata major erit. Angulos etiam aberrationis* HDO, FDB *esse æquales.*

Sumatur enim PV in axe æqualis PO, sitque HL axi perpendicularis & PO sive PV sit $= c$, PD $= a$; NP $= d$, HO $= n$. Jam quia proportionales sunt NV, NP; PO, PB ex prop. XX, erit PB $= \frac{dc}{d-c}$. Quia vero an-

angulus LDH æqualis censetur SDN ex propos. LV., hoc est, angulo DNP, erit proxime ut NP $2|2\ d$, ad PD $2|2\ a$, ita DL quæ censetur æqualis PH, hoc est, $c-n$, ad LH, quæ erit $\frac{ac-an}{d}$. Et quia DP ad LH ut PF ad FH, erit DP minus LH, hoc est $\frac{da-ac+an}{d}$ ad DP $2|2\ a$, ut PH $2|2\ c-n$ ad PF, quæ erit $\frac{dc-dn}{d-c+n}$, quæ subtracta a PB $2|2\ \frac{dc}{d-c}$, fit FB $2|2\ \frac{ddn}{dd-2dc+cc+dn-cn}$ quæ ad HO $2|2\ n$, ut dd ad $dd-2dc+cc+dn-cn$. Hæc autem ratio eadem censeri potest, quæ dd ad $dd-2dc+cc$, quia quantitas n minima est cæterarum respectu. Sicut autem dd ad $dd-2dc+cc$, hoc est, ut quadratum NP ad quadratum NV ita est quadratum PB ad quadratum PO; quia diximus esse ut NV, ad NP, ita PO ad PB; Ergo erit FB ad HO proxime ut quadratum PB ad quadratum PO, ac tanto quidem magis quanto angulus SDN minor erit, ut patet ex iis quæ ad propos. LV. annotavimus; hoc est, quanto major ratio NP ad PO. Itaque patet propositum.

Hinc vero sequitur, ductis DO, DB, angulos æquales fore HDO, FDB. Ponatur enim DO secare HL in I, & FE axi perpendicularem occurrere rectæ DB in E. Quia ergo ratio BF ad OH componitur ex rationibus BF ad FE, & FE ad HI, & HI ad HO. Hoc est, ex rationibus BP ad PD, & FE ad HI, & PD ad PO; hoc est, ex rationibus FE ad HI, & BP ad PO. Ratio autem eadem BF ad OH est ea quæ quadrati BP ad quadratum PO, ex ante demonstratis; necesse est rationem FE ad HI eandem esse quæ BP ad PO, sive quæ FP ad PH, quia FB & HO sunt minimæ; sive quæ FD ad HD. Unde angulus FDE censetur æqualis HDI propter parvitem angulorum DFP, DHP.

PRO-

PROPOSITIO LXIV.

Angulum aberrationis ex figura eodem modo ut in præcedenti propositione per calculum investigare.

Hinc ad calculum accedimus, in quo jam crassitudo lenticulæ P consideranda est, quæ sit TP, in figura superiori. Habet autem lenticula hæc in nostro Microscopio superficiem alteram planam quæ deorsum conversa est. Cumque foci distantia PO sit $\frac{7}{10}$ pollicis, eademque æqualis censeri possit diametro convexitatis superficiei TD; erit ut PO, sive $\frac{7}{10}$ ad PD $= \frac{1}{20}$, ita hæc ad TP, quæ fiet $\frac{1}{280}$. Hujus vero $\frac{7}{6}$ æquantur aberrationi Oδ, quam facit radius axi parallelus in D incidens, quia lenticulæ plana superficies in partem alteram obversa est. Ergo Oδ $= \frac{7}{1680}$ sive $\frac{1}{240}$. Sicut autem δP seu OP ad PD, hoc est, sicut $\frac{7}{10}$ ad $\frac{1}{20}$, sive ut 14 ad 1, ita est δO ad Oβ. Ergo fit Oβ $= \frac{1}{3360}$: & DO seu PO ad Oβ ut $\frac{7}{10}$ ad $\frac{1}{3360}$ sive ut 2352 ad 1. Sed per Lemma præcedens radius incidens ND faceret angulum aberrationis BDQ æqualem ODβ: ac proinde vicissim radius BD faciet angulum aberrationis NDK æqualem BDQ seu ODβ. Ergo ut DO seu PO, ad Oβ, hoc est, ut 2352 ad 1, ita erit DN, seu PN ad NK. Sed ut 2 ad 7, sive ut 672 ad 2352, ita est EN ad NP. Ergo ex æquo EN ad NK seu MK ad NK, ut 672 ad 1, hoc est, ut in Tabulis semidiameter 100000 ad 149, tangentem anguli 5′: 8″, qui est angulus NMK.

Hic igitur in microscopio nostro est angulus aberrationis ex figura. Quo majorem ferri posse absque visionis incommodo inde apparet, quod inversâ lenticulâ PD, ut pars convexa deorsum spectet, quadruplo fere

Ii ma-

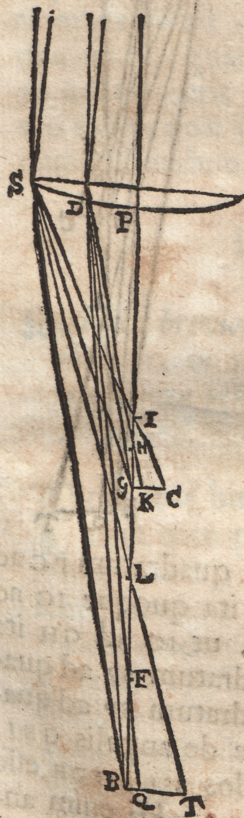
major fit iſte aberrationis angulus ; quia tunc aberratio radii qui parallelus axi incideret in D, æquat $\frac{9}{2}$ craſſitudinis PT, ex propoſ. XXVII. quæ aberratio hic erat tantum $\frac{7}{6}$ PT, hoc eſt, fere pars quarta tantum iſtius. Unde & angulus aberrationis NMK fere quadruplus tunc invenitur ejus qui nunc inventus eſt 5′. Atqui ſic inverſâ lenticulâ, vix percipitur aliquid diſtinctæ viſioni decedere. Itaque 20 circiter ſcrupulorum primorum ferri poteſt angulus iſtius aberrationis ; accedente licet angulo aberrationis quæ ex diſſipatione, qui erat fere 18′. Semper enim hanc aberrationem alteri ſuperaddi facile intelligi poteſt.

Quod ſi in breviori illo $4\frac{1}{2}$ pollicum microſcopio, quæramus eodem modo angulum aberrationis quæ ex figura, inveniemus eum quoque 20′ circiter ; qui proinde vix quoque nocere poterit ; ut proinde eximius futurus ſit ejuſmodi perſpicilli effectus. Si vero breviora etiam, ac magis amplificantia moliamur ex præſcripto Regulæ ſuperius inventæ ; creſcet ſemper iſte aberrationis angulus ; adeoque hæc cauſa impedit quo minus Regulam iſtam ſequentes, infinito progreſſu microſcopiorum virtutem augere poſſimus. Sed quod mirum fortaſſe videbitur, aliam ſuppetere oſtendemus Regulam, per quam ejuſmodi progreſſus concedatur. Præmittimus autem Lemma ejuſmodi.

Lemma.

Lemma.

Si in lentem convexam radii incidant axi paralleli, vel a puncto in axe ultra focum distante manantes, efficient ii refracti angulos aberrationis ex Figura, qui proximè triplicatam rationem habeant ejus, quam distantiæ punctorum incidentiæ ab axe.

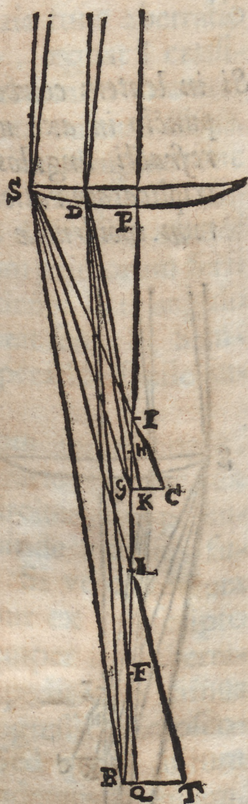


Primo vero de parallelis ostendemus.

Sit lens PS axis PB, focus G, radiorum nempe axi parallelorum ab eoque minimo distantium. Lentis crassitudo pro nulla habeatur, quia tota PS valde exigua intelligitur ad PB comparata. Porro radius parallelus qui in D punctum incidit feratur in DH, faciens aberrationem GH; qui vero in S incidit parallelus feratur in SI, faciens aberrationem GI. Junctis igitur DG, SG, erunt anguli aberrationis quos hic intelligimus GSI, GDH. Quos dico proximè triplicatam rationem habere ejus quæ SP ad DP.

Sit enim GC ad axem perpendicularis, cui occurrant productæ DH, SI in K & C. Censentur igitur anguli GSC, KDG eam habere rationem quæ CG ad GK, cum DP, SP sint minimæ respectu PG. Est autem ratio CG ad KG eadem compositæ ex rationibus CG ad GI, & GI ad GH & GH ad GK; quarum prima ratio CG ad GI, eadem est quæ SP ad PI, vel quæ SP ad

ad PG, quia IG minima est respectu PG. Item ratio altera GI ad GH est eadem quæ quadrati PS ad qu. PD, per prop. XXX. Et tertia GH ad GK eadem quæ HP ad PD, hoc est, quæ GP ad PD, quia HG est minima respectu GP. Itaque ratio CG ad KG, componetur ex rationibus SP ad PG, & PG ad PD, & quadrati PS ad quadratum PD. Sed harum priores duæ efficiunt rationem SP ad PD, Ergo ex tribus composita erit eadem quæ cubi SP ad cubum PD. Itaque ostensum est rationem CG ad KG, sive anguli aberrationis CSG ad KDG, proxime esse eam quæ cubi SP ad cubum PD, hoc est, triplicatam rationis SP ad PD.



Ponamus jam radios incidentes in D & S, venire a puncto cui conjugatum sit punctum B, atque esse radii in D cadentis aberrationem BF; ejus vero qui in S cadit, aberrationem BL. Cum igitur ex lemmate ultimo sit ut quadratum PG ad quadratum PB, ita GH ad BF; atque ita quoque IG ad LB. Erit permutando & convertendo, ut IG ad GH ita LB ad BF. Sed IG erat ad GH ut quadratum SP ad quadratum DP, ergo & LB ad BF ut quadratum SP ad quadratum DP. Unde jam, sicut ante de angulis GSI, GDH, ostendetur eadem ratione angulos BSL, BDF esse in ratione triplicata distantiarum SP, PD. Hi enim anguli, sive BST, BDQ censentur esse inter se ut BT ad BQ, quia DP, SP sunt minimæ respectu BP. Est autem ra-

*Pag. 247.

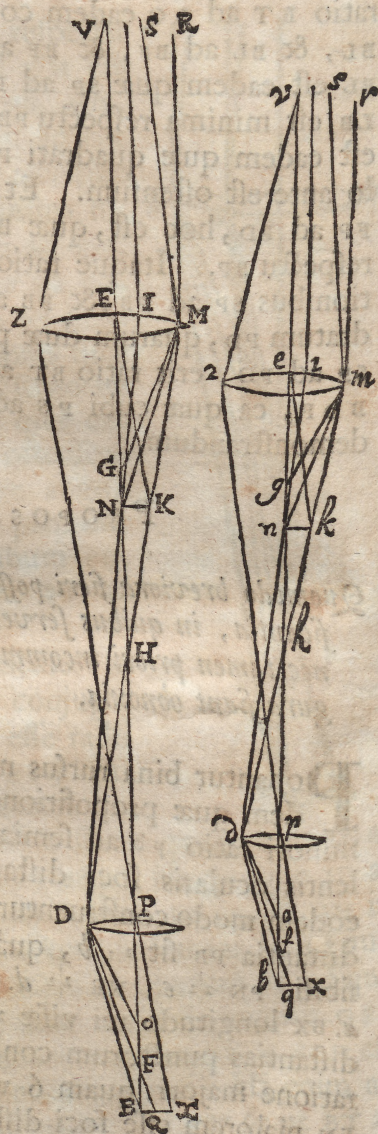
ratio BT ad BQ eadem compositæ ex rationibus TB ad BL, & BL ad BF, & BF ad BQ. Quarum prima TB ad BL est eadem quæ SP ad PL, seu quæ SP ad PB, quia LB est minima respectu PB. Item ratio altera BL ad BF est eadem quæ quadrati PS ad quadratum PD, ut paulo ante est ostensum. Et tertia BF ad BQ est eadem quæ FP ad PD, hoc est, quæ BP ad PD, quia FB est minima respectu BP. Itaque ratio BT ad BQ componetur ex rationibus SP ad PB, & PB ad PD, & quadrati PS ad quadratum PD, quarum duæ priores cum efficiant rationem SP ad PD, erit ratio BT ad BQ, hoc est anguli BSL ad BDF, ea quæ cubi PS ad cubum PD, quod supererat demonstrandum.

PROPOSITIO LXV.

Quomodo breviora fieri possint microscopia & magis amplificantia, in quibus servetur eadem claritas & distinctio, nec tamen priori incommodo a majori aberratione ex figura fiant obnoxia.

Ponantur bina rursus microscopia, atque omnia eadem quæ propositione LXI, nisi quod incerta sit in minori ratio $p\,b$ ad semiaperturam $p\,d$; itemque incerta lentis ocularis foci distantia $n\,e$. Cætera vero omnia eodem modo construantur. Porro in majori microscopio distantia PB sit 2|2 b, quâ nempe lenticula P abest a visibili. PN 2|2 c; NE 2|2 d. Semiaperturæ latitudo PD 2|2 a. BX longitudo rei visæ 2|2 h. NK 2|2 n. Ponamus autem distantias punctorum conjugatorum PN ad PB, esse in ratione majori, quam 6 vel 7 ad 1, & foci distantiam EN majorem esse foci distantiâ PO, quemadmodum hæc in hujusmodi microscopiis rectè statui solent. At in minori

nori microscopio assumatur distantia $pb = f$, semiapertura quæsita $pd = x$. Erit autem $pn = \frac{cf}{b}$, quia proportionales ponimus BP, PN; bp, pn. Quod si fuisset ut BP ad PD ita pb ad pd, apparet futuram $pd = \frac{fa}{b}$, & angulum aberrationis bdq, radii ex n venientis in lentem p, æqualem futurum angulo aberrationis BDQ radii ex N venientis in lentem P: Quia sicut prop. præcedenti ita hic quoque ut NP ad np, ita PB ad pb, & ita quoque foci distantia PO ad po. Nunc vero quia semiaperturam pd pono $= x$, non autem $= \frac{fa}{b}$, erit ex lemmate præmisso ut cubus $\frac{fa}{b}$, hoc est, ut $\frac{f^3a^3}{b^3}$ ad x^3 ita angulus BDQ ad angulum bdq.



Rursus si æquales essent anguli NDK, ndk, censeretur esse NK ad nk ut PN ad pn. Nunc vero ratio NK ad nk componi censebitur ex rationibus PN ad

pn, & ea quæ anguli NDK ad ndk; hoc eſt, ex rationibus PB ad pb ſeu b ad f, & anguli BDQ ad bdq; quam diximus eſſe eandem quæ $\frac{f^3a^3}{b^3}$ ad x^3, ſive quæ f^3a^3 ad b^3x^3, ac proinde erit NK ad nk ut bf^3a^3 ad fb^3x^3, hoc eſt, ut ffa^3 ad bbx^3. Cumque NK ſit 2|2 n, erit nk 2|2 $\frac{nbbx^3}{ffa^3}$. Jam quo aberrationis angulus utrobique intra oculum æqualis fiat, deberent eſſe æquales anguli KMG, kmg; ſed pro his ponemus KMN, kmn, neglectis ut ſupra acceſſionibus angulorum NMG, nmg, quia exigui prorſus ſunt illorum reſpectu, ac magis etiam quam in diſquiſitione præcedenti. Sicut igitur NK ad NM ſeu NE, hoc eſt, ſicut n ad d, ita cenſebitur eſſe nk ad nm ſeu ne, hoc eſt, $\frac{nbbx^3}{ffa^3}$ ad ne, quæ itaque erit 2|2 $\frac{dbbx^3}{ffa^3}$.

Jam porro quia eadem longitudo lineolæ BX, bx, in dato quidem microſcopio ſpectatur angulo EVZ, in altero autem angulo evz; debet eſſe ut angulus EVZ ad evz ita PBD ad pbd. Sic enim lux hauſta utroque microſcopio erit ut apparens magnitudo, ac proinde eadem utrique claritas. Ergo & permutando, angulus EVZ ad PBD ut evz ad pbd. Ratio autem anguli EVZ ad PBD componitur ex rationibus anguli EVZ ad EPZ ſeu BPX, & BPX ad PBD; hoc eſt ex rationibus PE ad EV, ſeu PN ad NE, & BX ad PD; hoc eſt, ex rationibus c ad d, & h ad a, ac proinde eſt ea quæ ch ad da. Ergo & ratio anguli evz ad pbd debet eſſe ea quæ ch ad da. Hæc autem ratio anguli evz ad pbd componitur ex rationibus anguli evz ad epz ſeu bpx, & bpx ad pbd; hoc eſt, ex rationibus pe ad ev, ſeu pn ad ne, & bx ad pd; hoc eſt, ex rationibus $\frac{cf}{b}$ ad $\frac{dbbx^3}{ffa^3}$, & h ad x; ac proinde eſt ea quæ $\frac{hcf}{b}$ ad $\frac{dbbx^4}{ffa^3}$.

Igi-

Igitur eadem ratio *ch* ad *da* quæ $\frac{hcf}{b}$ ad $\frac{dbbx^4}{ffa^3}$. Unde fit $x^4 \; 2|2 \; \frac{f^3a^4}{b^3}$: Et $x \; 2|2 \; \frac{a\sqrt{\sqrt{f^3}}}{\sqrt{\sqrt{b^3}}}$.

Quod si jam velimus ut microscopium inventum duplo magis amplificet res visas quam quod erat datum: oportet ob causam, quam exposuimus in præcedenti inquisitione, ut angulus dbp duplo major sit quam DBP, cumque BP ad PD sit ut *b* ad *a*, debebit esse bp ad pd, hoc est, *f* ad $\frac{a\sqrt{\sqrt{f^3}}}{\sqrt{\sqrt{3b}}}$ ut *b* ad 2*a*. Unde fit $f \; 2|2 \; \frac{1}{16}b$, atque hinc *x* sive $\frac{a\sqrt{\sqrt{f^3}}}{\sqrt{\sqrt{b^3}}} \; 2|2 \; \frac{1}{8}a$. Et foci distantia en, quæ erat $\frac{dbbx^3}{ffa^3} \; 2|2 \; \frac{1}{2}d$.

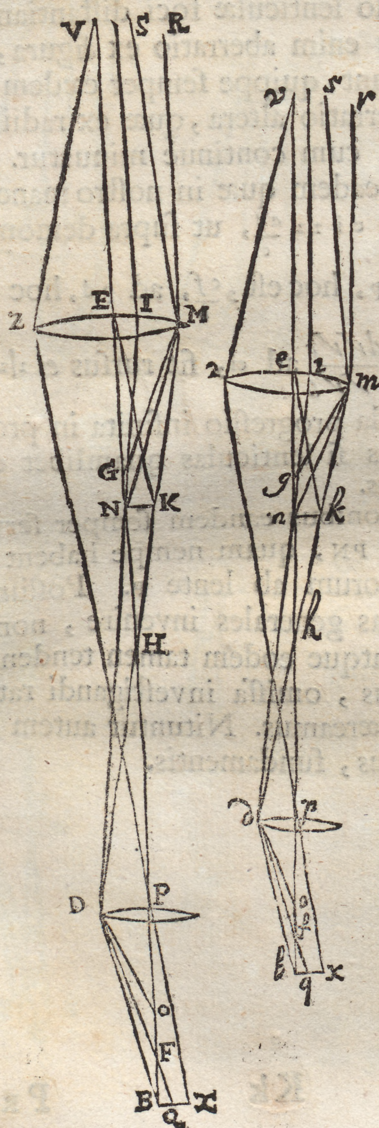
Secundum quæ ex nostro microscopio, cujus mensuras in priori disquisitione posuimus, fiet aliud duplo magis amplificans ratione diametri (servata eadem claritate ac distinctione,) in quo po erit $\frac{7}{160}$ poll. en $2|2$ 1. distantia

np 2|2 $\frac{7}{16}$, pb 2|2 $\frac{7}{144}$, cv 2|2 $\frac{23}{7}$, semidiameter aperturæ pd 2|2 $\frac{1}{160}$, atque ita ulterius progredi licet ex hujus regulæ præscripto, ponendo lenticulæ foci distantiam po quamlibet exiguam, nec enim aberratio ex figura, nec obscuritas unquam nocebunt, quippe semper eædem manentes. Neque etiam aberratio altera, quæ ex radii dissipatione oritur, obstabit, cum continuè minuatur. Latitudo vero ad pupillam eadem quæ in nostro manebit; erat enim ibi ista latitudo ci 2|2 $\frac{ad}{c}$, ut supra demonstratum. Hic vero quia ut np, hoc est, $\frac{cf}{b}$, ad pd, hoc est, $\frac{a\sqrt{\sqrt{f^3}}}{\sqrt{\sqrt{b^3}}}$, ita ne, hoc est, $\frac{d\sqrt{\sqrt{f}}}{\sqrt{\sqrt{b}}}$ ad ci, fit rursus ci 2|2 $\frac{ad}{c}$.

Est igitur ex hac Regula progressio infinita in propagandis microscopii viribus si lenticulas quamlibet exiguas parari posse ponamus.

In hisce vero disquisitionibus eandem semper servari statuimus rationem BP ad PN, quam nempe habent distantiæ punctorum mutuorum ab lente P. Possumus autem & absque eo regulas generales invenire, nonnihil à prioribus diversas, atque eodem tamen tendentes, quas breviter perscribemus, omissa investigandi ratione, ne nimis diu hic obhæreamus. Nituntur autem iisdem, quæ jam exposuimus, fundamentis.

PROPOSITIO LXVI.



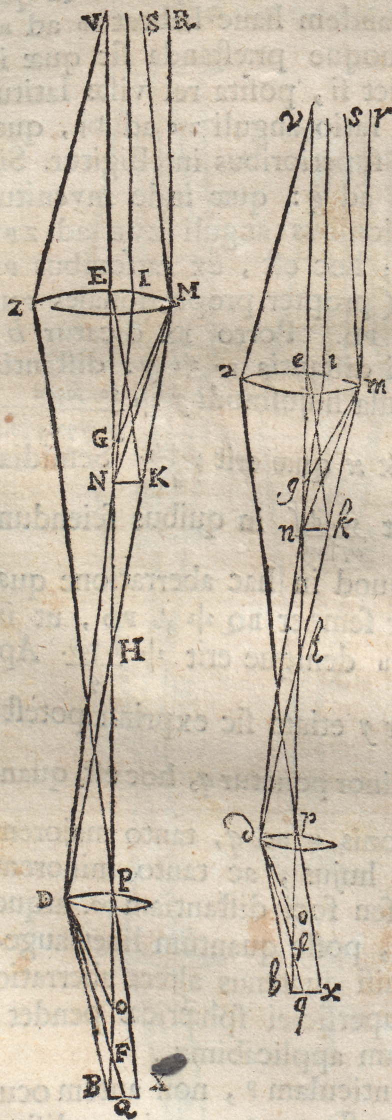
Si microſcopium è duobus convexis E *&* P *compoſitum quæratur, quod datam habeat lentis ocularis* E *foci diſtantiam, itemque datam amplificationem, & in quo angulus aberrationis ex diſſipatione radii, ut & claritas ſit eadem quæ in alio dato microſcopio ex lentibus* E *&* P *compoſito; invenietur foci diſtantia lenticulæ inferioris* P, *ejuſque poſitus & apertura hoc modo.*

Sit lentis ocularis e foci diſtantia en data æqualis *d* lineæ, poſtuletur vero ut magnitudo apparens ſit ad eam quæ ex certa diſtantia, puta 8 pollicum, ſpectaretur, (quæ diſtantia vocetur ω) ut ω ad *q* lineam datam. Angulus vero aberrationis, quem diximus eſſe nmk, requiratur æqualis angulo NMK, in altero dato microſcopio; quem definimus proportione

tione lineæ KM ad KN ſeu EN ad KN, quæ ſit ea quæ ω ad datam ſ, ut nempe eandem hanc habeat en ad nk. Claritas denique eadem quoque præſtanda ſit quæ in microſcopio dato, quod fiet ſi, poſita rei viſæ latitudine bx $=$ BX, eadem ſit ratio anguli zve ad dbp, quæ anguli ZVE ad DBP, ut ex ſuperioribus intelligitur. Sit autem hæc ratio ea quæ ω ad g: quæ inde invenitur quod compoſita ſit ex rationibus anguli ZVE ad ZPE ſeu BPX, & BPX ad PBD; hoc eſt, ex rationibus PE ad EV, ſeu PN ad NE, (propter proportionales PN, PE, PV) & ratione BX ad PD. Porro BX dicatur h; lenticulæ vero quæſitæ foci diſtantia po $=$ y: diſtantia rei viſæ pb $=$ x. Eritque regula hujuſmodi $y = \frac{50\cdot \text{ſ}qqdd}{gh \text{ in qu. } \overline{q+d}}$.

Cognita vero y invenietur & x quæ erit $\frac{qy+dy}{d}$. Semidiameter vero aperturæ pd erit $\frac{50\cdot dq\text{ſ}}{\omega q+\omega d}$ in quibus ſciendum eſt numerum 50 inde eſſe quod in hac aberratione quæ ex diſſipatione eſt, ponitur ſemper BQ $= \frac{1}{50}$ PD, ut in ſuperioribus dictum fuit; pn denique erit $= \frac{dy+qy}{q}$. Apparet autem quia hic valor y etiam ſic exprimi poteſt, $y = \frac{50\cdot \text{ſ}dd}{gh+\frac{2ghd}{q}+\frac{ghdd}{qq}}$ quanto minor ponetur q, hoc eſt, quanto major ratio multiplicationis ω ad q, tanto majorem fore diviſorem quantitatis hujus, ac tanto minorem proinde longitudinem y, ſeu foci diſtantiam po. atque ita, diminuenda lenticula p, poſſe quantum libet augeri microſcopii virtutem, niſi quatenus altera aberratio obſtabit, quæ ex figura ſuperficiei ſphæricæ pendet; cui paulo poſt aliam regulam applicabimus.

Sed ſi datam ponamus lenticulam P, non autem ocularem e, inveniemus non poſſe tunc augeri amplifica-

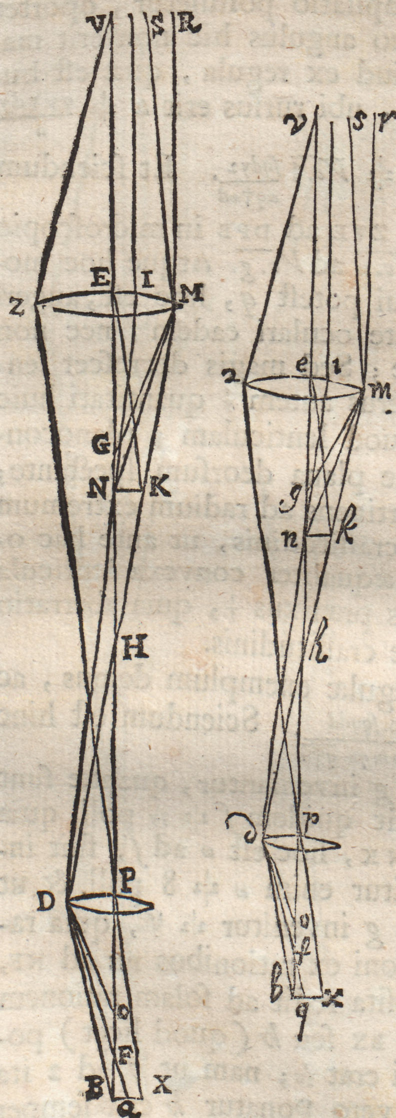


tionem nisi paulò tantum. Si enim foci distantia data po vocetur r, cæteris eadem, quæ prius, significantibus, invenitur xx 2|2 $\frac{50 . qqrs}{gb}$. ubi apparet, quanto minor ponetur q, hoc est, quo major ratio amplificationis ω ad q, eo minorem fieri x; atqui x seu pb, debet esse major quam r seu po. Ergo si in hujusmodi microscopio ponatur ab initio pb minor quam dupla po; (ut omnino faciendum, & in nostro superius descripto est pb ad po tantum ut 10 ad 9) non poterit q duplo minor quam prius adsumi; hoc est, non poterit duplicari ampliatio, quia x fieret dimidia prioris, ac proinde minor quam r.

Omnis igitur microscopii hujusmodi perfectio in lenticulæ inferioris parvitate quærenda est; computando ex præscripto regulæ modo traditæ, quoad aberratio ex figura non oberit; hoc est, quoad ejus angulus NMK infra 20′ con-

consistet. Sed si major ampliatio postuletur, oportet ex dato microscopio in quo angulus hic non erit major quam 20′; invenire aliud ex regula, quæ est hujusmodi, $y = \frac{6d^4q^4f}{7gh^3, \text{ in qu. qu. } \overline{q+d}}$, ubi rursus erit $x = \frac{qy+dy}{d}$, $pn = \frac{dy+qy}{q}$, sed pd fit hic $= \sqrt[3]{\frac{6}{7}\frac{fqdy^2}{\omega q+\omega d}}$. Et sciendum est insuper rationem anguli ZYE ad DPB in microscopio dato eam nunc poni, quæ $\sqrt[3]{\omega}$ ad $\sqrt[3]{g}$. Atque hoc modo quousque lubet diminui potest q, hoc est, augeri amplificatio, manente lente oculari eadem, nec non distincta visione & claritate; Sed magis decrescet lenticulæ foci distantia. Numerus autem $\frac{6}{7}$ quantitati huic præpositus inde oritur, quod lenticulam P planoconvexam ponimus, superficie plana deorsum spectante; cujus aberratio ex figura pertinens ad radium extremum axi parallelum, est $\frac{7}{6}$ suæ crassitudinis, ut ante hac ostensum. Sic si utrimque æqualiter convexa lenticula P poneretur, esset numerus præfixus $\frac{3}{5}$, quia aberratio ejusmodi lentis efficit $\frac{5}{3}$ suæ crassitudinis.

Cæterum ut utriusque regulæ exemplum demus, ac primo prioris, ubi $y = \frac{50 \cdot fqqdd}{gh \text{ in qu. } \overline{q+d}}$. Sciendum est hinc incipiendum, ut lineæ f & g inveniantur, quantæ sunt in microscopio dato; ac fit quidem $f = \frac{1}{25}$ poll. quia ibi ratio EN seu MK ad NK, hoc est ω ad f, fuit inventa quæ 200 ad 1. Ponitur enim $\omega = 8$ poll. & ut 200 ad 1, ita 8 ad $\frac{1}{25}$; at g invenitur $= \frac{16}{7}$, quia ratio ω ad g dicta fuit componi ex rationibus PN ad NE, & BX ad PD; quæ composita redit ad solam rationem PN ad NE, sive 7 ad 2, si BX seu h (quod licet) ponatur æqualis PD, quæ ibi erat $\frac{1}{20}$; nam ut 7 ad 2 ita est 8 ad $\frac{16}{7}$. Quæcunque vero ponatur h erit semper quantitas gh eadem in dato microscopio. Quod si jam



d eandem esse ponamus in eo quod quærimus, quæ erat in nostro, nempe d 2|2 2; sed rationem amplificationis ω ad q eam velimus esse quæ 72 ad 1. hoc est, duplo majorem quam in nostro, unde q fit 2|2 $\frac{1}{9}$; Ex his jam secundum regulam, invenietur y 2|2 $\frac{70}{361}$. Et reliqua prout fuere in expositione regulæ definita. Quod si his iisdem positis, statuatur d 2|2 1 poll. invenietur y 2|2 $\frac{7}{40}$ & pd 2|2 $\frac{1}{40}$, prorsus ut in priori disquisitione, ubi servabatur ratio eadem BP ad PN; quod veritatem regulæ hujus comprobat.

In posteriori regula ubi y 2|2 $\frac{6d4q4f}{7gh3 \text{ in } qu.qu.\, d + q}$ quæsitis prius f & g quantæ sunt in dato microscopio, habita ratione aberrationis ex figura, invenitur quidem f 2|2 $\frac{1}{84}$ poll. quia ibi ratio EN seu MK ad NK, hoc est, ω ad f, fuit inventa quæ 672 ad 1; nam ut 672 ad 1 ita ω seu 8 ad $\frac{1}{84}$. At g invenitur 2|2 $\frac{64}{343}$, quia ra-

ratio $\sqrt{c.\,\omega}$ ad $\sqrt{c.\,g}$ hoc eſt, ratio anguli ZVE ad DPB, dicta fuit componi ex rationibus PN ad NE & BX ad PB, quæ compoſita redit, ut paulo ante, ad rationem ſolam PN ad NE, ſeu 7 ad 2. Ut autem 7 ad 2 ita $\sqrt{c.\,\omega}$ ſeu 2, ad $\frac{4}{7}$, quod ergo æquale $\sqrt{c.\,g}$, ideoque g 2|2 $\frac{64}{343}$. Quæcunque vero ponatur h, erit hic ſemper in microſcopio dato eadem quantitas gh^3. Quod ſi jam d eandem eſſe velimus in microſcopio quæſito, ac in dato noſtro, nempe d 2|2 2 poll. rationem vero amplificationis ω ad q duplam noſtræ, hoc eſt, quæ 72 ad 1; erit q 2|2 $\frac{1}{9}$: Et ex his jam ſecundum hanc regulam invenietur y proxime 2|2 $\frac{1}{19}$. & reliqua ut fuere in expoſitione regulæ definita. Quod ſi his iiſdem poſitis, ſtatuatur d 2|2 1 poll. invenietur y 2|2 $\frac{7}{160}$ & pd 2|2 $\frac{1}{160}$ prorſus ut in ſecunda ſuperiori diſquiſitione, ubi ſervabatur ratio BP ad PN; quod poſterioris hujuſce regulæ veritatem comprobat.

FINIS.

COMMENTARII
DE
FORMANDIS POLIENDISQUE VITRIS
AD
TELESCOPIA.

COMMENTARII DE FORMANDIS POLIENDISQUE VITRIS AD TELESCOPIA.

I.

De efficiundis modulis, & catinis politoribus.

RIMÒ formetur modulus Cupreus, (satis densus pro amplitudine catini efficiundi,) ducendo segmentum circuli quæsiti in laminâ cupreâ, ope bacilli utrinque ascia lævigati, cujus longitudo ea, quâ vitrum quæritur, & in cujus extremo aculeus infixus sit ex ferro.

Vel ad formandos catinos amplos & longitudinis ingentis hoc uti licet calculo:

Ponatur recta AE tangens arcus AB partis circuli istius ex quo catinus formandus est, cujus radius v. g. 36. ped. vel diameter 72. ped. fiant partes AE, EE singulæ unius pollicis paulò ultra dimidiam latitudinem Catini; sitque ut 72. pedes ad 1. pollicem, ita hic ad minorem lineam EF, primam supputando ab A; hujus quadruplum dabit secundam lineam EF; noncuplum tertiam EF; si decies & sexies sumatur, dabit quartam EF, & ita

Vide Fig. I.

 por-

porrò secundum quadratorum seriem: Ubi dein numeri harum partium, quarum exilitas circini mensuram fugit, subducuntur ex EG, quæ sit unius pollicis, habentur partes FG, quæ desumtæ ex regulâ geometricâ in exiles partes divisâ & applicatæ ipsi GG, per puncta FF demonstrabunt arcus tramitem; quod idem ab alterâ parte ipsius AD faciundum erit. Ubi convexus hic modulus juxta circumferentiam limâ rite formatus est, ad eum alius concavus describi & limâ excavari debet: dein ambo hi moduli ope smiridis mutuo ad invicem attritu probè aptandi & lævigandi sunt; quem in finem conducet horum alterum tabulæ affigere immobilem.

Ad catinos fusione formandos, ad modulum factum tornandus alius est ligneus, ut inserviat formando cupro fuso, si catini cavitas sit notabilis. Quod enim spectat ad catinos viginti, triginta, pluriumve pedum, sufficit his ex assere plano discum facere, qui habeat magnitudinem & crassitiem quæsitam. Moduli tamen necessarii ad tornandos catinos fusos; ut infra dicetur.

Porrò catini vix nimium crassi ex ære sumi possunt: verum tamen deprehendimus eum, cujus crassities erat dimidii pollicis, diameter verò quatuordecim pollicum, pro vitris formandis, quorum diameter triginta sex pedum, satis fuisse validum: dum affixus esset sc. lapidi cylindrico alto pollicem ope cæmenti duri ex pice & Cineribus, de quo postea pluribus.

Diameter autem Catini debet fere æquari triplo diametri vitri poliundi; sed de hisce diametrorum mensuris posteà plura dicam. Pro vitris minoris sphæræ, majores quam pro ratione diametrorum requiruntur catini, ut motui manus polientis satis spatii sit in catino.

Vide Fig. 2.
Ut catinus jam fusus ex ære Abaco tornionis applicetur, fiat discus æreus validus, diametro trium vel

qua-

quatuor pollicum, cui adsit cochlea adaptata ad axin cupreum abaci. Discus hic stanni consolidaturâ affigitur ad posticum catini, qui hoc loco exactè limatus sit quo planities examussim parallela reddatur circumferentiæ anteriori, adeo ut æquabiliter feratur supra abacum, vel saltem minimum divergat.

Denique ut catinis tornando figura detur quæsita, modulus cavus asseri plano committitur, qui dein clavi ope affigitur capiti ligneo, quod in abaco tornario opponitur plano catini, ita ut cavitas moduli aversa sit a catino. Ad hunc modulum alter modulus convexus agitur affixus per clavos parvos (quorum capitula limâ complanata sint, ne emineant) ad latus inferius asserculi, qui, præterquam quod agatur supra ultimum hunc modulum, moveatur præterea supra duos aculeos, qui prominent ad hanc crassitiem.

Vide Fig. 3.

Ad ipsum huncce asserculum, qui supra modulum cavum assurgere debet propè catinum tornandum, cuneus, quo utitur tornio, cochleâ ligneâ ad latera affigitur, ut usu exigente removeri ab catino, vel ad eum admoveri queat: ejus acies in diametrum catini dirigenda. Utque sciamus modulum cavum parallelum esse superficiei cavæ catini, qui affixus est abaci tornatilis caudæ, dirigatur cunei acies extrema, ut attingat punctum quoddam ejus superficiei quæ exteriora versus tornionem spectat, tum moto cuneo una cum asserculo suo ad alterum ejusdem diametri extremum æquè ab centro remotum circumrotetur catinus ut absolvat gyro suo semicirculum, attendendum tum est num cunei acies idem illud punctum primum attingat. Id ubi fit, rectè se habet. Sin minus, corrigi potest caput paululum malleo contundendo ut situm mutet. Optimum verò, modulum cavum ipso hoc artificio examinare

quando ab unâ tantum parte adhuc affixus eſt, an debitum obtineat ſitum, aliter enim facile eô redigi, tumque porrò affigi poteſt. Eadem hæcce exploratio capiunda aliquoties inter tornandum, quod levi fit negotio: ſi enim modulus cavus in debito haud ponetur ſitu catinus quodammodo in medio ad hoc illudve punctum cavus vel convexus redderetur. Sed & foramina modulorum, per quæ adiguntur clavi, laxa eſſe oportet, neque propinqua nimis margini polito horum, ne per adactos clavos figura modulorum immutetur, ære ſc., unde conſtant, magis reducto in uno loco, & eminente plus in altero.

Tam abacus tornionis, quam diſcus rotans ita firmandi, ne inter tornandum tremant, ut evitentur inæqualitates in catinis. Catino per hoc artificium tornato in figuram quantum fieri poteſt exactam, ſeparatur inde cauda, impoſita hunc in finem prunis ardentibus, ut ſolidatura diſſolvatur. Sed quum labor ille tornandi, firmandi & iterum ſeparandi catinos moleſtus admodum ſit; ſciendum eſt, catinos planos, tum & eos, qui vitris majoris Sphæræ v. c. 120 aut plurium pedum inſerviunt, haberi poſſe ſine ullâ Tornionis machinâ: ſcilicet fuſi ex ære lævigantur ad planitiem per molam Lapicidarum, quâ marmora expoliunt. Nam ut excavetur catinus tam parum, ac in his requiritur, opus modo eſt lapidibus & Smiride id perficere, utendo primô lapide cujus latitudo æquatur dimidiæ latitudini catini, deinde verô eo, cujus latitudo fere æqualis ipſius catini latitudini; & menſurando profunditatem calculo prius determinatam filo ferreo ſub regulâ marginum diametro applicatâ.

Ad catinos hoc modo ope Smiridis lævigandos, poſtquam in molendinâ expoliti fuerunt, aut ad abacum tor-

tornionis tornati, prius affiguntur disco rotundo ex lapide pollicem crasso & paululum minori quam est catinus, medio cæmento duro ex pice & cineribus, tum calefaciendo prius catinum, quo firmius cohæreat. Huic disco lapideo tres adhæreant pedioli, qui longitudine transversi straminis, sive aristæ, emineant, quibusque insistere queat. Discus vero hic lapideus porrò maneat catino agglutinatus, postquam ille exactè formatus est, id namque necessarium ad immobilitatem requisitam ad lævigationem. Etenim catinus aliter, licet tribus sustentatus pediolis, proprio pondere subsideret: quod experti sumus per varias vitrorum adhæsiones ad catinum pro variâ applicatione pediolorum, vel & remotione eorundem. Adeoque agglutinatio, & stabilis firmatio catini nequaquam omittenda, quum conditio sit admodum necessaria.

Lapides dictos præparaturus electam Smiridem contundat, & cribro inde separet fragmenta pisum parvum æquantia; tum fiat fimbria ex chartâ satis crassâ, quæ fune margini catini circumligetur, ut latitudine pollicis assurgat supra catini superficiem. Sit dein discus rotundus ex lapide paulo minor quam catinus, & præparatâ copiâ requisitâ picis fusæ & cineribus permixtæ eâ copiâ, quâ hi pici permisceri possunt, calefiat lapis, eique ope cochlearis aliquid picis fusæ superfunditur, dein pix supra totum catinum sapone prius oblitum, impositis tribus festucis ligneis ad eam altitudinem, ad quam pix requiritur, superfunditur.

Tum lapis comprehensus duabus quatuor ansarum lignearum vel lapidearum potius, agglutinatarum prius cæmento, ansis, vel suspensus de funiculo, qui normali sectione per centrum sub catino applicatur, imponitur pici fusæ supra catinum, ut frigefiant simul, ut lapis

pis de catino moveri, vel malleo ligneo ad latus leniter percussus separari queat. Eo peracto supra picem lapidi agglutinatam Smiris præscripta spargitur, eique firmiter impingitur, premendo leniter materiam spatulâ ferreâ planâ candefacta utcunque, cujusque crassities æquat circiter ⅓ pollicis, idque fiat per totum lapidem, cavendo tantum ne profundius immergatur Smiris nimio calore.

Postea lapis totus ad ignem leviter calefiat, sicque imponitur catino, cujus hoc modo figuram crusta smiridis accipit. Hoc lapide frigefacto trito & agitato sine humido addito politur catinus tam diu, donec omnes sulci & circelli lævigatione sublati sunt, qui a tornatione adhuc supererant. Quoque major vis exerceatur, baculus longus imponatur lapidi, parum inflexus & superne aut firmatus, aut ope elateris pressus; quem duo famuli moveant; major cinerum portio pici mixta facit, ut smiris diu aspera maneat; aliter scilicet dum cæmentum haud satis durum est, fragmenta smiridis calore tritus situm mutant, sicque aguntur modo supra catinum, non autem inæqualitates deterunt, vel figuram imprimunt quæsitam: propterea cæmentum valde durum esse, & tantum cinerum continere debet, quantum capere potest. Quando smiris obtundi incipit, pulveris ejus parva copia catino inspergitur, quo renovetur aliquo modo asperitas, sed si cæmentum satis durum smiris semper aspera permanet.

Ut catinus ultimam perfectionem adquirat, utque inprimis sustentetur eodem semper in situ, tollatur de lapide, & fusione inde sublatis pice & smiride, imponantur fragmenta longa unum alterumve pollicem cæruleæ cotis, quâ Horologopoei & cælatores cuprum expoliunt: hæc fragmenta prius ordinanda sunt & utcunque

que agglutinanda catino, ſatis propinqua ſibi mutuo, ope ſaponis vel Amyli, tum iterum fimbria Chartacea circumponenda catino, & arenâ ſiccâ inter coticulas ſparſa ad $\frac{3}{4}$ altitudinis coticularum aut ad $\frac{2}{3}$, ſi tantum æquent pollicem, agitetur catinus donec arena ubique æqualiter ſubſidat, aut follis vento æquetur. Probè autem cavendum eſt, ne coticulæ juxta ductum ſuorum filamentorum ſitum obtineant, ſed tranſverſo ſitu ponantur, neque enim aliter, dum tritus exercetur, ſatis deterunt. Dein ſupra hæc funditur cæmentum durum calidum valde, & diſcus lapideus rotundus his imponitur, & frigeſiant ſimul. Per hæc tandem catinus deducitur ad perfectionem, quæ cognoſcitur dum deterſis ſordibus ubique æquè fulget, ubi oblique adſpicitur expoſitus luci.

Diſcus cum coticulis ubi ſeponitur, ejus pars quæ coticulas continet verſus ſuperiora ponenda, neque imponendum quidquam ne ſitum mutent. Tempore æſtivo ideo in cellâ ſervantor, quia tempore calido proprio pondere ſitum mutant: hinc cæmentum adeò fiat durum copiâ cinerum vel lapidis triti, quam fieri poteſt.

De eligendis Vitris.

Vitrum albiſſimum optimum quidem ratione pelluciditatis, ſi reliquas conditiones requiſitas ſimul poſſidet: ſed ſæpe id, quod candidiſſimum eſt, quaſdam venas, vel inæqualitates habet in ſuâ ſubſtantiâ, vel ſponte ſuâ in aëre humeſcit. Ideò plerunque optimum quod ſubflavum, leviter ruſum, aut ſubviride apparet, ubi tranſverſim adſpicitur. In his regionibus melius haud habetur eo, quod ex ſpeculis ruptis. Sed poſtea bonum ſatis expertus ſum quod ex officina vitriariâ Syl-

væducis accepi ejusdem materiei, unde pocula conflant; sed optimum fuit, quando duobus, tribusve diebus immota constiterat materia diebus festis. In nostros Usus fragmenta vitri conficiunda curabam eâ arte, quâ specula fiunt : sc. ex globis rotundis fundo abscisso ad latera apertis, tum supra conscissis, inque planum redactis in foco furni: hæc fragmenta, quæ crassitie $\frac{1}{2}$ vel $\frac{1}{4}$ pollicis æquabant, in molâ marmorum apud Lapicidas ad æqualem ubique crassitiem læviganda curavi.

Ut venæ detegantur in vitro, obliquè admodum inspiciundum est, oppositum luci quam locus obscurus proxime contingit; ita explorantur fragmenta speculorum politorum : sed quia hæc raro satis crassa habentur, ideoque fragmenta nondum politorum speculorum accipere necesse est, illa prius per politorem perspicillorum æqualem ad crassitiem plana læviganda, & ruditer polienda, ut dicto modo sciri queat, an materia idonea sit.

Sæpe venæ vitris adsunt instar filorum tenuium, quæ vix nocent. Sunt nobis hujusmodi vitra, optima tamen.

Est & ubi dicto modo vitia non cernas, quæ tamen in vitro probè polito apparent, ubi per reflexionem exploratur, quod ita fit. Vitrum situ erecto, & superficie, de quâ suspicio, ad posteriora versa mensæ imponitur in cubiculo obscuro : tum candelæ ardentis quam manu tenemus lux reflexionem patiatur a vitro, curando ut prior reflexio semper in vitri medio fiat, dein retrogredimur, donec reflexio posterior candelam invertere incipiat, totumque vitrum luce refulgeat, tunc enim vitia, optimè deprehenduntur, ut & imperfectiones polituræ : denique si vitrum majoris sphæræ sit 40 puta aut ultra pedum utimur parvo telescopio 3 aut 4 pollicum ad detegenda vitia in hac reflexione.

De

De Præparatione Vitrorum antequam poliantur.

Si vitrum asperum est ex speculis non lævigatis, quo utimur plerunque ob crassitiem ad vitra majoris sphæræ, ut 30 pedum & suprà, ejus fragmentum longe majus vitro quæsito complanetur ad æqualem ubique crassitiem, & ruditer expoliatur ab artifice qui perspicilla conficit, ut sciatur an venæ adsint, & an possint evitari, ne intra aperturam Vitri cadant. Ad hanc lævigationem utimur laminis ex ferro fuso, quas venales habent sideropolæ, hæ planæ redduntur in molendinâ lapicidarum. Tum circino adamantino circulus fiat in vitro diametri quæsiti, aliusque eodem centro, qui paulo major est v. c. una circiter linea. Item duo tales circuli fiant in alterâ parte vitri prioribus exactè respondentes ope vitri circularis, de quo deinceps pluribus.

Quoties magna fragmenta separanda sunt ab hocce vitro ferro candenti id peragi potest. Aliter id fit ope validæ cochleæ manuariæ, Belgis *een handschroef*, quæ tantum aperitur ut præcisè crassitiem vitri capiat. Non est procedendum abrumpendo intra ultimum circulum, sed inæqualitates superstites in margine ad Cotem tornantem demendæ; primo applicando angulos eminentes ad rotam, ne fragmenta dissiliant, postea autem medium; eo labore pergitur, donec ad ultimum circulum utrimque perventum est.

Dein manubrium ligneum vitro imponitur paululum calefacto prius, atque arenâ albâ pellucidâ & aquâ margines paululum inclinatæ in eo excitantur utrimque, quo exa-

exactius eo melius; idque fiat in catino convenientis profunditatis; ille cujus radius est sex pollicum sufficit vitris 2, 3, 4, & 5 pollices latis. Quo facto, ope cæmenti ex colophoniæ part. 11. Ceræ part. 1. lamella cuprea pluribus foveolis vel cavitatibus prædita agglutinetur vitro, & ope baculi 14 vel 15 pedes longi, in quo inferius aculeus ferreus infixus est, qui supernè per elaterem adigitur, vitrum lævigatur cum arenâ & aquâ ad laminam ex ferro fuso planam ut exactè ubique eandem adquirat crassitiem, ponendo aculeum in aliqua foveolarum, quæ circa partem crassiorem. Hæc lamina ferrea in molendinâ marmorum complanata est, postquam a fabro ferrario in figuram rotundam redacta fuit.

Crassities vitri, an ubique sit æqualis, manuaria cochlea mensuranda est, id enim eâ exactius peragi potest, quam circino curvo.

Circa finem hujus lævigationis conducit smiridis cribratæ usus, quia arena cavitates justo majores excitat: & necesse est, ut aculeus ferreus baculi exactissimè medium vitri premat, id est, in medium circumferentiæ interioris marginis inferioris, ne figura cylindrica aut eminens supersit ulla. Scire enim decet, quod aculeo premente punctum quoddam extra centrum vitri, id inde acquisiturum sit figuram non planam, sed gibbosam vel cylindricam. Imò, si antea fuisset exactissimè planum, hanc tamen vitiosam figuram adquiret, cujus quidem rei causâ observatu dignissima. Atque hæc pressio in centrum observanda quam maximè, ut conditio summè necessaria, in poliundis quoque vitris jam figuratis.

Ut ergò una foveolarum lamellæ æreæ medio marginis inferioris exactè respondeat, utimur vitro circulari,

culari, quod fit ex frusto vitri specularis politi, cui octo vel decem circuli concentrici inscripti sunt circino adamantino, quorum circumferentiæ a se invicem distant ⅛ pollicis, vitri autem magnitudo fere sit æqualis vitro poliundo. Hæc lamina pellucida vitro imponitur, & movetur donec circumferentia interior marginis vitri parallela sit proximo circulorum descriptorum, tum simul invertuntur, vitrumque speculare imponitur mensæ, & per impositam parvulam prunam lamellâ cupreâ calefacta, ut supra cæmentum moveri queat, ex quâdam cavitatum mensuratur distantia ad peripheriam cujusdam circuli, & lamella movetur donec ea cavitas in centro ejus circuli sita deprehendatur, quo ipso necessariô etiam in medio interioris circumferentiæ marginis inferioris hærebit. Circulari laminæ tria parva fragmenta lintei agglutinata sunt ope amyli, ne vitra lævitate sua supra se mutuô nimis facile moveantur, neque se mutuô lædant.

Conduceret cavitates laminæ illi cupreæ impressas esse ope ferri acuti trilateri, utque aculeus eis imponendus quoque esset trilaterus, quo rotatio vitri impediretur. Id tamen adhuc magis requiritur in expoliendis porro vitris, de quâ arte jam dicam. Observandum est in vitro jam ad planitiem reducto, an circumferentia interior marginis sit circularis, id est, an æqualis ubique diametri, quod circino exploratur. Si non est circularis, denuô margines expoliendæ sunt, & si opus circumferentia ubi latior cote tornatili iterum ad circulum redigenda; aliter enim iis in locis in catino cavo minus consumitur, adeoque a figura circulari declinat. Circumferentia illa marginalis sat bene expolienda est, quod plurimum facit ad nitorem reliqui operis.

De Vitris poliundis.

Vitro ut dictum est complanato, lamella cuprea cum foveolis aufertur, & ope cæmenti præscripti alia parva ex ære, vel potius Chalybe lamella agglutinatur, cujus magnitudo æquetur denario, & in medio foveola triangularis profunditate paulum majore linea impressa sit stylo Chalybeo, non ampliori quam quæ excipiat calamum anserinum; in medio hujus foveolæ aculeo acuto centrum est impressum, quo in medio circumferentiæ marginis inferioris, ope vitri circularis & circini, cujus alter pes paululum incurvatus sit, vitro poliundo agglutinatur, ut modo dictum fuit. Postquàm exactè in medio sita est, aliquot guttæ cæmenti fusi ad latera lamellæ cadant in vitrum, ne ex priori situ dimoveri queat. Porrö utitor artifex ad poliundum baculo, cui aculeus ferreus trilaterus inferius infixus sit, qui respondeat cavitati lamellæ ita tamen laxe, ut in eâ mobilis sit; inferiori parte apex sit rotundus, qui limâ exactè politus & cote dein sphæricè lævigatus sit: in superiori hujus baculi parte alter sit stylus ferreus rotundus, 5 vel 6 pollices longus exceptus foramine asserculi trabi affixi. Catini centrum perpendiculariter sub hoc foramine cadat. Hic poliundi modus longe melior eo, qui manu fit, tam ut pressio exactè determinetur in medium vitri non pressis lateribus, (unde margines purissimê lævigantur) quam ut vitetur incommodum quod à calore manus oritur, qui vitrum in parte superiori extendens parum, inferiorem catino arctè adhærere facit, quæ ad concavitatem hinc cogitur. Sed dum baculo expolitur nunquam adhæret, nisi ex catino sublatum in aëre paulo majorem calorem ad-

Vide Fig. 4.

adquirat eo, qui catini; quando itaque denuo applicatur catino pars inferior contrahitur a frigore catini, & huic arcte cohæret, quocirca tum exspectandum, donec vitrum denuo temperiem catini adquisiverit. In magnis vitris etiam quædam observatur ad motum tarditas, quando calore ignis aër cubiculi incalescit, ideoque conducit ignem removere: formatur vitrum primò in catino smiride satis crassâ per lintei Cameracensis speciem cribratâ, quæ *kamericksdoek* appellatur, sed Manubrio prius æquata? Tum observandum ut vitrum, motu suo supra margines catini satis alte assurgat inter lævigandum, quia hoc modo minus mutatur figura catini vel & restituitur amissa, quæ aliter semper magis magisque cavatur. In formando ilicô vitrum incipiet cohærere, simul ac smiris valde attenuatur, tum alia sumenda, ut possimus pergere; aliter cohæsio hæc, meâ sententiâ, non nocet. Vitro utimur impuro, in quâlibet materiæ variatione, quo ut præcursore lævigatur smiris, si forte grana crassiora adsint excitatura sulcos; formato vitro (quod cognoscitur, si obliquê inspicienti vitrum luci oppositum, æqualiter ubique læve apparet) catinus cote cæruleâ iterum & aquâ reddendus est purus, quod spatio minori quam $\frac{1}{8}$ horæ peractum erit, ut iterum æqualiter refulgeat obliquè ad lucem inspicienti.

Tum capito smiridis 40 secundorum quantum digitabulum semiplenum continet, & cum eâ poliatur spatio $\frac{1}{4}$ horæ. Dein $\frac{1}{4}$ horæ cum smiride 100 secundorum æquali quantitate; posteâ cum smiride 200 secundorum per horæ $\frac{1}{4}$, tandem cum smiride 400 secundorum per $1\frac{1}{2}$ horæ, sumendo hujus postremæ smiridis copiam minorem, ita ut quantitas fabæ Turcicæ æqualis sufficiat vitro, cujus diameter 5 pollicum, demendo præterea pedetentim aliquid de materiâ smiridis, ita e-

nim

nim vitrum admodum læve & ſubtile redditur. Hic autem modus, qui quolibet quadrante horæ ſubtiliorem addit ſmiridem inventus eſt non conducere, quia ſuperficies magnorum vitrorum in poliendo diverſos exhibebat ſulcos per ſmiridem inſculptos: optimum itaque eſt primâ cum ſmiride 40 aut 100 ſecundorum in lævigando pergere ad finem uſque, demendo tamen quâlibet ſemihorâ aut quâdrante aliquantum pulveris, ita ut ultimâ ſemihorâ parum reſtet, quo ipſo vitrum ſubtiliſſimum redditur. Forte mutatio pulveris rectius ſuccederet, ſi pauló plus adhiberetur de ſingulis, & plus de ultimô fuiſſet deterſum pulvere. Nonnunquam uſi ſumus ſmiride 50 ſecundorum per $\frac{3}{4}$ horæ, & dein per $\frac{5}{4}$ horæ ſmiride 400 ſecundorum & poſtera adhuc $\frac{3}{4}$ horæ ſmiride 45 minutorum.

Hoc autem tempore abſoluto lux candelæ bene deſcripta per vitrum apparebit, vel & rhombi feneſtræ de die utcunque diſcerni poterunt, quod notat vitrum ſatis evaſiſſe læve, ut ultimæ polituræ adhibeatur. Sed hâc claritate abſente ſcimus nimium fuiſſe adhibitum ſmiridis, & continuandum in poliendo, & demendo pulvere. Aqua putealis maxime huic polituræ confert. In magnis vaſis gyrus manus fere eſt $2\frac{1}{2}$ pollicum, & curandum ut vitrum circiter unum digitum ſupra centrum catini moveatur, & ſupra marginem ejus non minus, quam latitudinem ſtraminis, ſed major transgreſſus non officit, ſi catinus ratione vitri parvus eſt, ſic enim figura catini conſervatur. Veluti in vitris noſtris 200 pedum, quorum diameter eſt $8\frac{3}{4}$ pollicum, ut in catino 15 pollicum formentur, tantum unum digitum tranſcendimus ſupra centrum catini & circiter $3\frac{1}{4}$ pollices ſupra margines: dum id obſervabatur vitrum reddebatur idoneum, ſed dum modo ſtramen tranſverſum adſcende-

bat

bat supra marginem & longius supra centrum, non poterat reduci ad nitorem circa margines dum perpoliretur, manifesto indicio eo opere figuram catini perire: & putem ad figuram catini conservandam in omni vitrorum magnitudine conducere multum transgredi margines dum poliuntur. Sentiendum est vitrum semper adigi ad catinum, neque nimis facile in eo moveri, quod si fiat medebimur gyros minuendo. Manus tantum baculum sustineat, non premat, idque usque ad finem, nimiâ enim pressione sulci imprimuntur vitro. Nimia siccitas, vel humiditas vitanda inter poliendum, sed cavendum ne catinus alicubi siccescat. Clepsydrâ $\frac{1}{2}$ horæ tempus mensuratur polituræ, & uniuscujusque semihoræ lapsus creta notatur.

De perpoliendis Vitris.

Vitro formato & utcumque polito, catinus cote cæruleâ denuô lævigandus, quod citô fit. Solebam id facere adhuc semel cum vitrum semipolitum erat, cum adhuc 5 vel 6 horas ei operi impendebam, cultro demens pulverem de catino, & dein iterum imponens: sed postquam tantum impendo $2\frac{1}{2}$ horas, hoc labore opus non est. Sed & jam vitrum melius accommodatur catino dum politur ope baculi, hincque figuram ejus minus destruit. Dein lamina cuprea tollitur de vitro, ut iterum sequenti hocce modo aliter agglutinetur: Ex tegulâ, quâ ædes teguntur, crassissimâ, vel potius ex lapide cæso cæruleo fiat discus, qui supra laminam ferream lævigetur, cujusque diameter aliquantulum minor sit diametro vitri: Ad hunc discum, ut supra cæmento ex Colophoniæ part. 11. Ceræ part. 1. æqualis agglutinetur discus ex panno crasso. Cæmentum supra

tegulam vel lapidem calefactum extendatur æquabiliter & tenui admodum altitudine. Eâdem cautelâ extendendum est cæmentum supra vitrum calefactum, ut omnis scabrities, duritiesque evitetur. Hinc etiam confert ad singulas agglutinationes sumere recentem discum ex panno, quia cæmentum prius agglutinatum vix exactè iterum abradi potest. Ambo hi disci foramen habent rotundum in medio diametro pollicis, in quo foramine cavitas recipitur rotundæ laminæ ferreæ, cujus margo tegulâ sustinetur, & cæmento præscripto affigitur. Hæc cavitas figurâ est conicâ angulum faciente 80 aut 90 graduum. Oportet in fundo ejus stylo ferreo rotundo, cujus apex planus, cavitatem in eo efficere percussione, ut stylus instrumenti politorii, qui eâ cavitate recipi debet, minus exorbitet versus superiora. Cavendum accuratè ne infima pars hujus lamellæ vitrum attingat, quod inferius disco panneo agglutinatur. Cæterum, hoc evitato, quo propius, eo melius.

Vide Fig. 5.

Ut vitrum agglutinetur, superinducatur ei calefacto aliquid cæmenti præscripti, idque linteolo æqualiter ei superextendatur satis densè; præterquam in medio; ubi spatium denarii cæmento vacuum restet, idque fumo candelæ obfuscetur lentè & per vices, ne semel & uno impetu calefactum dissiliat vitrum; hac obfuscatione fit, ut in poliendo sciri possit an vitrum purum sit ab omni colore cineritio, dum reflexio candelæ in parte ab hâc aversâ observatur: nam beneficio hujus fundi denigrati acutè cernitur an quidpiam opacitatis cineritiæ supersit: ad circulum panni extremum cæmentum adponendum non est, quin si adsit ex eo calefacto abradendum erit, sed hic vitro est agglutinandus tam exactè in medio quam acies oculi distinguere valet, sicque simul sponte frigescant:

gescant: tum lamella ferrea in debito ponenda situ ope vitri circularis, ut cavitatis inferior pars præcisè in medio marginis inferioris vitri locetur: quem in finem necesse est, lamellam posse paululum huc illuc moveri, quod fit calore impositæ parvulæ prunæ. Vitrum agglutinatum 40 aut 50 ductibus manu agatur supra linteum expansum supra catinum in quo tripoli tritum hæret, cavendo ne quid adsit, quod vitrum possit lædere radendo. Hoc tritu asperitas vitri maximè circa marginem tollitur, quæ aliter fundum, in quo perpoliri debet vitrum, nimis consumeret. Ut verò instruatur fundus hic ad perpoliendum, sumendum est parum pulveris compositi ex part. 4. Tripoli & part. 1. vitrioli Cyprii; pro vitro 5 pollicum diametri, 6 vel 8 grana sufficiunt aut quantitas æqualis duobus pisis majoribus. Hæc massa 8 vel 10 guttis aceti conteritur in catino per porphyritidem, & ilico attenuatur: tum penicillo crassiori pictorum ducitur æqualiter supra catinum (vel saltem longe latius quam extenditur area in quâ decurrit vitrum poliendum) extendendo primum ductibus parallelis versus unam partem, dein transversim ad ductus priores, idque pluries ut fundus æqualiter stratus sit: qui licet tenuis esse debeat, non tamen nimium attenuandus est, nam aliter inter poliendum nimis consumitur, & sulci oriuntur in ære nudato, adeò ut tum aliquando recens fundus sternendus sit: ideo confert ut fundus primò sternatur crassior, quia tandem semper satis attenuatur, ut vitro debita catini figura imprimatur.

Vide Fig. 6.

Ita depictus fundus siccatur porro ei imposita sartagine plana oblonga ex ferro, prunis referta, cujus longitudo circiter 10 digitorum aut pedis, latitudo sex pollicum, cum margine ambiente & obliquè assurgente, in-

Vide Fig. 7.

ſtructaque ſit quatuor parvis globulis quibus infra in-
ſiſtat, & manubrio, ut figura indicat. Sublatâ ſar-
tagine ſi fundus apparet infra eam ſiccari, porrò ſe-
poni poteſt, dum reliquum humidi ſponte ſuâ exhalet,
ne catinus nimis calefactus longiori tempore ad refrige-
rationem indigeat. Catino planè refrigerato politio in-
choanda areâ prius ductibus parallelis tripoli inſtra-
tâ, & pulvere non cohærente per flatum inde ſublato.
Terra hæc tripolitana prius cum aquâ in pollinem te-
nuem læviganda ſupra porphyritidem, dein denuo re-
digenda in maſſam, & ſiccanda; aliter ſemper in ea ſu-
pererunt fruſtula vel arenulæ aſperæ vitrum radentes.
Vitrum depuratur ab omni cæmento & pinguedine, ab-
ſtergendo illud cum linteo tripoli & aquâ tincto, aut
pauculo tripoli, cui vitriolum commiſtum eſt. Requiri-
tur enim quam maximè ut vitrum purum & ab omni
omninô pinguedine depuratum ſit, ut inter poliendum
Tripoli eo melius in illud agat.

Priuſquam vitrum cavo catini admoveatur, condu-
cit aliud, nullius aliter uſus, adeſſe vitrum, cujus figura
illi catini reſpondeat circiter, quod moveatur in catini
areâ circumquaque, ut deprehendi poſſit, an arenulæ
aut moleculæ duræ ſint in catino, eæque deprehenſæ
conterantur in pollinem, aut tollantur. Deinde vi-
trum genuinum & præparatum inducitur in aream,
quod primô leni manus ductu agitur huc illuc, dein
iterum eximitur, & reſpicitur ad ſtrias ex polline Tri-
poli adhærente vitro adnatas, an ubique æquali conta-
ctu catino applicatum fuerit. Si non, ſignum eſt cati-
num, aut vitrum nimis calidum eſſe; ideô exſpectetur
parum; dein eodem modo iterum exploretur idem, do-
nec advertitur tripoli recto ductu ubique toti vitro æ-
qualiter adhærere; aliter certô perderetur figura vitri.
Si

Si catinus nimis calet, vitrum in medio magis attingit catinum quam ad margines, quia calore superior superficies catini extensa, adeoque minus cava redditur. Si verò vitrum nimis calidum catino applicetur frigido, magis tanget catinum circa margines quam in medio, quia superficies inferior frigore se contrahit, non autem superior. Si opus politionis solâ manu tentaretur multi esset laboris, imô in vitris 5, 6, aut plurium pedum res perfici non posset. Ideo machinam excogitavimus & revocavimus in usum, qua vitrum, quantum requiritur, ad catinum prematur, sicque hâc in parte levetur labor. Hæc machina constat primo asserculo CC paulo longiori quam latitudo catini A, crassities vero quadrata sit $1\frac{1}{2}$ pollicis, duo verò extrema seu manubria inflexa sint versus inferiora, & dein iterum deducta ad parallelum longitudini asserculi situm. In medio hujus asserculi stylus infigitur ferreus, cujus apex descendit eo usque ex asserculo, donec respondeat exactè infimæ parti manubriorum descriptorum: stylus hic premit in foveolam ferream, quam diximus tegulæ affixam, cui vitrum B, disco ex panno intermedio, infernè affixum est. Utque pressio satis sit fortis, arcus fit ex assere ligni abiegni, cujus crassities sit $\frac{1}{2}$ pollicis, longitudo 5 pedum, latitudo in medio 7 pollicum quæ utrimque fere in acumen desinat, ut hic in DD. hic arcus in medio sui alligatur pavimento ope unci ferrei & ad funem FIF tensum ad arcum alius funis nectitur duobus in locis, quorum distantia II æqualis est longitudini baculi CC; hic funis ultimus ducitur supra manubria adscendens super totum baculum, & intenditur una cum arcu pro lubitu ope styli G, circa quem funis ex C veniens circumglomeratur, quique ligno inseritur cui funis ex I protractus infernè alligatur. Catinus ille A impositus est

Vide Fig. 8.

asseri satis valido quadrato, qui unâ parte sui mensæ adnectitur firmus, alterâ verò innititur baculo P. Tum capiens manubria asseris CC, sedens artifex vitrum tardis modice ductibus huc illuc trahit supra catinum A, vitrum post vigesimum aut vigesimum quintum ductum parum circumtorquens, qui labor continuandus erat 2 aut 3 horis antequam esset lævigatum perfectè, eratque molestus valde quia vitrum sic pressum tardissimè in catino moveri potest.

Loco arcus DD postea excogitavi elaterem factum ex duobus asseribus abiegnis junctis $\alpha\beta$ & $\alpha\gamma$ suprà planum inclinatum ligneum α per clavos probè affixis. Hi asseres ambo æquè longi sunt ac mensa politoria, cui supponuntur juxta longitudinem: unde nullum ex iis impedimentum, ut ex arcu DD, qui utrimque longè eminebat; ad extremum α asseres 8 aut 10 pollices lati, & modice Crassi sunt, ad β & γ fere desinunt in acumen: $\alpha\gamma$ in pavimento jacente tenditur finis β asseris $\alpha\beta$ versus inferiora ope funis $\beta\varepsilon\zeta$ qui per trochleam ε, quæ ope cochleæ pavimento nectitur, ducitur, & deinde circa stylum ζ, qui etiam pavimento firmiter infixus est, circumvolvitur & firmatur: sub fine γ asseris $\alpha\gamma$ per funem nectitur lignum transversum $\delta\delta$, cujus extremitatibus annectuntur funes δCCG & δG, quorum prior transit per extremitates & supra lignum politorium CC. Lignum $\delta\delta$ parum modo attollitur de pavimento; unde funes δC longi manent & lignum politorium laxitatem adquirit, ut huc illucve moveri queat. Clavis duobus θ elater pavimento affigitur, sed hi clavi non sunt adacti usque ad capitula sua, quia elater in α parum assurgere posse debet, dum funis $\beta\varepsilon\zeta$ tenditur.

Vide Fig. 9.

Ut verò vitrum facilius huc & illuc in catino possit

sit moveri, machinæ descriptæ aliam adjunximus.

M. robustam ex ligno vel ferro manum designat, quæ quadrato foramine infernè excavatur, ita ut baculum cc laxè, sine constrictione amplecti possit: huic cauda adest, per quam annectitur asserculo LL ope cunei, qui per orbem ferreum, vel annulum asserculo affixum transmittitur: hujus asserculi inferior superficies rostro anteriori ipsius M æqualis est quoad eminentiam: asserculus hic habet latitudinem pollicum $2\frac{1}{2}$, Crassitiem pollicis $\frac{1}{2}$, longitudinem verò sesquialteram diametri catini: moveri potest huc, illuc supra caudicem firmatam super abacum O, & tam altam, ut asserculus altitudine pollicis supra superficiem catini emineat: hamuli lignei Π & pinnæ Σ impediunt ne à viâ rectâ declinet, neque ad posteriora subsiliat: porrò supra medium caudicis H axis ferreus fortis ponitur, intra duos annulos versatilis, qui in medio habet ligneum cylindrum, qui crassitiem habeat pollicis unius cum dimidio circiter, cum stylo ferreo transversim adacto firmissimè ei annexum: per duo foramina terebrata in hoc cylindrulo & ad unam partem latè excavata, aguntur funiculi robusti nodis præditi, qui foramina obturantes non tamen emineant supra cylindrulum; tum quisque horum aliquot gyris circumvolutus cylindrulo, & unâ extremitate alligatâ ad stylum brevem qui infigitur firmiter asserculo LL; alterâ circumvolutâ circa bacillum N, cujus ope funis hic pro lubitu tendi possit. Dein ad extrema axis dicti ferreus adest vectis Q pollices 5 longus, cum manubrio ligneo, quo jam huc, jam contrario gyro rotatus asserculus LL vi huc illuc trahitur; simulque vitrum B, ita ut utrimque ferè tertiâ parte supra margines assurgat, dum per baculum cc & e-laterem DD, ut dictum, ad catinum premitur. Aculeus qui

qui vitrum premit oblique parum inclinatur, quia baculus CC quodammodo laxus hæret in manu M, quo opus eſt ut vitrum agatur ſupra catinum ſine tremore. Hæc tamen inclinatio ſtyli parva admodum ſit, oportet; quæ ſi nimia, poteſt craſſities baculi CC in medio attolli, quo profundius a manu M excipiatur: infiguntur duo aculei ferrei inferne in aſſerculum LL, qui utrimque ad caudicem H appulſi impediunt, ne ulterius protrahatur, quam vitrum in catino requirit. Catinus, vel potius lapis cui agglutinatur, premitur intra caudicem H & ſtylum qui ab aliâ parte aſſeri infigitur ope cunei lignei qui inter hæc adigitur; inſidet ſcabello rotundo hoc opus perfecturus Artifex, unoque brachiorum laſſato ad tornandum altero utitur; quia verò opus non eſt alio corporis motu, hic poliendi modus longè minus laſſat, quam ille, quo baculus CC brachiis huc illuc agendus erat. Poſtea hunc vectem longiorem fabricandum curavi & verſatilem ad duo extrema, ut ita duabus manibus ſimul verſari poſſet.

Ut vitrum poſt ſingulos 20 aut 24 ductus paululum circumvertatur ſupra catinum, quod neceſſarium, trahatur vitrum, unâ manu apprehenſâ tegulæ circumferentiâ exteriori, dum alterâ pergitur in motu præſcripto, quod ſine multo labore peragi poteſt.

Quin & catinus poſt 25 aut 50 ductus ſemper parum ex priori ſitu removendus eſt, tantum latitudine dimidii ſtraminis eum retrahendo ad eam areæ partem, ubi vitrum non eſt; & poſt 25 aut 50 deinde ductus rurſum in plagam oppoſitam reducendo. Initio politionis tripolis in areâ aliquot in locis, congeſta in parvulas maculas, hæret, ſed hæ poſtea tolluntur & area planè redditur ejuſdem lævitatis ubique.

Dum advertitur tripolin vitro non ſatis adhærere, quia

quia non æqualiter ubique cernitur ſtriis rectis & tenuibus, ſartago (Fig. 7.) cum igne ſupra aream rurſum ponenda, donec ſentiatur area tantillulum minus frigere aliis partibus catini, tum rurſus tripolis ſupra catinum fricari debet, & vitrum manu ſupra eam duci, ut exploretur, an æqualiter tangat, & dein porrò pergendum in poliundo. Verum poſtquam vitriolum loco æruginis ſumſi, quæcunque de calefaciundo catino dicta omitti poſſunt, quia factæ areæ ſemper ritè tangunt vitrum, magiſque arctè adhærent quam antea. Perfricatur quoque catinus tripoli ſupra areas ſine calefactione catini, ut area eo melius ſervetur integra, utque vitrum melius tangat, quod ſemper poſt 200 aut 400 ductus repeti poteſt.

Item poſt 200 ductus vitrum tolli poteſt, laxando paululum cuneum, qui manum M aſſerculo nectit, tollendoque baculum C C de vitro; tum ſupra vitrum agitur digitus, aut linteolum purum vel particula corii, & exploratur quantum profectum ſit.

Ad evitandam numerandi moleſtiam, rota lignea Y diametro 7 aut 8 pollicum, facile circa axin verſatilis, plana affigitur aſſeri, qui firmatus ad parietem eſt: hæc rota habeat 24 dentes ſerratim inciſos. Hi dentes propelluntur filo cupreo SX, quod ope orbiculi nectitur elateri ex filo cupreo R S T, quod in R aſſeri per clavum affigitur. Elater hic trahitur funiculo, qui ab T per orbiculum V tranſit, indeque porrò ad extremitatem aſſerculi L L, cui adnectitur. Eo rota Y ſingulis duobus ductibus uno dente propellitur, & quâ vice alterutra pinnarum Z vel Δ, quæ ei infixæ, appellunt ad filum cupreum Γ Z, iterumque dimittunt, ſonat tintinnabulum Γ filo cupreo annexum, unde monemur 24 ductus abſolutos eſſe, vitrumque parum invertendum.

Præterea affigi poteſt caudici H index ductuum (prædıtus tribus quatuorve indicibus progreſſu decimali) juxta aſſerculum L L, ejuſque funiculus ad extremitatem aſſerculi alligari; quâ ratione ſine labore numerationis vel annotationis ſciri poteſt quot ductibus politio peracta ſit.

Vitrum 5 aut 6 pollicum in diametro requirit circiter 3000 ductus ab utrâque ſuperficie ut probè purum fiat.

Videndum accuratê eſt an in medio vitri, ubi ab aliâ parte obfuſcatum eſt, nulla appareat opacitas, vel color cineritius, vel maculæ parvæ ad reflexionem luminis candelæ aut lucis; aliæ enim partes Vitri longê citius puræ apparent.

Poſtquam ſatis expolitum vitrum erit, ut de corio & tegulâ tollatur, ſuprâ vas prunis inſtructum calefiat, donec eouſque molleſcat cæmentum, ut vitrum verſus latera impulſum amoveri queat.

Quidquid tum vitro adhuc adhæret linteolo calido abſtergitur, dein alio linteolo Oleo vel ſebo candelæ imbuto, ultimô denique purioribus linteolis.

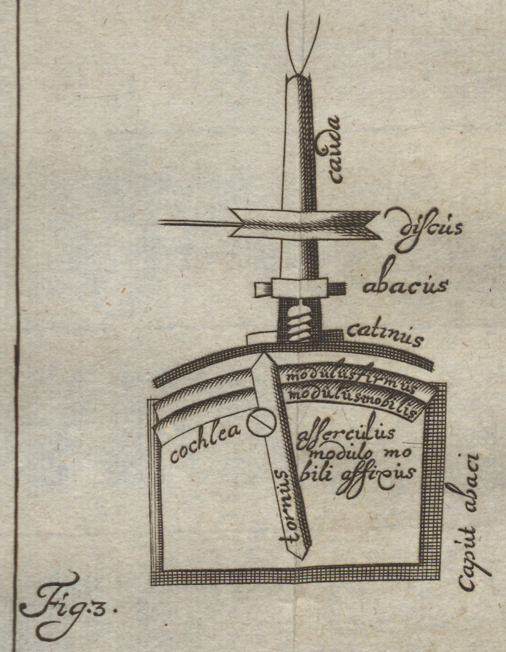
Si vitrum deprehenditur haud ſatis expolitum (in eo etenim fallimur ſæpius) ulterius expoliri poterit, denuô agglutinando ut prius, abſtergendo quam puriſſimê, idemque ſubaſperum reddendo, ut ante dictum eſt. Quin etiam novus in hanc rem fundus catino imponi poteſt, ſi prior ablutus vel inidoneus fuerit, eâ lege tamen, ne interim aliud in catino vitrum expolitum fuerit.

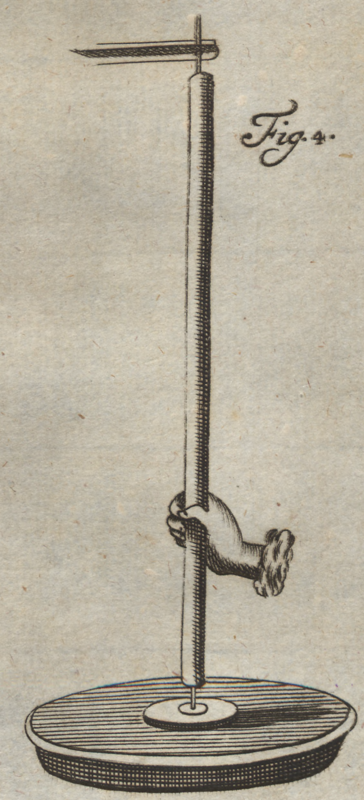
Ad tollendos lotione hos fundos parum aceti catino infundendum erit.

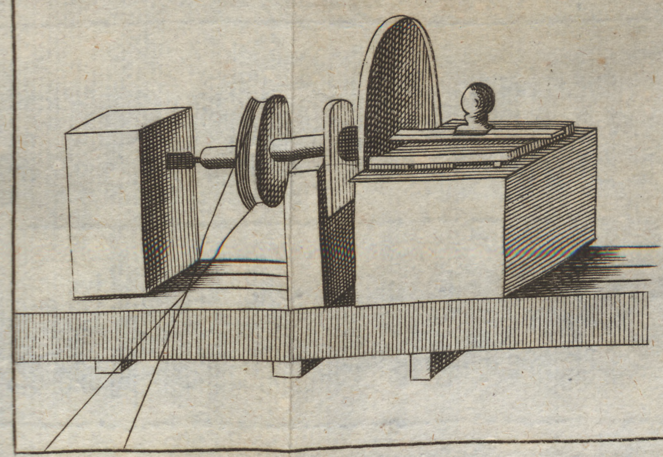
Denique eligatur ſemper vitrum, quantum haberi poteſt, craſſiſſimum & maximè pellucidum, quo evitentur plurimæ difficultates ex inæquali preſſione inter poliundum oriundæ.

FINIS.

De Formandis Vitris. TAB. I.

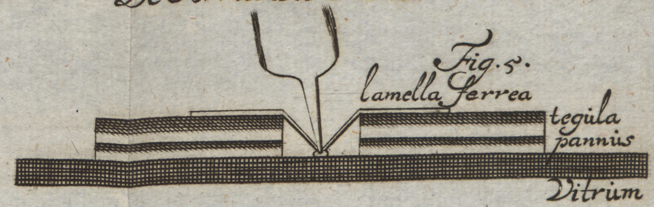


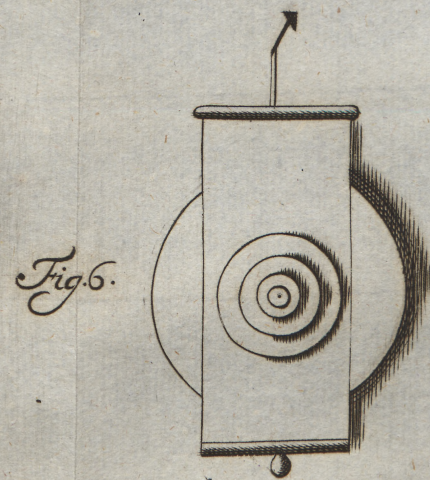


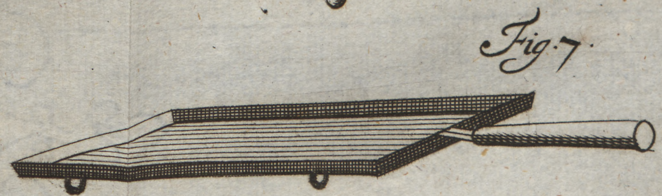


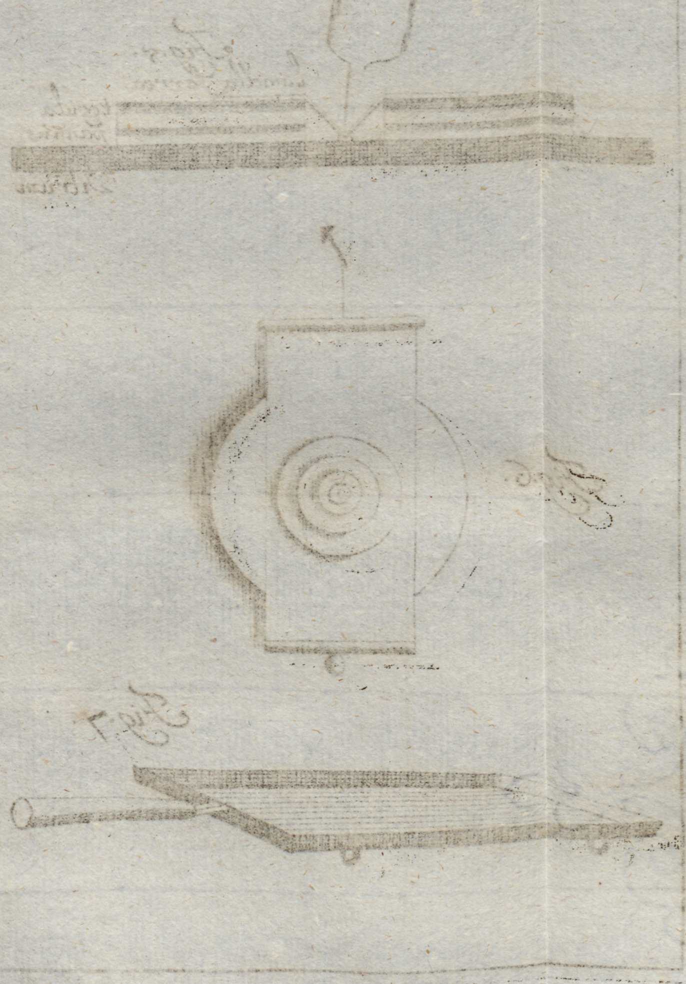
290

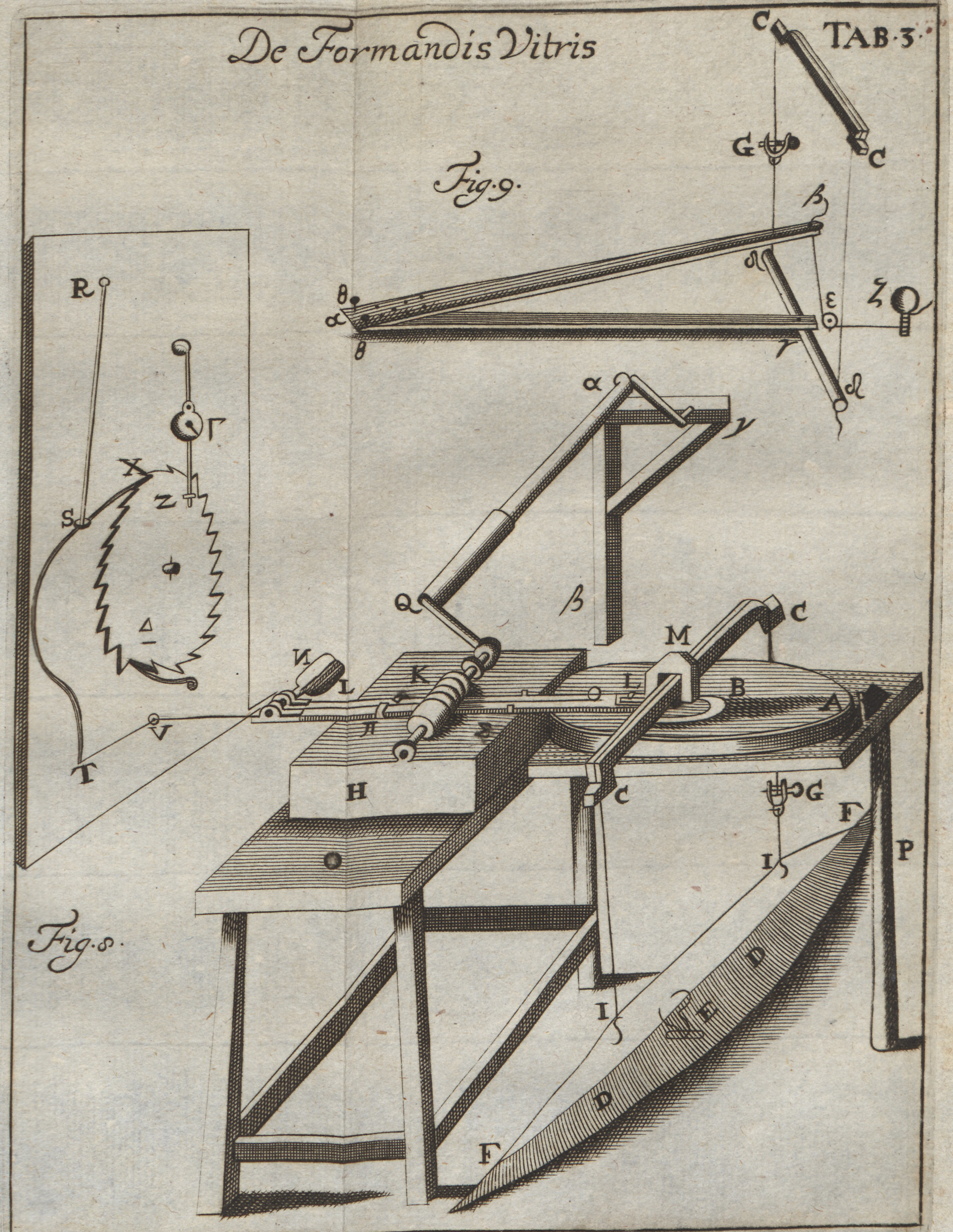
De Formandis Vitris TAB. 2.










De Formandis Vitris
TAB. 3.
Fig. 9.
Fig. 8.

CHRISTIANI HUGENII
DISSERTATIO
DE
CORONIS
ET
PARHELIIS.

CHRISTIANI HUGENII DISSERTATIO DE CORONIS ET PARHELIIS.

I Quid sint Coronæ, & Observationes communes de illis

QUANQUAM Coronarum & Parheliorum, quas hic adducemus, causæ non multum a se invicem differunt, prius tamen de iis, quæ sunt coronarum, agam; tum quia hæ explicatu faciliores sunt, tum quia harum causis cognitis, illæ Parheliorum facilius intelligi queunt. Sunt autem coronæ circuli rotundi, qui interdiu circa solem, noctu verò circa lunam nonnunquam apparent, modo albi, modo, quando lucidiores sunt, instar Iridis, variis insigniti coloribus; Harum diameter, ut plurimum est 45 gr. circiter, sed aliquando majores observantur diametro 90 gr. aut plurium. Fertur quoque plures tales coronas apparuisse simul, quæ solem omnes in centro haberent. Hujusmodi coronas 45 circiter gr. sæpe observavi, sed prima vice maximè expressam, in qua ea, quæ maxime notatu erant digna annotabam, antequam horum phænomenum causas investigare tentassem; observavi itaque hunc circulum variis coloribus sed Iride dilutioribus distinctum, ambitu interiore colorem rubrum, exteriore verò, qui ad alborem multum accedebat, cæruleum referente; præterea spatium intra circuli ambitum conclusum (quod fortè ideo *areæ* nomen meruit) obscurius videri cælo circulum ambiente, quod quaquaversum serenum ferme apparebat, & tan-

tantum tenuibus pellucidis albicantibusque nubeculis obductum. Diametrum tandem coronæ graduum circiter 45 deprehendi, etiamsi illam crassiori ratione mensurarem, bacillo nempe usus quem tantum extendebam quantum brachio poteram, deinde observabam quænam pars hujus diametrum areæ tegebat, unde posteà angulum quam proxime calculo determinare poteram. Diem adscriptum habet hæc observatio 30 Martii anni 1652. Recordor me post hanc observationem inspexisse ea quæ *Cartesius* de causis coronarum scripsit; scilicet illas per refractionem radiorum solarium in planis stellulis ex glacie pellucida compositis generari; quod mihi non probabatur, quia inde sequitur, uti & ipse dicit, spatium intrà coronam comprehensum, lucidius appariturum reliquo aëre extra coronam, cujus contrarium expertus sum.

§. 2. Existimavi ergo, aliam hujus phænomeni causam inquirendam esse, etiamsi idem *Cartesius* asserat *non aliam causam in nubibus inveniri posse, quæ tale quid quam efficiat.* Examinavi omnes reflexiones & refractiones quas solis radii in aquæ guttulis pati queunt, sed nihil inveni unde circulus talis magnitudinis fieri posset. Mihi dein sumpsi, ut alias figuras ex guttis congelatis pro lubitu fingerem, sed incassum; tam arduum siquidem est, imaginem sibi fingere rei nunquam visæ: sed cum post 6 annos iisdem meditationibus incumberem, occasione 5 Solium, qui Varsaviæ Ann. 1658. apparuerunt, & diligentius attenderem ad formam coronæ quam suprà descripsimus, vera tandem mihi earum incidit causa; & paulò post etiam illa parheliorum, quorum undique observationes inceperam colligere; non enim vereor veras eas dicere, quæ ita cum observatis conveniunt, ut operam mihi perditurus

rus videar, si quas alias requisivero. Cum igitur perpenderem necessario quasdam particulas in nubibus hinc inde volitantes materiam his Meteoris suppeditare; quod satis superque liquebat, ex eo quod nubibus disjectis corona tamen eidem inhæreret loco; cumque obscuritas cæli intrà coronæ ambitum comprehensi argumento esset particulas ibi positas, non ita commode solis radios transmittere, quam ubi extra illum angulum avolarint; subito in mentem venit, coronam fieri posse, si singulæ harum particularum, grana quædam rotunda essent ex glacie vel aqua pellucida exterius, sed quæ intus continerent nucleum minus pellucidum: facilè enim percipiebam, si magna quantitas talium particularum eodem prorsus modo efformatarum, inter nos & solem volitarent, illas, quæ intra certum angulum a sole distabant, nullos ejus radios ad oculum transmissuras, secus ac aliæ extrà hunc angulum collocatæ, sicut statim demonstrabitur. Tales vero grandinis guttas in nubibus reipsa reperiri, non tantum verisimile est, sed planè certum; cum, ut *Cartesius* in *Meteoris* testatur, illæ aliquando in terram deciderint; namque ibi de generatione harum particularum locutus; *Hinc fit*, inquit, *ut cum exterior superficies cujuslibet grani ex glacie continua, & pellucida constare consueverit, in ejus centro nonnihil nivis sæpe reperiatur, quod hæc grana frangentibus sese offert.* Nec mirum cuiquam videri potest nivis granula in aquæ medio hærere, si consideret, integras guttas ab halitibus sursum ascendentibus sustineri, adeoque nec aquam conatum ad descendendum & a granulis in medio constitutis recedendum habere; nullam quoque causam esse, cur nuclei æquilibres aquæ a centro guttarum versus superiora, vel inferiora recedant. Atque hæc

fal-

saltem ita se habere, grana illa glaciata in terram delata clare demonstrant: verum integræ guttæ ut ab halitibus in aëre sustineri queant, meo judicio, parvulæ ut sint necesse est, semini forsitan aut æquales aut minores raporum. Quæ exiguitas nequaquam tamen obstat, quo minus perfecta sit figura, & proportio inter totius guttæ molem, & illam nuclei in medio, quam proportionem investigabo; postquam ergo vidimus talia corpuscula mixta in aëre generari, demonstrandum porro quomodo omnia coronarum phænomena ab his producantur.

§. 3. Quod quo melius intelligatur, harum guttarum unam, majori forma oculis subjiciemus, ut radiorum solis refractionem in ea ostendere possimus; sit ergo gutta ABCD cum granulo nivis in medio EF; supponamusque solis radios in illam incidere a parte GH, notum est, illos primo in superficie AD, refringi, ita ut versus interiora vergant, unde necessario accidit ut magna eorum pars in nivis nucleum EF, impingat; sed sint radii GA, & HD quorum refracti AB, & DC tangunt nucleum EF; hi ergo in B, & in C rursus refringuntur, & concurrunt se mutuo decussando in K; quod punctum paulo minus semidiametro guttæ ABCD, ab eadem distat, sicuti *Prop.* XIII. *Dioptrices* demonstratum est: si ergo, BK, & CK, usque ad M, & L producantur, sequitur nullum lumen a sole per sphærulam ABCD, ad oculum perventurum, ubicunque intrà angulum, vel potius conum LKM constituatur, quia omnes radii qui nucleum EF, præterlabuntur, se invicem ad majorem angulum, & propius ad sphærulam ABCD, decussant, ita ut extra conum LKM cadant, sicuti in dioptricis demonstratur. Sed si oculus ubivis infrà guttam extrà hunc conum ut in O, & P, collocetur;

Vide Fig. 1. & 2.

tur perveniunt eo ſolis radii, & efficiunt ut ejus ſplendorem in gutta cernamus. Idem quod in hac gutta accidit, etiam fit in aliis omnibus ejuſdem formæ; unaquæque ſcilicet poſt ſe habet umbroſum conum, intra quem quando oculus eſt poſitus, nullos plane ſolis radios per guttam tranſeuntes percipere poteſt, ſed ſimul ac extra illum eſt collocatus illico radii ad eum pertingunt: ponamus oculum poſitum eſſe in N, & fingamus conum cujus vertex ſit N, & latera NR, NQ, parallela KL, KM, lateribus coni LKM, certiſſimum eſt, nullam guttam nivis granulum concludentem ut ABCD, quæ intrà conum QNR reperitur ſolis radios verſus oculum N dirigere poſſe; ſi enim ex quibuſdam harum guttarum ut S, duæ lineæ ducantur parallelæ ipſis KL, KM, ut SV, ST, quæ in hoc plano repræſentant latera coni umbroſi poſt guttam S, patet oculum in N, vel verticem coni QNR incidere intra dictum conum VST, & conſequenter nullos ſolis radios per guttam S tranſeuntes recipere; nec alia eſt ratio omnium guttarum quæ ſunt intra conum QNR, oculus enim N, intrà conum umbroſum cujuſcunque ex iſtis poſitus eſt, ut ex figura conſtat.

Vide Fig. 2.

§. 4. Verum quamcunque guttam extrà conum QNR ſitam, qualis eſt X, ſimul cum ejus cono YXZ, conſideremus, perſpicuum eſt, oculum N, extrà conum illum poſitum eſſe, ideoque ſolis radios per guttam X, ad oculum perventuros, ita ut hæc gutta illuminata apparitura ſit, ut & omnes aliæ extrà conum QNR, cum illæ, quæ intra illum ſunt, multò obſcuriores videri debeant, quod nullam ſolis imaginem habeant. Patet igitur ex his rotundam apparere debere aream circa ſolem obſcuram, quæ verò extra areæ ambitum ſunt, luminoſiora, & maximè quidem, quæ proximè eam

ambiunt, quia guttæ quæ proximæ cono QNR hærent maximam ſolis imaginem exhibent, quod facile demonſtrari poſſet. Patet etiam in qualibet altitudine ſolis, eadem prorſus ratione, coronam produci poſſe, ob ſphæricam nimirum cum guttarum totarum, tum nucleorum intus poſitorum figuram. Quod ſi vero quiſpiam experimento ſibi phænomenum hoc repræſentare voluerit, ſphæram cavam ex tenuiſſimo vitro confectam, & aqua repletam in cujus medio ſphærula opaca ſuſpenſa ſit, quod facile fieri poteſt, Soli exponat, experietur, ſe nullam ſolis imaginem in illa viſurum, niſi ſphæram removeat per aliquod ſpatium a linea, quæ ab oculo ad ſolem pertingit; imo ſimulac eo pervenerit, ubi ſolis lumen percipere poterit, animadvertet ibi ſolis imaginem luciđiſſimam eſſe, ſimulque colorem rubeum illic apparere, eadem prorſus de cauſa, ac in priſmate Cryſtallino, vel potius aqueo, ſi talem conficere poſſemus. Radius enim GA Exempl. gr. eandem patitur refractionem ingrediendo guttam in A, & exeundo in B, quam pateretur tranſeundo per priſma AΩB, cujus latera AΩ & BΩ guttam tangunt in A & B. Nucleus autem EF, qui lumen ab una parte terminat, multum etiam confert ad radios qui juxta illum tranſeunt ut AB coloribus tingendos: ſed nequaquam animus eſt mihi aggredi inquiſitionem cauſarum, quare hi colores in priſmatibus inveniantur; immò fateor me rationem eorum prorſus ignorare, nec facile quenquam iſtam perſpecturum arbitror, quamdiu naturalium rerum ſcientiæ major lux non affulſerit. Illud ſolummodo notari velim, colorem rubrum, qui in hac ſphæra apparet, etiam in guttulis jam memoratis, quæ proximè extrà conum QNR poſitæ ſunt, videri debere, qui in guttulis remotioribus minuens, a-
lios

lios etiam colores ſicuti in Iride producit: latitudinem autem coronæ judicamus æqualem ſpatio ad quod ſe colores hi extendunt, cum in eo maximè illuminatæ ſint guttæ, licet alioquin revera tantum ad interiorem ambitum verſus ſolem, non verò ad exteriorem terminetur. Quod eodem modo in Iride accidit, quæ itidem ſicuti ex explicatione Carteſii liquet, terminatur in parte ubi color ruber apparet, non vero ex altera. Hæ coronæ quoque circa lunam ſæpius obſervantur, eadem planè de cauſa, ac circa ſolem; verum ſæpenumero colores adeo ſunt debiles, ut albæ tantum appareant, quales haud raró ipſemet in iis circa ſolem animadverti, quando etiam vix obſcurior intrà circulum area ab reliqua clariore aëre diſcernitur: hoc autem accidit, quando minor eſt copia talium granorum, quo enim plura ſunt, eo coronæ vividioribus coloribus cernuntur, ſicuti ex obſervationibus liquet, ex quibus patet, quò area intrà coronam eſt obſcurior, hoc eſt, ubi maximè conferta granorum multitudo, coronam etiam eò vividius eſſe coloratam: ſed alia adhuc de cauſa ſpecioſiores colores & vividiores intrà coronam animadvertuntur, quando ſimul cum parheliis, & paraſelenis apparent, qua de re dicam ubi ad illas ventum erit.

§. 5. De diametro vero coronæ porrò nunc videamus, quam frequentiſſimè 45 gr. circiter eſſe dicebamus: hanc autem manifeſtum eſt pendere ex magnitudine nuclei opaci EF, quo enim major eſt, ad molem guttæ integræ AC, eo etiam major eſt ejus angulus BKC, cui æqualis eſt angulus coni QNR, qui coronæ diametrum determinat, ſicuti luculenter jam demonſtravimus. Præter radios enim HDCK, GABK, per guttam ABCD, tranſeuntes & nucleum opacum in E, & F, tangentes,

Vide Fig. 3.

ducatur ex centro M recta linea MKO, transiens per punctum intersectionis radiorum K, & occurrens cum producta linea recta DC, in O: linea HD, & KC productæ intra guttam sibi invicem occurrant in L; in Triangulo igitur DLC, anguli FDL, FCL sunt æquales, quia radius HD, intrando guttam in D eadem prorsus refringitur ratione, ac egrediendo in C; angulo autem FDL æqualis est angulus DOK, quia HL, MO sunt parallelæ; ergo in triangulo CKO æquales quoque erunt anguli KOC & KCO, hisce verò duobus æquatur angulus CKM dimidius anguli CKB: cum autem angulus BKC, 45 graduum est, ejus dimidia pars MKC erit $22\frac{1}{2}$ grad. & hujus dimidia KOC rursus gr. 11, 15'. In triangulo itaque OMF, rectum angulum F habente, data est ratio laterum; sumptaque OM, pro radio partium 100000, erit MF, sinus gr. 11 : 15'. partium 19509. & OF 98078. datur autem & ratio OM, ad OD, quæ est ea, quæ refractiones aquæ metitur, ut ostensum prop. VIII. Dioptricorum, nimirum 187, ad 250: cum ponatur ergo OM pro radio partium 100000, erit OD, 133690, a qua si auferatur OF, 98078 relinquitur FD 35612, sed MF, erat 19509. Itaque cognita horum laterum proportione in triangulo rectangulo MFD, dabitur etiam utriusvis ratio ad latus MD, idque invenietur partium 40605 : debet itaque semidiameter guttæ MD, ad MF semidiametrum nuclei nivalis, se habere ut 40605, ad 19509, seu proximè ut 1000, ad 480, ut fiat diameter coronæ 45 grad. Eodem pacto ad constituendam coronam 90. grad. inveniemus rationem MD, ad MF esse debere ut 1000 ad 680. ut 1000 vero ad 473 si coronæ diameter sit gr. 44.

§. 6. Circa generationem grandinis semiaqueæ considerandum est, fuisse primò sphærulas nivis tenuissimæ, quæ

quæ continuo per aërem motu rotundantur; & quarum pars exterior solis calore liquefiat; coronas, quando apparent, aërem temperati frigoris calorisve exigere, ut scilicet grana pedetentim atque tarde regelentur; & si frigus paululum increscat non ulterius liquefiant; ubi vero ad dimidium diametri, vel paulo amplius liquefactæ sunt, conum radii reflexi intra guttam suo calore impedire, quominus illa denuo ulterius in glaciem constringantur, etiamsi majus frigus superveniat. Hoc autem calore, qui maximus est circa apicem coni suprà memorati, nucleus qui superest nivalis rotundatur, eo quod gutta modo hanc, modo aliam sui partem soli obvertat, vel potius quod calor coni sese circa totam guttam diffundat. Quæ rotunda figura ad coronas producendas requiritur; verisimile quidem est plurimas guttas magis vel minus liquefieri, sed quæ si nuclei interiores non rotundentur nullum simul effectum producere possunt. Et fortasse hoc ipso calore, frigus eo magis in guttæ medio colligitur (ut illud multoties brumali tempestate accidere videmus,) & hac ratione obstat ulteriori nuclei opaci dissolutioni: minima enim in tali cœli temperie ab hoc vel illo latere resistentia sufficit ad conservationem semiregelatarum guttarum: suppono autem exteriorem harum sphærularum partem aqueam esse; quod verisimilius apparet, cum sic superficies politior fiat, & magis idonea ad determinatas refractiones, quam fieri posse videtur si ea glaciata foret. Attamen fieri aliquando potest, ut grana hoc modo efformata, uti vidimus, denuò congelentur; quæ fortasse concreta aqua satis esse possit pellucida, & sphærica ut coronam producat: præter hanc autem radiorum congregationem, quæ guttas ad dictam proportionem liquefacit, fit adhucdum alia congre-

Vide Fig. 4.

gregatio, qua nuclei nivales superioribus ratione totius guttæ majores conservantur, & rotundantur; quæ guttæ secundam producunt coronam, cujus diameter dupla est diametri prioris; qualem etiam nonnunquam observatam esse postmodum videbimus. Notandum porro hanc radiorum collectionem causam videri, quare plerumque coronæ talium diametrorum appareant: sed nihilominus coronas quarumcunque diametrorum apparere posse, cum nihil obstet quominus guttæ, in frigore hoc temperato tardissimê liquefiant & majore, vel minore earum parte dissoluta, satis diu in eadem proportione permaneant, ut coronam ad aliquot horas, absque ulla sensili mutatione, efficere queant: hinc etiam accidere potest, ut cum harum guttarum pars quædam, ad certam molis quantitatem & alia earum, quæ altius vel inferius dispersæ sunt, ad aliam, & adhuc dum aliæ partes diversa cum reliquis proportione resolutæ sint; plures simul appareant coronæ, quarum diametri alia atque alia sint amplitudine: sicuti quidam memorant se sex coronas continuo ordine parallelas vidisse, quorum omnium centrum erat sol.

Snellius in libro de Cometa Anni 1618.

§. 7. Postquam huc usque coronarum causas investigavimus, nobis deinceps de parheliis, & paraselenis est agendum; in quibus plura, & admiratione magis digna occurrunt, sicuti facilè intelligi potest si figuræ infra delineatæ inspiciantur: præter circulos enim admirabiles qui apparent, videre insuper est non tantum duos parhelios ab utraque solis parte, qui soli superioribus sæculis annotati sunt, sed præterea duos, vel tres nonnunquam etiam 4 alios, ut in phænomeno Hevelii A. 1661. observato: mirum autem videri potest, unde acciderit, ut Aristoteles, & tot sæculis post Cardanus scripserint, nunquam plures quam duos parhelios simul

ſimul apparuiſſe; cum non ſit veriſimile illud quod intrà paucos annos ſæpius accidit, nempe 5, 6, vel 7. parhelios eodem apparuiſſe tempore, nunquam intra tot ſæcula fuiſſe viſum: ſed hujus rei cauſa eſſe poteſt, quod duo parhelii laterales, qui ſemper lucidiſſimi apparent, ſoli ab imperitis obſervatoribus annotati, & pro parheliis habiti fuerint; dum reliqui plerumque languidi apparent; ſed ab illis qui accuratius obſervationes inſtituerunt, illi omnes parhelii dicuntur, qui certum obtinent locum, etiamſi tam parum luminis habeant, ut ignari crederent eſſe nubeculas. Quanquam autem maxima inter parhelios adnimadvertatur diverſitas, quædam tamen habent in quibus conveniunt. Quare recte me facturum arbitror ſi primum aggrediar explicationem phænomeni maxime primarii: & hujus dum inquiro cauſas, ſimul mentionem faciam aliorum, quatenus huic phænomeno commune quid habent; quæ autem prætereà nova in cæteris offerentur, ea ſigillatim poſteà excutiam. Proponatur itaque phænomenum Romanum, A. 1629. die 20. Martii a Scheinero obſervatum; de quo circa illud tempus Carteſius, Gaſſenduſque egerunt, e quorum libris petitam cum deſcriptione figuram oculis hic ſubjicio.

A obſervator Romanus. B *vertex loco obſervatoris incumbens.* C *Sol verus obſervatus.* AB *planum verticale, in quo & oculus obſervatoris, & ſol obſervatus exiſtunt, in quo & vertex loci* B *jacet, ideoque omnia per lineam verticalem* AB *repræſentantur: in hanc enim totum planum verticale procumbit. Circa Solem* C *apparuere duæ incompletæ Irides eidem homocentricæ, diverſicolores, quarum minor, ſive interior* DEF, *plenior & perfectior fuit, curta tamen ſive aperta à* D *ad* F, *& in perpetuo conatu ſeſe claudendi ſtabat, & quandoque claudebat, ſed mox denuo*

Carteſ. Meteor. C. X, §. VIII.

Vide Fig. 5.

nuo aperiebat. Altera, sed debilis semper, & vix conspicabilis, fuit G H I, *exterior & secundaria, variegata tamen & ipsa suis coloribus, sed admodum instabilis. Tertia, & unicolor, eaque valde magna Iris, fuit* KLMN, *tota alba, quales sæpe visuntur in paraselenis circa lunam. hæc fuit arcus excentricus integer ab initio solis per medium incedens, circa finem tamen ab* M *versus* N *debilis & lacer, imo quasi nullus. Cæterum in communibus circuli hujus intersectionibus cum Iride exteriore* GHI *emerserunt duo parhelia non usque adeo perfecta,* N *&* K*; quorum hoc debilius, illud autem fortius & luculentius splendescebat: amborum medius nitor æmulabatur solarem, sed latera coloribus Iridis pingebantur; neque rotundi ac præcisi, sed inæquales & lacunosi ipsorum ambitus cernebantur.* N, *inquietum spectrum, ejaculabatur caudam spissam subigneam* NOP, *cum jugi reciprocatione.* L *&* M *fuere trans Zenith* B, *prioribus minus vivaces, sed rotundiores & albi, instar circuli sui cui inhærebant, lac seu argentum purum exprimentes; quanquam* M *mediâ tertiâ jam prope disparuerat, nec nisi exigua sui vestigia subinde præbuit; quippe & circulus ex illa parte defecerat. Sol* N *defecit ante Solem* K, *illoque deficiente roborabatur* K, *qui omnium ultimus disparuit, &c.*

§. 9. Ut rectè percipiamus, quo pacto hoc phænomenon apparuerit, cogitandum est, magnam, eamque albam iridem K L M N per solem verum transeuntem, fuisse circulum horizonti parallelum, cujus polus fuerit punctum B vertici spectatoris superius imminens. Quod enim in figura apparet, quasi spectator propior fuerit lateri LM, quam KN, credendum est, illud errore quodam perperam sic delineatum fuisse, cum in omnibus observationibus quæ posteà sunt factæ, in quibus talis albus circulus, ejusque positio annotatur, ille semper ho-

horizonti fuit parallelus; licet non omnino repugnet ut paululum inclinetur, ſicut poſteà demonſtrabimus; locus igitur ſpectatoris A, intelligi debet perpendiculariter ſubjectus puncto B, ita ut quando aſpicit Soles C, K, N, alios duos L & M, poſt tergum habeat.

§. 10. Præterea animadvertendum colores, qui in circulis D E F, & G K N, dicuntur exſtitiſſe, eodem ordine fuiſſe poſitos, ac in Coronis, de quibus ſuprà memoravimus; ruber nempe proximus Soli erat, uti liquet ex deſcriptione a Scheinero facta phænomeni A. 1630. quæ inferius videri poterit. Unde conſtat diametrum circuli interioris etiam fuiſſe præterpropter 45 graduum, quæ eſt ordinaria Coronæ magnitudo: etiamſi crediderim in phænomeno Anni 1629 minorem fuiſſe circuli exterioris diametrum diametro exterioris circuli in illo Anni 1630. ſicuti ex figura liquet, & demonſtrari poteſt: circa hanc figuram notandum inſuper eſt caudam Parhelii N, intra magnum circulum KLMN, depingendam, ſicuti Hevelius rectius obſervavit Anno 1661. quod phænomenum inferius adjungetur; verum ita a Scheinero delineatus fuit, ut exprimeret caudam recta a Sole averſam fuiſſe; Sol & Parhelii nimis magni quoque depicti ſunt ratione circulorum; immò circuli ipſi nimis lati ratione diametrorum; Solis enim diameter revera tantum $\frac{1}{90}$ circiter eſſe deberet diametri coronæ D E F, quæ ſcilicet eſt 45. graduum; cui latitudo circuli K L M ferè eſt æqualis; nam ex explicatione phænomeni Anni 1630 patet, hanc circuli Latitudinem Solis diametrum non æquaſſe.

Vide Fig. 5. Tab. IV.

§. 11. His de figura præmiſſis, inquiramus porrò in cauſas horum mirabilium phænomenum. Facile equidem percepi rotundas guttas ſive ex aqua; ſive partim ex aqua, partim ex nive, huic rei non quadrare; nec du-

dubitavi tamen, cum in omnibus Parheliorum observationibus Coronæ etiam apparuerint, quin utrorumque causæ non multum a se invicem differrent; postquam ergo perpendissem, quænam figura præter sphæricam grandini in aëre assignari posset, nullam cylindrica simpliciorem inveni; revera etiam sæpius videram nivi plurimas oblongas, sed tenuissimas particulas commixtas esse; cumque parvæ guttæ sphæricæ ad Coronam producendam sufficiant, existimavi parvos cylindros, sed in aëre confertos simile quid efficere posse. Animadvertebam insuper *Cartesium* observasse quasdam columnulas vel cylindrulos ex glacie confectos in terram deciduos, quorumque utraque extremitas stellulis sex radiis distinctis exornabatur. Figuram ergo & positionem horum cylindrorum examinans, & perpendens illos non commode generari, nisi ad perpendiculum erigantur; & præterea illis idem nonnunquam quod granis rotundis contingere, scilicet ut calore Solis vel aëris ex parte dissolvantur; brevi deprehendi, omne quod in phænomeno Romano accidit ab his solis minoribus cylindrulis produci potuisse; & clarissimè quidem, posteà quam vitreum cylindrum satis capacem aqua implevissem, solido cylindro ligneo minus crasso intus suspenso. Eum enim variè Soli oculoque meo objiciens, tum circulum magnum album ex reflexione sola cylindrorum, tum Parhelia ad latus Solis ex geminata refractione, quæ verô in parte opposita, ex refractionibus duabus, & reflexione ortum ducere deprehendi, ea nimirum ratione quam deinceps exponemus.

§. 12. Pauca autem de generatione illorum, deque positu, figura ac magnitudine præmittenda sunt. Sicuti supra monui sphærica grana, quæ coronam efficiunt, in-

instar seminis raparum, exigua vel minora esse, ut ab ascendentibus halitibus sustineri queant; ita suppono hos cylindrulos eadem de causa admodum exiguos, & tenues; quæ tenuitas tamen nequaquam figuræ perfectioni obstat, sed contra illi potius conducit. Hi primo non aliter ac Coronæ grana formari debent ex nive quam tenuissima, hoc est, ex minimis & fere visum effugientibus particulis nebulæ congelatæ, (nix enim nihil est, præter glaciei particulas) ex quibus particulis in unum collectis ubi primum sphærula prodierit, facile intelligitur inferiori hujus sphærulæ parti plurimas sese adjuncturas particulas, non verò ad latera; cum enim nebularum particulæ, simul cum sursum vergentibus halitibus celeriter ascendant, & sphærulæ contrà gravitate sua ascensui obnitantur, vel minimum tardius ascendant, non alienum à vero est particulas nebulæ, quæ in inferiorem sphærulæ partem impingunt ei adhærentes oblongam paulatim sphærulæ figuram facere, eamque in Cylindrulum convertere; cum contrà aliæ nebulæ particulæ, quæ ad latus feruntur, facile illam præterlabantur. Cum ergo hi Cylindri denso agmine, nec multum a se invicem distantes, producantur, aëre, qui illos sustinet, per illorum interstitia transeunte, non absonum est, illos in situ perpendiculari, hoc est, in eodem situ, quo producti fuere, mansuros: sed quando vento, vel alia de causa à se invicem divelluntur, non semper situm perpendicularem retenturos, sed ad omnes sese positiones conversuros. Cum autem calor Solis vel aëris, eodem modo ac in granis Coronam constituentibus vidimus, hos cylindrulos exterius ex parte liquefaciat, manet in medio minimus cylindrulus ex tenuissima nive, undequaque aquæ immersus; & eadem, quam illic attulimus, causa efficiet, ut postquam ad certam quantitatem lique-

facti fuerint, cylindrus internus perfecte rotundetur, & quod liquefactum est, non facile rursus congeletur: notandum tamen si postmodum illa aqua iterum in glaciem constringatur, fieri forte posse, ut illa glacies satis pellucida, & superficie satis polita sit ad efficiendas refractiones, & reflexiones, de quibus deinceps agemus.

§. 13. Ut ergo ad phænomenon Romanum veniamus: Primo dico, magnum illum albicantem circulum, qui in eo apparuit, produci ex reflexione radiorum solis, in superficiem externam Cylindrorum ad perpendiculum erectorum incidentium, & quando plurimi tales cylindruli in aere suspenduntur, in quos Sol radios suos vibrat, necessario magnum circulum album appariturum per Solem transeuntem, & horizonti parallelum, hoc est, æqualiter suprà eum elevatum, & cujus latitudo ejusdem cum Sole sit diametri. Quod ut evidentius appareat, consideremus primò majorem cylindrum, qui unum horum minimorum cylindrorum referat, & perpendamus qua ratione Solis radii ab eo reflectantur. In Cylindrum ABCD perpendiculariter erectum incidat radius a solis centro adveniens FE, qui reflectatur secundum rectam EG; dico FE, EG, æqualibus angulis inclinari ad planum horizontis: sit enim latus cylindri per punctum reflexionis E, ductum HK, secundum quod tangi cylindrus intelligatur plano LI; constat itaque radium FE, eodem modo a plano hoc reflecti, atque a cylindro ABCD; Hoc enim in Catoptricis, Dioptricisque axiomatis loco est, qualiscunque fuerit curvæ superficies reflectens. Quod si jam plano LI, aliud planum ad rectos angulos insistere ponatur, quod in se contineat radios FE, EG, constat etiam ex legibus catoptricis, utriusque plani communem intersectionem, quæ sit recta MN, transire per punctum reflexionis E, an-

Vide Fig. VI.

angulosque æquales esse FEM, GEN. Intelligatur itaque sphærica superficies, cujus E centrum, quæ abscindat rectas æquales EF, EM, EO; itemque EG, EN, EP, quarum nempè EO, EP, sint in recta HK, sintque circulorum maximorum in sphæræ superficie arcus FO, FM, OM, itemque GP, GN, PN. Quia igitur planum per FMNG ductum rectum est ad planum LI, & utrumque per sphæræ centrum E transit; sunt autem in plano per FMNG, arcus FM, GN; & in plano LI, arcus MO, NP; erunt in triangulo sphærico FMO, rectus angulus M, & in triangulo GNP, rectus angulus N. Latus autem MO æquale est lateri NP, quia angulus MEO æqualis angulo NEP. Itemque latus MF æquale lateri GN, quia æquales anguli FEM, GEN. Itaque & latus reliquum FO, æquale erit lateri reliquo GP; ac proinde angulus FEO æqualis angulo GEP; quorum complementa ad angulum rectum cum sint anguli inclinationis ad horizontem radiorum FE, EG etiam isti inclinationis anguli æquales erunt; quod erat demonstrandum. Eadem est demonstratio cum radius FE & intra cylindrum, & a superficie ejus reflectitur, quod ad Parhelia pertinet, ut ostendatur ea in circulo albo cerni debere.

§. 14. Hinc ergo patet, quando aër minimis illis cylindris ad perpendiculum erectis refertus est, radios ex solis centro, vel ex alio quolibet ejus disci puncto in illos cylindros incidentes, reflecti versus terram, eodem prorsus angulo quo idem punctum suprà horizontem elevatum est; quoniam ob immensam solis distantiam, angulus incidentiæ FEO, in unumquemque cylindrum sive altiorem sive minus altum incidens, ejusdem est magnitudinis. Qui ergo terræ insistit, Solis reflexionem tantum ex illis cylindris percipere potest, a quibus recta ad spectatoris oculum ducta angulum

efficit cum plano horizontis æqualem Solis altitudini; ſi ergo quaquaverſum lineæ ex oculo ſpectatoris ducantur, quæ ſingulæ angulos cum plano horizontis efficiant Solis altitudini æquales, certum eſt illas omnes circulum in aëre effecturas horizonti parallelum. Manifeſtum itaque hunc ſpectatorem circulum lucentem album horizonti parallelum viſurum, in quo verus etiam Sol apparebit. Facile etiam percipi poteſt hujus circuli latitudinem æqualem fore diametro Solis; ſicuti enim de Solis centro diximus, ſic ob eandem cauſam, quodlibet Solis punctum cylindrulorum circulum eadem cum illo puncto altitudine apparentem illuminabit. Quo ipſo pars inferior, & ſuperior totius albi circuli, æquè a ſe invicem diſtabit, ac inferior & ſuperior Solis pars. Notatu quoque dignum eſt, Sole ſupra horizontem aſcendente vel deſcendente, hunc circulum itidem aſcenſurum vel deſcenſurum, ideoque majorem vel minorem fieri; ut & diverſos ſpectatores, etiamſi longè a ſe invicem remoti ſint, ſingulos tamen viſuros circulum ſibi peculiarem qui per Solem tranſit, ſicuti in Iride accidit. Quod nequaquam fieri poſſet in circulo quem *Carteſius* nobis ut cauſam hujus phænomeni proponit; hunc enim eſſe ſupponit magnum ex glacie ſolida annulum in aëre ſuſpenſum: ſed hic minimè eodem tempore diverſorum ſpectatorum capiti imminere poteſt; præterquam quod nulla ſit ratio quare per Solem tranſeat, aliquando etiam per horas duas treſve continuas; ſicuti in ſequentibus obſervationibus videre eſt. Obſervandum præterea, nullas denſiores nubes in aëre videri quando hi circuli apparent, ſed ita raras tantum, ut vel non, vel vix ſint conſpicuæ; in pleriſque enim obſervationibus invenimus relatum, cœlum fuiſſe ſerenum. Quod in hy-

hypothesi nostra nequaquam mirum videbitur consideranti hos parvulos cylindros raram tantum & æqualiter extensam nubem producere, per quam Sol, immo cæruleus cœli color facile appareant. Quod autem nonnunquam quædam horum circulorum partes languidæ vel omnino non appareant, accidit tantum defectu materiæ, sive horum cylindrulorum. Nisi quod pars quæ est intrà Coronam, etiamsi ibi materiæ satis reperiatur, minus videatur, & idcirco in quibusdam observationibus non annotetur, propter vicinam Solis claritatem, & præcipuè quia circulus albus proximè extrà Coronæ ambitum sese lucidiorem multò quam in aliis partibus exhibet; cujus rei causa percipietur, ubi de duobus Parheliis lateralibus N, & K, acturi sumus.

§. 15. Ad quos ut accedamus, ajo eosdem illos cylindrulos ad perpendiculum erectos, qui album efficiunt circulum, hos etiam duos Parhelios geminata refractione radiorum Solis producere, eadem prorsus ratione, qua suprà vidimus rotundas guttas cum nivalibus nucleis in eorum medio positis Coronam producere. Cum enim horum cylindrorum pars quædam exterior liquefacta sit, & complectatur oblongos nivales minores cylindros, Sol eadem de causa videri non potest per cylindros, qui partem circuli albi KN, constituunt; sed quidem per illos qui extra illam sunt; unde etiam fit ut distantia horum duorum Parheliorum eò major fiat, quo nucleus nivalis major est ratione totius cylindri. Sol porrò lucidissimus apparet per cylindrulos qui extra partem K N positi, ei tamen proximi sunt; deinde per illos qui remotiores, sed debilior magis magisque usque ad certum terminum; quod efficit, ut hi Parhelii cum cauda observentur: sed tamen cum vi-

Vide Fig. V.

vi-

vidiores Iridis colores in cylindris, qui proximè extrà K N sunt, fiant conspicui, propter eandem prorsus causam a qua colores Coronæ produci diximus; Hi colores itidem efficient ut distinguatur Parhelius a reliqua caudæ parte, quæ minus lucida, & parum colorata apparet; sicut etiam Coronæ & Iridi parva tantum adscribitur latitudo, etiamsi ad latus alterum terminatæ non sint. Hæ autem caudæ, ut & Parhelii quibus adhærent, (uti ex sequentibus patebit) semper versus album vergunt circulum, & illum quousque se extendunt illustriorem reddunt; quod enim cauda Parhelii N, extrà Circulum delineata sit, vel errore accidit, vel quia observator hoc modo designare voluit illam a Sole aversam fuisse: quod apud Hevelium in phænomeno Anni 1661. accuratius annotatum fuit. Idcircò quamvis non referatur Parhelius K caudam habuisse, pars tamen circuli albi ejus cauda fuit: sed quia hic Parhelius altero debilior fuisse dicitur, ejus cauda parum luminis habuit. Quod autem Parhelii ad Solis latera, ut & Paraselenæ ad utramque Lunæ partem caudis sint ornatæ, liquet ex observationibus Hevelii, in quibus omnes videntur caudis instructæ ut & ex mea. Tandem etiam causam maximi splendoris Parhelii, (sicuti hic dicitur quod *amborum medius nitor æmulabatur solarem*) facile percipimus, si cogitemus, unumquemque cylindrum secundum totam longitudinem suam splendere: cum contrà rotundæ guttæ in Corona, vel in Iride rotundæ tantum quid lucis emittant, ita ut unus ex minimis cylindris fortè plus luminis, quam decem rotundæ guttæ, exhibeat. Quod si igitur magna cylindrulorum copia in aëre suspensa sit, nihil mirum est luculentas Solis imagines existere: sed jam hæc quæ dicta sunt demonstremus refractio-

ctionibus, quas in trajectu cylindrorum istorum patiuntur radii Solares, accuratè expensis; ac primo quidem ostendemus hos Parhelios simul cum caudis in magno albo circulo necessario conspici.

§. 16. Sit ABCD, unus ex his cylindris in aëre ad perpendiculum erectis, in cujus aqueam superficiem Solis radius EF incidat, qui in F refractus tendet intra cylindrum, ut in FG; in G verò, ubi rursus superficiei aqueæ occurrit, iterum refractus extra cylindrum egredietur, puta secundum GH, ajo hunc radium GH, necessariò cum horizontis plano facturum angulum æqualem illi, quem radii Solis EF, cum eodem plano faciunt, hoc est, angulum æqualem altitudini Solis. Ducto enim plano axi cylindri parallelo, ADCB, quod transeat per puncta F, G, patet hoc planum æqualibus utrimque occurrere angulis superficiei cylindricæ, secundum lineas AB, DC, sibi mutuo parallelas. Cum ergo in hoc plano sit radius FG, intra dictas parallelas AB, DC, contentus, necesse est & hunc in punctis F, & G, cylindricæ superficiei æquali inclinatione occurrere, ac facere ad dictas parallelas angulos æquales, GFC, FGA: Undè porrò manifestius est, quam ut demonstrationem exigat, radii GF refractionem GH eodem angulo deorsum ferri debere, quo ejusdem refractio FE sursum fertur, hoc est, angulos æquales fore, quos dictæ refractiones efficiunt cum cylindri lateribus. Est autem radii GF refractio secundum FE, cum ipsius EF, refractio ponatur esse FG, ex nota refractionum proprietate. Æquales itaque erunt anguli EFD, BGH. Quod si vero & plana intelliguntur duci, alterum per rectam DC, & radium EF, alterum per AB & radium GH, perspicuum est, & hæc utraque æqualibus angulis inclinata fore ad planum ABCD, in quo

Vide Fig. VII.

radius GF: Quorum quidem angulorum mensura sunt anguli KCB, LBC, quos nimirum efficiunt intersectiones dictorum planorum cum plano basis cylindri. Unde itaque & dicti anguli KCB, LBC, æquales erunt. Quandoquidem autem angulos EFD, BGH, æquales esse apparuit, liquet hinc etiam æqualibus angulis ad planum horizontis inclinatos esse radium EF a Sole venientem, & GH, qui post geminas refractiones è cylindro egreditur. Quare lux Solis per diaphanos cylindros ita transmissa, non poterit ad spectatoris oculum pervenire, nisi ab iis cylindris, a quibus recta ad oculum ducta angulum cum horizontis plano efficit æqualem illi, qui est Solis altitudinis, hoc est, nisi ab iisdem, qui etiam circulo albo materiam præbent: adeoque Parhelia bina ex tali refractione generata, non possunt nisi in dicto circulo magno conspici.

§. 17. Ut nunc examinemus quo loco, quaque a Sole distantia conspici debeant, considerandus est Solis radius, qui per cylindrum transiens cylindrulum niveum qui in medio est aquei stringit: posito enim in Figura superiori radium FG dictum niveum cylindrulum tangere; & idcirco etiam rectam CB, quæ in plano baseos subjacet ipsi FG; si ergo in eodem plano baseos rectam ONM ducamus, per centrum baseos cylindruli N parallelam KC, quæ subjacet radio a Sole venienti EF; qui ONM occurrat in M rectæ BL, quæ subjacet radio GH; erit BMN angulus, quem faciunt plana duo verticalia, quorum alterum per Solem, alterum per Parhelium, utraque vero per oculum spectatoris transire intelliguntur. Quamobrem etiam pars circuli albi CN, inter Solem & unum ex lateralibus Parheliis totidem gradus sui circuli continebit, quot dictus angulus BMN. Hic autem angulus, vel distantia

Vide Fig. VII.

Vide Fig. V.

Pa-

Parhelii lateralis a Sole eò eſt major, quo craſſior eſt cylindrulus niveus pro ratione aquei. Rurſuſque poſita certa proportione illius ad hanc, major fit eadem diſtantia, quo magis alte Sol ſuprà horizontem ſcandit, ſicuti ex ſequentibus duabus tribuſve tabellis videre eſt, quæ quo pacto conſtructæ ſint ad finem horum dicetur, ne nimis prolixæ demonſtrationi nunc immoremur.

Altit. Solis Gr.	*Angulus verticalium per Solem & Parhelium lateralem, cum cylindrus aqueus ad glaciatum ſecundum diametrum, ut* 1000 *ad* 473. Gr.	'
0.	22.	0
5. 0	22.	10
10. 0	22.	38
15. 0	23.	28
20. 0	24.	42
25. 0	26.	26
30. 0	28.	48
35. 0	31.	58
40. 0	36.	18
45. 0	42.	18
50. 0	51.	0
55. 0	64.	48
60. 0	92.	34

Altit. Solis Gr.	*Idem angulus cum cylindrorum aquei ad glaciatum diametri ut* 1000 *ad* 480. Gr.	'
0	22.	30
5	22.	38
10	23.	8
15	24.	0
20	25.	16
25	27.	4
30	29.	26
35	32.	42
40	37.	10
45	43.	14
50	52.	26
55	66.	54
60	98.	24

Grad. Alt. Solis.	*Idem angulus cum cylindrorum aquei ad glaciatum diametri ut* 1000 *ad* 680. Gr.	'
0	45.	
5	45.	26'
10	46.	44
15	49.	4
20	52.	46
25	58.	24
30	67.	42
35	94.	22

Ulterius Parhelium videri nequit in hoc cylindro.

Si ponatur proportio 1000 *ad* 714, *tum in alt. Solis* 25 *gr. fiet idem angulus* 88. 48; *quo major nequit eſſe in hac Solis altitudine. hoc ad duo Parhelia Heveliana.*

§. 18. Ex his autem tabellis patet, quod ſi varii cylindruli ſat magna copia ſupra ſe invicem poſiti ſint, quorum hi minus, illi magis liquefacti ſint, præter duos Parhelios ad Solis latera, duos vel plures ulterius, ſed

 ta-

tamen in circulo albo conspici posse: quod etiam confirmant observationes Hevelii Anni 1661. 20. Februarii, & Scheineri Anni 1630. de quibus mox plura. Liquet itidem ex iisdem tabellis, cylindris in eodem manentibus situ, Sole vero altius supra Horizontem ascendente, distantiam duorum Parheliorum, qui inde producti fuerunt, a Sole, & a se invicem majorem fieri; vel contrà minorem Sole descendente; quod etiam revera observavi, sicuti in narratione illius observationis referam. Sed major insuper mutatio distantiæ horum Parheliorum accidere potest; si cylindruli ulterius liquefiant: qua ex re quidpiam notatu admodum dignum accidit priscis temporibus; refert enim *Jul. Obsequens*, *Augusti Cæsaris ætate*, *M. Lepido*, *& Munatio Planco* Coss. *tres Soles visos*, *eosque fuisse mox in unum orbem contractos*; quod quidem nunquam aliàs observatum legi; sed quomodo evenerit facilè intelligimus, cum nihil aliud ad hoc requiratur, quam calor qui priorem aëris temperiem vincens cylindrorum nucleos totos liquefaciat; hoc enim brevi tempore perficere potest, eoque Parhelia utraque magis magisque in Solis viciniam attrahere, donec tandem totis cylindrulis resolutis, atque in rotundas aquæ guttulas abeuntibus, nullus præter verum Solem superfit. Atque hoc cum tam aptè per hypothesin nostram explicetur, non puto quemquam in dubium vocaturum quin verborum *Obsequentis* is verus sensus sit, quem secuti sumus; licet in alium quoque vertere ea tentarit Gassendus, quasi existentibus prius Parheliis, circulus deinde extiterit, cujus ambitu illi tenerentur: neque enim hi recte sic dicti fuissent tres in orbem unum contracti, sed duo potius, neque etiam insolitum adeò spectaculum fuisset. Accedit, quod & triumviratus imaginem

tali

tali prodigio significari voluere, sicut patet ex sequenti *Dionis Cassii* loco, cum altero *Obsequentis* collato, sic enim *Dio* lib. XLV. *Solis lumen aliquando diminui exstinguique, aliquando rursus triplici orbe effulgere visum* (ita enim intelligendum quod ait τότε ἢ ἐν τρισὶ κύκλοις φαντάζεσθαι.) *Quorum unum corona spicea ignita circumdabat. Quo quæ eventura erant prænunciabatur.* Caudarum longitudinem summam quæ his Parheliis lateralibus adhærent accuratè etiam definire possemus, sed cum quo longius a Parheliis recedunt, eò magis extenuetur eorum fulgor, neque verus terminus proinde observatione facile comprehendatur, sufficiat scire, eas usque ad quadrantem circiter circuli albi, initium a vero Sole sumendo, revera excurrere; & paulò quoque ulterius, prout major fuerit Solis altitudo. Cum tamen adeò debilis sæpe eorum lux esse soleat, ut tantum pro parte dicti circuli ab observatoribus accipiantur.

§. 19. De Coronis autem, quæ cum Parheliis hisce lateralibus semper ferè apparent, hoc loco nunc est videndum. Licet enim Coronæ absque Parheliis quidem conspiciuntur, nunquam tamen Parhelia absque Corona per ea transeunte nisi aliquando tam debilis sit, ut vix animadverti queat. Quod itaque cum fortuito non accidat, a certa quadam causa producitur. Verisimile est quando cylindruli in aëre producuntur, eodem etiam tempore sphærulas semigelatas reperiri quæ materiam Coronis suppeditant; sed haud facilè concipere possumus qua de causa ad talem præcise proportionem liquefactæ sint, ut Coronam per ipsos duos Parhelios extendant. Primo enim, licet supponamus rotunda grana & oblonga ad eandem proportionem secundum diametrum liquefacta esse, Parhelia nihilominus extrà Coronam,

ronam, cadent uti ex ſuperioribus Abacis colligi poteſt; Nam cum proportio diametri totius cylindri, ad illam interioris nuclei, eſt ut 1000. ad 473. diſtantia Parhelii ad varias Solis altitudines erit 22, 28, 36, 51. & plurium graduum circuli majoris albi, cum Corona ſemper ſit 44. grad. quando rotundæ guttæ ad illam proportionem liquefactæ ſunt. Deinde & hoc reputandum, quod intrà 3, 4ve horas per quas Parhelia apparent, eadem, aſcenſu, & deſcenſu Solis ſupra horizontem longius a ſe invicem recedant, vel propius accedant, ſicuti paulo ante annotatum fuit; quamobrem etiam Corona major minorve fieri deberet, cum ſemper per Parhelios tranſeat; cujus rei tamen in granis rotundis nulla cauſa inveniri poteſt.

§. 20. At verò præter rotunda grana, etiam cylindros illos, quos incerto poſitu per aërem fluitare ſuperius dixi, Coronis producendis aptos eſſe certum eſt: hi enim intrà oculum & Solem in omni poſitionum genere fluitantes, propter nucleos interiores nivales, Solis radios non tranſmittunt, niſi extrà certum angulum a Sole diſtent; qui angulus determinatur a cylindrulis in quorum latera Solis radii perpendiculariter incidunt; alii enim in quorum latera iidem radii obliquè vibrantur, longius adhuc a Sole remoti eſſe debent, ut radios ad oculos noſtros tranſmittere poſſint; ſicuti ex propoſitis ſuprà tabellis liquet, ſi quod in illis eſt altitudo ſolis ſumitur pro ejuſdem altitudine ſuprà planum baſeos horum cylindrorum. Ita ut hi cylindri non aliter ac grana rotunda Coronam efficere valeant, quæ ad latus verſus Solem terminetur, & colore gaudeat rubro; & credibile eſt Coronas quæ eodem tempore cum Parheliis apparent, ab his produci cauſis.

Primò. Quia hoc modo sola cylindrulorum generatio necessaria est. Secundo quia sæpè cum Parheliis Coronæ vividioribus coloribus insignitæ conspiciuntur, quam quando nulli sunt Parhelii; qui vividiores colores commodius multo a cylindrulis producuntur, quia longe majori luce splendent per totam longitudinem transmissa Solis imagine, quam rotundæ guttulæ, quæ in uno tantum quasi puncto eam exhibent; sed ut ad propositum redeamus, nulla est causa, quare hæc Corona a cylindris producta per Parhelios potius transeat, quam illa quæ granis rotundis originem suam debet; eademque difficultas quæ a mutatione distantiæ Parheliorum oritur hic æque obtinet ac illic. Quocirca nullam causam habemus affirmandi, Coronam ab his incerto ordine dispositis cylindrulis productam eam esse, quæ per Parhelios transit. Quod verò Romanum attinet phænomenum, haud dubito quin interior Corona DEF, a talibus cylindrulis fuerit generata; ita ut hæc phænomeni pars haud levem difficultatem continere videatur.

Vide Fig. V. ut & Fig. V Tab. IV.

§. 21. Verum tamen & hanc facilè superari apparebit, si penitius figuram istorum cylindrulorum inspiciamus. Latera eorum hactenus tantum consideravimus, nunc verò & extremas utrinque partes quales sint videamus. Nam si planis basibus terminari credamus, id quidem naturæ haudquaquam consentaneum fuerit; sed quia necessario superius & inferius non aliter ac ad latera liquefacti sunt, & undiquaque ad eandem quantitatem, certissimè aqua ad utrasque extremitates quantum potuit rotundam affectabit figuram; unde nucleus interior etiam ab utraque parte in hemisphærium, vel semiellipsin efformatur: ita ut figura totius cylindri cum nucleo debeat esse qualis hic conspici potest majori typo.

Vide Fig. 8.

po. Unde fiet ut non tantum cylindri qui juxta Solem jacent & Parhelios producunt radios transmittant ad oculos nostros, sed etiam ex perpendicularibus illi qui proximè extrà certum angulum suprà, infrà, & ad latera Solis animadvertuntur, quique idcirco etiam Coronam circa Solem producant. Per primos nempè superiores transit radius ut hic DCBA, qui nucleum tangit in H, & similiter per proximum inferiorum radius EFGA, qui nucleum tangit in K. Quia verò figura convexitatis in BCL, & MGF, non accuratè cognita est, frustrà horum radiorum refractionem definire conaremur, & multò minus illorum, qui versus latera in hæc incidunt convexa; attamen cum vitreum cylindrum ad hanc formam confici curassem, qui nempe medietatem ejus, qui Fig. 8. depictus est, referret, atque intus, quod sufficit, cylindri opaci HK medietatem intra aquam suspendissem, qui undique æqualiter a vitri superficie distaret, reipsa cognovi, ad Solis radios factitium hunc cylindrum erectum opponendo, atque in omnem partem circumducendo, ea lege eum Solis radios transmittere ut æquales ferè sint anguli BAN, GAN; omnesque alii quibus radii transmissi, opacumque cylindrum stringentes inclinantur ad axem AN, qui ab oculo ad Solem extenditur.

§. 22. Quod cum eodem prorsus modo in cylindrulis accidat, Corona inde præterpropter rotunda producetur. Ita ut iidem erecti cylindruli, qui magno circulo albo, ut & Parheliis a latere fulgentibus materiam præbent, Coronas itidem per Parhelios transeuntes, producant: si ergo consideremus, cylindrulorum figuram necessario talem esse qualem diximus, & simul radios per binas illorum extremitates transeuntes, circuitus coloratos producturos, haud dubitabimus, quin hi

hi circuitus sint ipsæ Coronæ, secus enim irregulares & minimè rotundi inde orirentur. Etiamsi autem oculus perfectæ rotunditatis defectum vix animadvertere queat, accidere tamen potest, ut Coronæ Diameter major sit ab una, quam ab altera parte; sicuti in una ex sequentibus observationibus ita factum reperitur. Quando enim in observatione A. 1630. Romæ facta, duo circuli Soli proximi, dicuntur se mutuò superius & inferius intersecasse, & Parhelia in ambobus exterioribus arcubus fulsisse, in hac, inquam, omninò verisimile est, loco duorum circulorum se invicem intersecantium, concipiendum primo oblongum aliquantulum circulum, in quo duo erant Parhelia, producta scilicet a perpendiculariter erectis cylindrulis; & deinde alterum rotundiorem oblongum hunc superius & inferius tangentem; qui ex confusè jacentibus cylindris, vel rotundis granis originem suam ducebat. Figura enim quam hi duo efficiunt circuli, ita affinis est, illi binorum se mutuo intersecantium, ut vix distingui possit; & præterea vero admodum videtur consentaneum unum eundemque ambitum duo Parhelia continuisse.

Vide Fig. 9.

§. 23. Circulus autem per Parhelia transiens languidus sæpenumerò & evanidus apparet versus superiora & inferiora; sed maxime lucidus ubi proximè Parhelia attingit, uti in multis Hevelii observationibus accurate annotatum fuit; cujus phænomeni causa etiam in supra dicto cylindro vitreo detegitur: radii enim per superius vel inferius ejus convexum transeuntes parvulam solummodo & rotundam Solis imaginem, non aliter ac grana rotunda, exhibent; sed qui transeunt ubi cylindrica superficies paulatim versus convexitatem vergit, hi non secus ac illi qui Parhelia producunt vegetius & magis oblongum lumen ejaculantur. Quod

idcirco a Parhelii loco aliquousque versus superiora & inferiora Coronam lucidiorem & magis coloratam efficit.

§. 24. Explicatis hoc modo causis duarum Coronarum, quæ in phænomeno Romano fuerunt observatæ, progrediemur causas investigando binorum Parheliorum qui in parte circuli albi postica visi sint, quos etiam dico originem suam ad perpendiculares cylindros referre, per easdem scilicet refractiones radiorum Solarium, quæ in Iride observantur: & animadvertendum est interiorem cylindrulum opacum nihil ad hos Parhelios producendos conferre, sed contrà aliquando impedire quominus videantur, sicuti posteà demonstrabitur: sciendum est tamen interiorem cylindrum nivalem plane necessariam esse, utrumcunque ponatur exteriorem partem sive ex aqua sive ex glacie pellucida constare; cylindrus enim aqueus illico in rotundam converteretur guttam; ex pellucida vero glacie integri constare nequeunt, quia haud facilè cogitari potest illos omninò diaphanos fore, nisi primum plane fuissent liquefacti.

§. 25. Priusquam verò de cylindrorum refractione agamus utile erit, qualis ea sit in rotunda gutta intelligere, simul cum causa Iridis, quam Cartesius primus invenit. Sit ergo ABC, aquæ gutta, & DA, Solis radius in illam incidens, qui ab A versus B refringatur, & a B rursus versus C reflectatur, ita ut AB, & BC sint æquales; in C vero iterum refringatur, & tendat ad oculum E; ductis porrò CH, & EF, parallelis Solis radio DA, & angulo FEG facto æquali CEF, patet ex tabulis Cartesii angulum HCE variæ magnitudinis fore, prout radius DA, ponitur diversimode in superficiem guttæ ABC, incidere; nunquam tamen majorem

Vide Fig. 10.

fore

fore gr. 41. 30. Quare nec anguli CEF, & FEG, gr. 41. 30. superabunt. Unde fit ut nulla gutta extrà Conum CEG refractos solis radios ad oculum E mittat, sed illæ tantum quæ sunt intrà conum, ita tamen ut quæ proximæ sunt superficiei Conicæ CEG plurimos radios ad oculum deferant; quo ipso confinium inter guttas lucidas & obscuras extra conum eò apparet evidentius, efficitque ut rotundus appareat circulus, qui integer videretur nisi terræ superficies obstaret; quo fit, ut summum dimidius circulus, ubi Sol horizonti proximus est, conspici queat. Hæc vera Iridis est causa, quam unusquisque experientiæ convenire animadvertet, si sphæram vitream aqua repletam tali positione ad oculum Solemque exponat, ac hæc sphærula ABC posita est. Quod si concipiamus circulum hunc ABC, esse sectionem horizonti parallelam erecti cylindri, quorum maxima multitudo proximè ad horizontem supponenda est, & radium Solis horizontalis iisdem cum refractionibus per illum transire, ac radius DABCE per rotundam guttam, ita ut efficiat angulum HCE, vel CEF summum gr. 41. 30. sequitur similiter nullum cylindrum extra angulum CEG, refractum Solis radium ad oculum E transmissurum; & illos qui proximi sunt superficiei superiori plurimos jaculaturos radios: idcirco particula veluti Iridis in cylindris versus C, & itidem versus G conspicietur, & arcus horizontis qui inter illas intercedit tot erit graduum, quot angulus CEG, hoc est, 83. grad. & hinc fiunt duo Parhelia, quæ multò lucidiora sunt partibus Iridis, quia a cylindris producuntur, qui majorem splendorem, quam rotundæ guttæ transmittunt, sicuti sæpius antea dictum fuit. Et hæc quidem Sole in ipso horizonte existente.

§. 26. Sed quando suprà illum elevatus est, dico

duos Parhelios necessario fore conspicuos in eodem albo circulo, in quo priores apparere ostendimus. Quod ut fiat manifestum, sit cylindrus, ABDC, perpendiculari situ in aëre suspensus, inque eum cadat Solis radius EF, qui ad F refractus occurrat intrinsecus superficiei cylindricæ in G, unde reflexus eidem superficiei occurrat in H, atque hic iterum refractus tendat extrà cylindrum secundum rectam HK; dico radios EF, HK, æqualibus angulis ad planum horizontis inclinatos esse.

Vide Fig. 11.

§. 27. Sciendum enim primò est, radium FG, reflexum in GH, ita ferri propter leges reflexionis ad angulos æquales quæ fit intus in superficie cylindri, ut ductis per FG, GH, planis axi cylindri parallelis, eorum intersectiones cum superficie cylindri faciant rectangula æquali altitudine latitudineque PAQC, ABDQ; atque radii FG, GH, lateribus horum rectangulorum occurrunt æquali angulorum inclinatione. Hæc enim facilè demonstrari possent, sed attentè consideranti per se satis clara sunt. Cum itaque planè eodem modo, eademque inclinatione superficiei cylindricæ intrinsecus occurrant radii GH, GF, nisi quod hic sursum, ille verò deorsum feratur, manifestum est, & refractos in FE, HK, ita tendere debere, ut pares angulos cum cylindri lateribus, PC, BD, constituant: est autem radii GF refractio secundum FE, siquidem ipsius EF refractio ponatur esse FG, ex propietate nempè refractionum in Dioptricis ostensa; æquales igitur esse debebunt anguli PFE, DHK. Jam verò prætereà si in plano baseos cylindri DQC, qui ad horizontis planum usque extensus sit, intelligatur recta CL subjacere directe radio FE; atque itidem DM radiò HK, constat & angulos QCL, QDM, æquales fore. Ex æqualitate au-

Vide Fig. 11.

autem angulorum PFE, DHK, intelligitur etiam ad horizontis planum æqualiter inclinatos fore radios EF, HK; quamobrem lux Solis iſtis flexibus per cylindros aqueos in aëre pendentes tranſmiſſa non poterit ad oculum ſpectatoris pervenire, niſi ab illis cylindris, unde recta ad oculum ducta angulum ſuper horizontis plano fecerit altitudini Solis æqualem; hoc eſt, niſi ab illis qui & circulo albo, de quo ſuprà, materiam præbent. Atque ita liquet Parhelia bina hoc modo genita non niſi dicto circulo inſerta ſpectari poſſe.

§. 28. Ratio autem quare hi Parhelii certis in locis circuli albi conſpiciuntur, ſimilis planè eſt illi, quam ſuprà de Iride attulimus; ſi enim in præcedenti ſchemate, in plano baſeos cylindri rectam ducamus DN, itemque MO, parallelas LC, quæ dicta eſt radio EF ſubjacere, invenimus angulum MDN, ſive DMO, certam determinatam magnitudinem excedere non poſſe, quæ magnitudo anguli maximi diverſa eſt pro varia Solis altitudine: ex. gr. quando Sol ad 25 grad. elevatus eſt, angulus ad ſummum eſt gr. 33. 18. Cum vero multo plures radii in cylindrum incidentes ad hunc maximum angulum concurrant, quam ad minores, ſicuti in gutta Iridem efficiente dictum fuit; efficit hæc radiorum multitudo, ut Parhelii ad illum angulum ab utraque parte lineæ MO, videantur; ſi ergo angulum OMR, æqualem ſumimus OMD, in eodem plano baſeos cylindri, diſtantia duorum Parheliorum æqualis erit totali angulo DMR, plana enim verticalia ſuper rectis MD, MR, erecta per utrumque tranſeunt Parhelium; ita ut arcus horizontalis circuli, atque etiam arcus circuli albi horizonti paralleli iis planis intercepti, tot exacte ſit graduum, quot angulus DMR continet; dimidia ergo pars hujus anguli, hoc eſt, dimidia pars diſtantiæ ho-

rum binorum Parheliorum in albo circulo ſecundum varias Solis altitudines in ſequenti tabella exhibetur. Cujus conſtruendi ratio, quia prolixior eſt, ad finem hujus, uti & ſuperius traditarum relegatur.

Altit. Solis Gr.	*Ang. verticalium per Solem & Parhelium transzenith.* Gr.	/
0	41.	30.
5	41.	8.
10	40.	14.
15	38.	36.
20	36.	16.
25	33.	18.
30	29.	36.
35	25.	16.
40	20.	12.
45	14.	40.
50	8.	44.
55	3.	6.
58	0.	32.

§. 29. Ubi verò ſecundum hanc tabellam binorum Parheliorum poſticorum phænomeni Romani diſtantiam examino, fuit illa circiter 60 grad. Nam cum poli altitudo ſit Romæ gr. 42 : 2′ fuit 20 Martii hora 3 pomeridiana, Solis altitudo circiter 30 graduum, quæ altitudo in hâc tabella nobis exhibet dimidiam diſtantiam 29. grad. 36. min. in Scheineri quidem ſchemate, prout in Gaſſendi libello exprimitur, Parheliorum diſtantia 90 grad. excedit: ſed diſtantiæ hujus menſura nec obſervata, nec annotata fuit: idcirco majorem diſtantiam, quam revera fuit, delineatam eſſe affirmare auſim; diſtantia enim duorum punctorum, quæ in cœlo apparent, eò major videtur quo horizonti ſunt propiora; ſicuti ſæpiſſimè ſtellæ plauſtri borei quando ad horizon-

rizontem accedunt, duplo magis a se invicem distare videbuntur quam quando puncto verticali sunt propinquæ. Nec dissimili ratione illis qui hæc duo Parhelia aspiciebant distantia inter ea majorem visa est habere proportionem ad arcum qui per verticem transiens amplitudinem circuli albi L M N K referebat, quam revera habebat. Quod in distantia Parheliorum K & N, non accidit, quia circuli D E, magnitudo nota erat, circiter 45 graduum. In quibusdam autem sequentium observationum hanc visus fallaciam in distantia duorum talium Parheliorum clarius advertemus, ut & alibi. Qua eadem de causa quoque Solis discus ferè duplo major ad horizontem apparet, quam ubi est elevatior, simulque Iris videtur pars maximi circuli, cum tamen ad dimidiam circuli maximi amplitudinem non accedat.

Vide Fig. 5.

§. 30. Ut verò & causam ejus erroris paucis indicemus, hinc eum manare sciendum est, quod Solem vel aliud quodcunque in cœlo corpus horizonti propinquum remotius ab oculo nostro esse existimemus, quam quando idem vertici appropinquat; quia scilicet res in aëre sublimes cum multum ab horizonte absunt, non magis a nobis distare imaginamur, quam nubes quæ supra verticem nostrum volitant; cum contrà inter nos & illa quæ horizonti sunt proxima magnum intercedere terræ spatium soleamus advertere, ad cujus extremum cœli convexum inchoari apparet; quod idcirco simul cum iis quæ in eo conspiciuntur assueti sumus concipere a nobis multo remotius. Jam verò quando duo corpora æqualis magnitudinis, eodem visionis angulo comprehenduntur, illud quod remotius existimamus semper majus judicamus. Quæ vera causa est hujus, quam diximus, deceptionis.

§. 31. Ad

§. 31. Ad Parhelia verò ut revertamur, haud prætereundum quod in hac observatione alba dicantur apparuisse, cum contrà colorata esse debuissent, quia eidem causæ & refractioni cui Iris, originem suam debent, & in cylindro nostro vitreo aqua repleto colorata videntur. Illud autem eadem ratione evenisse credendum, qua & Coronæ aliquando albæ apparent, quando sunt debiliores lumine; quod etiam accidit Parheliis quæ a Solis latere fulgent; ut ex accurata observatione Sam. Kechelii inferius inserenda, videre est; in quà Parhelium c, quod altero minus lucidum erat, dicitur è flavo candidum fuisse, qui color convenit cum argenteo, qui in nostris hisce Parheliis observatus fuit; nempè flavus, atque albicans color quem cylindri suprà dictis refractionibus ejaculantur, cum rubro longè sit splendidior, fieri necesse est, cum rarior Parheliis materia suppetit, ut prius hic quam ille videri desinat; atque ita lux sine colorum tinctura in Parheliis supersit. Quod autem & colorati aliquando hi postici Parhelii conspiciantur, comprobat observatio Anglica, petita ex historia Matth. Paris cum cæteris inferius cernenda, ubi narrantur præter Solem verum, apparuisse in circulo magno crystallini coloris quatuor Soles adulterini rubei coloris, ex quibus duos fuisse posticos, figura manifestum facit, etsi forte vitio alioqui non carens.

Vide Fig. 20.

Vide Fig. 21.

§. 32. Ex hac cylindrorum raritate fortasse etiam contingit ut in pluribus observationibus hi Parhelii omnino visi non fuerint, cum tamen apparuerit circulus albus; sicuti in phænomeno Romano Anni 1630. & in illo Hevelii Anni 1661. 20. Februarii, ut & in aliis in quibus Parhelii propter nimis languidum lumen animadversi non sunt. Potest tamen alia hujus rei causa afferri; si scilicet in postica circuli albi parte, cylindri opa-

opaci in aqueorum medio nimis crassi fuerint, & idcirco radiis hæc Parhelia producturis per cylindros transitum non concesserint. Reperio enim, Sole ad 25. gr. elevato, si diameter cylindri opaci ad totalem aqueum majorem rationem habuerit, quam 590, ad 1000, nulla Parhelia postica conspicua fore. In phænomeno ergo Romano, anni 1630. ubi Sol adhuc altior, scilicet 28 grad. fuit; si soli cylindri, qui Parhelia O & P producunt versus posticas circuli albi partes fuissent, alii verò cylindri, quibus Parhelia lateralia M & N originem debent, eò usque se non extenderent; nequaquam Parhelii in postica circuli albi parte apparere potuissent; cum in his cylindris, proportio cylindruli opaci ad totalem fuerit circiter, ut 624 ad 1000; similiter in observatione Hevelii, ubi 6 apparuerunt Parhelia, Solis altitudine gr. 25. si cylindri qui Parhelia E & D, non verò illi, qui lateralia B & C constituunt, posticam circuli partem occupassent, multum abfuisset, ut Parhelia postica apparere potuissent. Diameter enim nucleorum in illis cylindris fuit circiter partium 714, qualium Diameter cylindri aquei circumambientis 1000.

Vide Fig. 16.

Vide Fig. 12.

§. 33. Jam igitur partes omnes phænomeni prioris, quod Romæ observatum fuit, explicuimus; omnium in eo Parheliorum, nec non & circulorum causis ad cylindros semigelatos relatis, partim quidem erecto situ pendentes, partim verò inordinatè volitantes; quæ causæ exactè adeò phænomenis consentientes, sibique invicem connexæ, non parum ubique sese mutuò confirmant; adeo ut veras esse, haudquaquam ambigi possevideatur.

§. 34. Circulorum ergo, atque Parheliorum, quæ in Phænomeno Romano Anni 1629. apparuerunt, causas ad erectos vel inordinate volitantes cylindros retulimus, & nihil prætereà in ulla hujus Phænomeni parte

reperitur, quod non exactè hypothesi nostræ quadret. Quod verò Parhelia postica ad sphæricam magis figuram, quam duo lateralia accesserint, accidit; quia, etiamsi nonnulli ex cylindris arcus L M circuli albi, illi nempè qui non longè distant ab L & M radios quidem refractos ad oculum mittunt, longe tamen pauciores sunt quam qui ab his qui in L & M progrediuntur. Quam ob rem hæc Parhelia, sicuti lateralia, caudis lucidis in longum non extenduntur; prætereà refractiones, quæ in posterioribus fiunt cylindris, æquabiliorem ordinem servant, quia radiorum cursus cylindri opaci objectu non terminatur, sed leges tantum a politissima cylindri aquei superficie accipit: cylindri enim opaci non sunt accurate æquales in omnibus cylindris juxta se invicem pendentibus, ex quo ambitus lacunosi nec permanentes Parheliorum lateralium oriuntur; caudæ porrò Parhelii N reciprocatio facta est, quia nunc plures, nunc pauciores cylindri eo ferebantur; qua ratione etiam intelligitur quare Corona D E F, nunc integra a parte inferiori, nunc aperta fuerit; & quare Parhelium K lucidius factum fuerit, N jam ad defectum vergente.

Vide Fig. 5.

§. 35. Inspiciamus porrò & Hevelianam observationem 20. Februarii, Anni 1661. in qua plures Soles, pluresque circuli, & in utrisque aliqui diverso a præcedentibus situ notantur: quorum causa, cum nec in erecto situ pendentibus, nec in confusè volitantibus cylindris inveniatur, (cylindrus enim noster vitreus undique circumlatus, nihil, præterquam quod, in suprà dicto Romano phænomeno exstiterit, prodit) aliud quid prætereà in aëre acciderit necesse est; quod tamen ostendam nihil aliud fuisse quam certam positionem cylindrorum, quam nondum consideravimus: sed primò Phænomenon ipsius Hevelii verbis, similique figura repræsentemus.

Septem

Septem Soles Gedani Observati.

Anno Christiano 1661, die Solis, 20 Febr. St. n. hor. ferè undecimâ, Sole circa meridiem constituto, ac Cœlo undique sudo, septem simul Soles, partim albicantes, partim diversicolores, quibusdam caudis longissimis à Sole aversis, subinde reciprocantibus, quibusdam albicantibus crucibus, in diversis circulis, clarissimè apparuerunt; & quidem hâc omninò facie, atque ordine. 1. Solem genuinum A, *25. gr. circ. altum, circulus penè integer 45. gr., variis coloribus, purpureo videlicet, rubicundo & flavo, instar iridis insignitus,* GBIC *circumdabat, cujus limbus inferior vix gr. 2. 36 ab horiz. elevabatur. 2. Ab utroque latere, ad* B *&* C, *occasum ortumque versùs, duo Pseudo-Soles variegati, inprimis Solem versùs, longissimis spissisque caudis, sed albicantibus, & in mucronem terminantibus, videbantur. 3. Alius circulus* YXHVZ *longè major, 90. gr. propemodùm quoad diametrum, Solem & priorem circulum minorem* GBIC *ambiebat, ad ipsum horizontem sese exporrigens. A superiore parte, coloribus admodum erat conspicuus, ad latera verò aliquantò tristior, & tenuior. 4. In summitate utriusque dicti circuli duo arcus inversi, itidem diversicolores elegantissimi & lucidissimi, ex puncto Zenith tanquam centro, ad* G *&* H *descripti conspiciebantur: illius inferioris arcus* QGR, *diameter 90. gr. erat; alterius verò superioris & minoris* THS *45. gr. In medio inferioris arcus ad* G, *ubi cum circulo* BGC *concurrebat, alius pseudo-Sol emicuit, sed colore, & lumine obtusiori, ac debiliori. 5. Ingens circulus prioribus multo amplior, unicolor, albicans, horizonti parallelus, sive à finitore undique 25. gr. ferè æquidistans* BEFDC, *magnitudine 130. gr. quoad diametrum, ex ipsis pseudo-Solibus collateralibus* B, C *ortum quasi trahens, deprehensus est. In quo insuper tres parelii, colore omninò argenteo, seu albe-*

Hevelius in appendice Mercurii in Sole visi pag. 174. Rarissima observatio Parheliorum.

Vide Fig. 12.

Magnitudo circulorum & arcuum.

 scente

Quot gradibus albescentes pseudo-Soles à genuino distiterint.

scente affulgebant: in D *ad Orientem gr.* 90. *propemodum à Sole genuino remotus, eorum unus, in occidente ad* E *alter, tertius verò* F *in septentrione, planè in veri Solis oppositione extabat; omnes similis coloris & splendoris. Per pseudo-Soles autem* D *&* E, *orientalem & occidentalem, aliæ sectiones cujusdam circuli maximi, per Polum Eclipticæ* K, *ad ipsum horizontem usque* P *&* N, *atque per circulum horizonti parallelum ad angulos obliquos, per Eclipticam verò ad angulos rectos incidentes, crucesque albicantes ibidem distinctè referentes, conspeximus. Adeò ut septem Soles simul clarè admodùm observarentur; imò, si citiùs hocce phænomenum ex edito loco advertissem, non dubito quin duos præterea Parhelios ad* H *&* I, *atque sic numero novem deprehendissem: aderant enim ibidem ejusmodi vestigia, unde id haud malè colligi poterat.*

Duæ cruces Colore argenteæ.

Quandiu phænomenum hocce sese spectandum præbuerit.

Duravit autem insigne & jucundissimum hocce phænomenum ab hor. fere 10. 30′. *ad hor.* 11. 51′. *Verùm non eadem facie toto durationis tempore continenter affulgebat, sed paullatim aliam atque aliam induebat formam. Initiò, circa undecimam, dictâ quidem specie notabatur, postmodum autem pedetentim degenerabat. Primo pseudo-Sol* F *Septentrionalis, cum portione sui circuli evanuit; reliqui Parhelii cum suis arcubus integri ad hor.* 11. 10′. *perseverabant. Deinde, Pseudo-Sol orientalis; postea occidentalis, cum utrâque cruce extinguebantur. Rursùs, paullò post bini Parhelii collaterales* D *&* C *immutabantur, modò alter altero erat lumine clarior, & colore distinctior, modò obtusior & obscurior. Hor. namque* 11. 18′. *Parhelius occidentalis* B *valde erat conspicuus, evanescente contrà orientali* C. *Rursùs hor.* 11. 24′. *Orientalis perquàm clarus extitit; sic ut hor.* 11. 40′. *distinctè adhuc cerneretur, occidentali interim penitùs disparente; ut ut hic perpetuo orientali longiorem ferè caudam præ se tulisset. Sæpiùs*

Quomodo degeneraverit.

piùs enim mucronem 30, gr. nonnunquam 90, gr. ad ipsum pseudo-Solem E *exporrigebat, at orientalis* C *caudam suam vix supra 20. gr. extendebat. Hor. 11. 30', circulus maximus verticalis* YXHVZ *dissipatus est. Inversi verò arcus* H *&* G, *simul cum duobus illis Parheliis* B *&* C *ad finem usque subsistebant.*

Caudarum longitudo.

Ipsam delineationem, quod attinet, melioris intellectûs gratiâ, ita spectandam exhibuimus, adinstar Fixarum in globo artificiali extantium; acsi extra sphæram consisteremus: eâ enim ratione longè distinctiùs, & clariùs adumbrantur omnia. Interea tamen locus observationis fuit sub puncto Zenith circiter, intra circulum horiz. parallelum: hincque genuinus Sol nobis in Meridie, alter pseudo-Sol F *in Septentrione, & reliqui* E *&* D *ad latera conspiciebantur. Quod si autem aliquantò clariùs hocce rarissimum phænomenum Tibi ob oculos poni desideras; describe ex Sole* A *(in globo nempe artificiali) in 2. gr. Piscium tunc constituto, & quidem ad nostram Elevationem Poli Dantiscanam, radio* $22\frac{1}{2}$ *gr. primùm circulum* GBIC; *deinde, radio 45. gr. circulum* YXHVZ; *3. Circulum* NEKDP, *per duos albescentes pseudo-Soles, à Sole 90. gr. distantes, transientem radio 90. gr. 4. Ex puncto Zenith radio* $22\frac{1}{2}$. *gr. rursùs arcum* THS. *5. Ex eodem Centro radio 90. gr. arcum* QGR. *Denique Circulum* BEFDC *horizonti parallelum radio 65. gr. Re sic peractâ, luculentissimè patebit, omnium circulorum pulcherrima harmonia atque Symmetria; sic ut inde eò faciliùs caussas naturales omnium Parheliorum, & Paraselenarum penetrandi, annuente Deo, dabitur occasio.*

Quâ ratione hos Parhelios Autor delineaverit.

Genuinus modus exprimendi Parhelios.

§. 36. In hoc phænomeno, non secus ac in Romano, apparent, circulus magnus coloris albi, Parhelia lateralia B, C, & Corona BGCI, quæ omnia originem suam cylindrulis in situ perpendiculari positis debent, uti suprà ostendimus; ut & Parhelia E & D, cum arcubus

Vide Fig. 12.

HE, PD, per ea transſeuntibus, ob rationes §. 21. & 22. allatas, qui arcus partes ſunt circuli ex Sole, A, quo & reliqui duo deſcripti. Ex illis autem, quæ §. 23. & 34. dicta ſunt, perſpicuum eſt, quare hic circulus verſus ſuperiora interruptus apparuerit. Quî autem fieri potuerit ut Parhelia poſtica non apparerent, §. 32. explicuimus. Diſtantia porrò inter Solem A, & Parhelia E, & D, intrà grad. 88. 48'. fuiſſe debuit. Nam cum Sol ad altitudinem 25. grad. pervenit, lateralia Parhelia Coronæ ulterius conſpici non poſſunt; quando autem ad hanc extremam pervenerunt diſtantiam, debiles admodum & languidi videri debent, reſpectu duorum aliorum B, & C. Quare & albi tantum in hoc phænomeno apparuerunt, ut & arcus EH, DP, ſecundum ea quæ habentur §. 31. Circulus EHY, vel a granis rotundis, vel a confusè volitantibus cylindris productus eſt; qua de re ſuprà §. 20. vel tandem etiam ab alia cauſa, de qua poſteà §. 41.

Vide Fig. 12.

§. 37. Sed præcipuè hic nobis inquirenda eſt cauſa arcuum THS, QGR, & Parheliorum G, & H, in illis apparentium: Nam de Parhelio F, Soli vero è diametro oppoſito nondum hoc loco inquiremus, ſed poſtremo omnium. Diximus ſuprà halitus infernè ſurſum tendentes, venti inſtar, cylindros ſuſtinere, qui ventus ad cylindrorum productionem, & eorumdem ſitum perpendicularem multum confert. Jam verò præter hunc cylindrorum ſitum adhuc alium invenio, quem plurimi affectare debent, ut ſcilicet ſuis lateribus telluris plano paralleli hæreant. Hoc enim revera ita ſe habere experimenta quædam edocent. Nam ſi cylindruli efformentur, qui vel per aquam, vel per aërem leniori motu deorſum ferantur; ferme ſemper tranſverſo ſitu decident, quando ſcilicet, eò pervenerunt, ut celeritas

eorum

eorum amplius non augeatur. Quod si aqua, vel aër, per quem decidunt hi cylindri, eadem sursum tenderet velocitate, qua illi deorsum feruntur, exactè referrent cylindros semiaqueos, qui ab aëre sustinentur; ita ut nulla dubitandi sit ratio, quin multi cylindri huic sese situi accommodent; immò ex suprà dictis experimentis inferendum esset, illos ferè omnes transverso, & vix paucos perpendiculari hæsuros situ; sed perpendendum est, nos ea quæ natura in ætherea regione perficit perfectè imitari non posse: perpendicularem enim cylindrorum situm abundè testantur ea quæ tam clarè ab his produci demonstravimus.

§. 38. Dico igitur arcus inversos atque coloratos, ut hic QGR, & THS conspici a cylindris, quorum axes omnes, non quidem inter se, sed terræ tamen plano paralleli sunt. Quod ut intelligatur, ponamus maximum numerum cylindrorum promiscue inter se jacentium, quorum axes versus qualemcunque horizontis plagam, veluti Eurum, Notum, Euro-notum, Africum, & quæcunque inter ea puncta diriguntur. Dein consideremus, ad hos arcus efficiendos, non aliter ac ad lateralia Parhelia producenda, Solis radios geminata refractione per cylindros transire. Sole ergo ex. gr. versus Austrum posito, arcuum partes, quæ sunt juxta Solem, ut hic H & G, formantur in cylindris, quorum axes ad orientem, & occidentem vergunt; hoc est, in iis, in quorum latera Solis radii perpendiculariter incidunt; notum quippe ex præcedentibus ex omnibus cylindris, nullos, quam quorum axes hoc modo positi sunt, propiores Soli, Solares radios ad oculum transmissuros; quod ut faciant illi, quorum axes aliter sunt dispositi, superioribus remotiores a Sole ut sint, requiri, cum Sol suprà planum baseos illorum elevatus sit; sicuti patet ex tabella quam

Vide Fig. 12.

§. 17.

§. 17. exhibuimus; atque ita porrò in singularum positionum cylindris fieri necesse est, ut quo magis ab orientali & occidentali positione distent, eò remotiores arcuum partes, (si nempè a medio incipiamus) efficiant. Horum verò arcuum figuram curiosè investigans, hoc invenio discrimen; ubi nempè Sol horizonti incumbit, inversi arcus qui circulos alterum 45. gr. alterum vero 90. gr. tangunt similes sunt arcubus figuræ VI. Tab. IV. minor autem duorum cornuum figuram exhibet, & color ruber Soli semper est obversus. Eadem autem figura exhibet etiam arcus, Sole ad 10, 20, 30, 40, gr. supra Horizontem elevato. Ex quibus patet arcus, in medio quidem, circuli portioni similes esse, sed versus extrema in contrariam inflecti partem; verum cum cylindri qui medium arcum producunt, directius, uti diximus, a Sole illustrantur, remotiores vero obliquius, non mirum est, plerumque mediam tantum horum arcuum partem utpote lucidiorem apparere.

Vide Fig. 12.

§. 39. Parhelia autem quæ exacte in horum arcuum medio conspiciuntur, ut hic in G, nihil aliud sunt, quam in prædictis arcubus pars omnium lucidissima; idcirco hæc Parhelia nunquam omnino distincta, vel suprà partes arcuum vicinas valde lucida apparent; sicuti Hevelius in omnibus id genus imaginibus quas observavit nempè duo Parhelia, cum una Paraselene, annotavit obscuriores, obtusiores, & luce debiliori fuisse. Notat quoque in H, dubium fuisse Parhelium; causa autem quare pars media a reliquo arcu nonnihil distincta appareat, vel hæc esse potest; nempè, quod in aëre magna copia inveniatur jacentium quidem sed breviorum cylindrorum, qui idcircò parum vel nihil cylindricæ superficiei retinent, sed instar oblongæ sphæroidis

roidis efformati ſunt; præterea videmus Hevelianis obſervationibus plane conſentire, quod quo Sol, vel Luna, ut & Corona magis ſuprà horizontem elevata ſunt, eò arcus inverſi planiores videantur. Nam in ejus obſervatione Paraſelenarum, in qua Luna 26. vel 27. grad. ſuprà horizontem elevabatur, arcus primæ Coronæ fuit pars circuli admodum magni; ſicuti etiam in Phænomeno 7. Solium; ſed in illo 6. Aprilis & 17. Decembris A. 1660. in quo Solis vel Lunæ altitudo 12. vel 13. gr. tantum fuit, hi arcus longe minorum circulorum partes fuerunt. Verum quidem eſt, ſuperiora horum arcuum in Heveliana obſervatione minora repræſentari, quam calculus noſter requirit; ſed hoc fit, quia arcus tam altè ſuprà horizontem conſpicui neceſſario viſum decipiunt, ita ut partes longe minoris circuli, quam revera ſunt, eſſe videantur. Ex iis enim quæ §. 29. diximus, liquet eundem circulum vertici noſtro imminentem dimidia tantum magnitudine apparere, quam qua ad horizontem videretur: quod ſimiliter in arcuum partibus locum habet.

§. 40. Arcus autem, qui ſecundum hypotheſin noſtram inferiori interioris Coronæ parti adhærere deberent, in duabus Hevelii obſervationibus, altera 30. Martii A. 1660. altera verò 7. Solium, obſervari potuiſſent, immò quodammodo, certe in ultima, apparuerunt; dicit enim, *Parhelii veſtigium in* I viſum fuiſſe; ſed defectu materiæ, quæ raro ſeſe eòuſque extendit, debilis tantum fuit ſplendor.

§. 41. Porrò figuras arcuum prædictas inveniendi ratio eſt hujuſmodi; in ſphæra aliqua A B C, deſcribatur polo B, circulus maximus A D C, qui horizontem referat; deinde verticalis per Solem tranſiens B D, poſito nempè Solem eſſe in E, ita ut arcus D E, ſit tot par- Vide Fig. 13.

 tium,

tium, quot erat in observatione altitudo Solis; si igitur arcum inversum qui minorem Coronam tangit invenire velimus, sumantur arcus E F, E G, inverticali B E D, 22. grad. erunt puncta F & G, superiores & inferiores Coronæ partes, & simul puncta media inversorum arcuum, quos quærimus. Ut reliqua porro inveniamus puncta, quæ quæri debent in cylindris vario situ dispositis; consideremus multos jacentes cylindros, quorum baseos planum sit parallelum alicui verticali circulo, ut M B, cui circulus ducatur parallelus per Solem H E K. Si in memoriam nobis revocemus, ea quæ suprà demonstravimus, de cylindrulis perpendiculari situ pendentibus; & si circulum M B, horizontem esse nobis fingamus, in cujus centro N spectator collocatus sit, & parallelum H E K concipiamus esse circulum album per Solem transeuntem; erit arcus H M, Solis altitudo supra horizontem M B, ut & altitudo Solis, suprà planum baseos horum cylindrorum, de quibus hic agitur, eorum enim bases parallelas circulo M B, supposuimus. Quibus ita sese habentibus, constat in circulo H E K, puncta tantum K, & L, esse sumenda, ubi Parhelia lateralia in cylindris conspici deberent; quod ex tabula §. 17. exhibita, non arduum est: sit enim Ex. gr. arcus H M qui hic fingitur Solis esse altitudo supra cylindrorum bases, 30. grad. tabula ostendit arcus E K, E L, singulos grad. 28, 48′ esse: quibus binis punctis K, & L, ita cognitis, novimus simul duo quæsita puncta, alterum in arcu inverso inferiori, alterum verò in superiori: & eodem ritu tot hujusmodi puncta inveniri possunt, ut tandem arcuum flexus manifesti fiant: & eadem prorsus observanda sunt, ad inveniendos arcus inversos qui majorem tangunt circulum: priusquam autem ab hujus phænomeni consideratione digrediamur, no-

notetur causam circuli ZHY etiam ab his jacentibus cylindris esse potuisse, quam supra §. 36. ad cylindrulos confuse volitantes, vel grana rotunda semiliquata retulimus: nempè sicuti §. 21; quomodo cylindri ad perpendiculum erecti Coronam producere valeant, ostendimus, sic idem hi jacentes efficient, cum eorum extremitates veluti in semisphæras, vel semiellipses desinant: imo verisimile est rem hic ita accidisse, cum videamus circulum Z H Y, ab utraque parte ex Parhelio H, progredi, idemque & in aliis Parheliis fieri animadversuri simus; hoc enim significare videtur, eosdem jacentes cylindros, & hos circulos & arcus inversos producere.

Vide Fig. 12.

§. 42. Quibus intellectis, nihil admodum quod remorari nos possit in Scheineri altera observatione anni 1630. reperiemus, in quo 6. Soles effulsere, quodque cum cæteris infrà exhibebimus. Animadvertendum tantum Parhelia O, & P in intersectionibus Coronæ majoris, & circuli albi apparuisse, eò quod erecti cylindri materia hujus Coronæ fuerint, secundum superius ostensa §. 21. verum tamen cum & Parhelius superior R in eadem Corona notetur, potuit superior Coronæ pars, ex jacentibus quoque cylindris constitui, ut modo dictum. Trans Parhelium Q verò, arcum inversum non esse notatum, causa fortasse fuerit, quod parum utrimque extensus fuerit, ideoque a Corona ZQβ, non satis recedere visus: nam in ista Solis altitudine grad. 28½, valdè parum sursum curvatur arcus hic, quippe quem jam in altitudine Solis 27. grad. admodum planum fieri vidimus; de duplici denique circulo interiori, qui hic cernitur, causam attulimus § 22.

Vide Fig. 16

§. 43. Porro autem & alia tria phænomena Heveliana, nempè quæ 30. Martii & 6. Aprilis & 17. Decembris observavit, causas manifestas habent ex antè dictis; nisi

Vide Fig. 17. 18. 19.

nisi quod in postremo horum crux albicans visa est, è trabibus binis, transversa rectaque, in ipso Lunæ disco sese intersecantibus. Hujus verò causa in ipsis illis cylindris erectis transversisque, qui ad Paraselenas, circulosque efficiendos in aëre pependere, sponte sese offert; primo namque trabs transversa nihil aliud fuit, quam pars circuli magni albi, qui & per Solem transire solet, de quo §. 13. qui quo minus semper una cum Parheliis, aut Paraselenis lateralibus appareat, vel raritate materiæ fit, hoc est, cylindrulorum erectorum, vel ipsorum luminum Solis, aut Lunæ fulgore vehementiore, sicut jam suprà monui §. 14.

§. 44. Trabs autem altera, quæ horizonti perpendiculariter insistebat, producta fuit a reflexione radiorum Lunarium a jacentibus cylindrulis, qui etiam arcus inversos hic effecerunt, sicuti anteà diximus. Cum verò horum cylindrorum latera & axes terræ plano, non autem sibi invicem sint paralleli, sequitur necessariò, Sole tam parum elevato, ut hic fuit, (fuit enim tantum 12. grad.) magnam multitudinem eorum, qui ab horizonte usque ad certam supra Solem distantiam conspiciuntur, punctum quod lumen ad oculum reflectit habere in perpendiculari hac trabe; quæ proximè ad Solem utrinque arctissima erit, & perfectius terminata quam alibi, & pars inferior inter Solem scilicet, & horizontem perfectior, quam illa quæ aliquantum suprà Solem conspicitur, ubi necessario dilatatur & evanescit. Quæ omnia in hoc phænomeno ita sese habuisse figura indicare videtur. Hoc unum deest, nempè quod ex dicta cylindrorum reflexione hæc trabs erecta, non tam concinnè terminari potuerit ac figura exigere videtur; quia in multis jacentium cylindrorum punctum quod lumen reflectit etiam extra hanc trabem conspici-

tur,

tur, sed in longe paucioribus quam in ipsa trabe. Figura autem superiori prorsus simili demonstrari potest, hanc trabem lumine illustrem fore. Cum enim, sicuti suprà dictum fuit, ADC, sit horizon, E, Sol, cujus altitudo, hoc est, arcus verticalis circuli ED, 12. sit grad. & aliquis verticalis circulus BM, qui supponitur parallelus basibus certæ portionis jacentium cylindrorum, & circulus HEK, parallelus ipsi BM, circulus HEK erit ille in quo spectator in N, collocatus, tantum lumen dictæ cylindrorum portionis animadvertere potest; pariter etiam quælibet portio cylindrorum aliter directa circulum suum lucidum habet, qui per Solem E, ad horizontem usque se extendit; sicut autem hic circulus KEH, partibus Soli E vicinis, propè ad Solis verticalem accedit, idem etiam facit aliorum magna quantitas, quod efficit ut lucida veluti columna ad verticalem BD, in qua Sol conspicitur, appareat. Quanto autem humilior Sol erit, tantò lucidior & magis conspicua erit columna, tunc enim intrà angustius spatium plures ex dictis lucidis circulis coguntur, & simul major multitudo cylindrorum inter nos, ac Solem interjicitur, quam quando Sol altè suprà horizontem sublatus est.

Vide Fig. 13.

§. 45. Ad eandem causam referri posset meteori genus a *Christophoro Rothmanno* observatum *Cassellis* 2. Januarii Anni 1586. quod ita describit. *Apparebat primò antequam Sol oriretur in aurora, (erat enim cœlum circa horizontem clarum) columna erecta ad amussim in circulo verticali, latitudine ubique tanta, quanta apparebat diameter Solis, incendium alicujus pagi ultrà montes dixisses, si vidisses. Erat enim prorsus specie ignea tanquam flamma, nisi quod ubique ejusdem esset spissitudinis; paulò post oriebatur in illa columna idolum Solis, non aliter atque si esset Sol verus. Vix digitus de hoc idolo adhuc sub* ho-

Vide descriptionem ejus de Cometa anni 1585.

horizonte latebat, cum in eadem columna oriretur Sol verus, quem eodem modo subsequebatur aliud idolum, permanebatque columna hæc cum tribus suis continuè se contingentibus Solibus, ut ita dicam, semper erecta in circulo verticali, ut quadrans ostendebat; erantque Soles hi ejusdem formæ, nisi quod intermedius & verus reliquos fulgore antecelleret, durabantque cum ea columna ad quadrantem ferè horæ, donec nubes nigra a vertice superveniens eos obtegeret.

Huic autem phænomeno jacentium cylindrorum reflexio causam præbuit; nisi potius propter Solis imagines, existimandum sit magnam hic cylindrulorum ad perpendiculum erectorum copiam exstitisse, quorum extremitatibus planæ adhæserunt stellulæ, quales *Cartesius* deciduas observavit. Hi enim etiamsi seorsim per aërem volitantes (sic enim illos suppono) ab aura sursum tendente suspensi ut plurimum erectam positionem servare debent, qua & geniti sunt, nec tamen adeò accuratè quin sæpe pauxillo ab illa declinent. Hæ ergo lamellæ stellatæ totidem parva specula plana sunt, a quibus radii Solares ad angulos æquales reflectuntur, ita ut pars columnæ superior simul cum Parhelio in illa fulgente, reflexione ab inferioribus basibus cylindrorum visa sit, inferius verò Parhelium cum parte columnæ inferiore, reflexione a basibus superioribus. Dixi autem illos non ita accurate in situ perpendiculari permanere, quin nonnulli paululum, gradu puta uno; vel altero, inclinent; si enim erecti manerent, & bases planæ ac horizonti parallelæ essent, nulla radiorum solarium reflexio a basibus oculum versus fieret.

Reliqua desunt.

Ta-

Tabellarum, quarum mentio fit §. 17. & §. 28. constructio his fundamentis nititur.

Sit cylindrus semigelatus, cujus axis BXN *ad horizontem perpendiculariter erectus, & cujus interior circumferentia sit glaciati nuclei, exterior circumfusæ aquæ, illiusque diameter, ad diametrum totius cylindri habeat rationem datam. In hunc cylindrum incidat radius Solis* EF, *qui in* FG *refractus tangat interiorem nucleum, & ex puncto* F *erigatur recta* DC *in superficie cylindri; per quam planum ducatur* IDCP, *quod tangat cylindrum in recta* DC *& huic perpendiculare aliud intelligatur planum ductum per* FE *quodque in plano* IDCP *communem sectionem faciat* IFQ. *Erit ergo in eodem hoc plano radius refractus* FG, *& triangula* EFI, GFQ, *positis scilicet* FE, FG *æqualibus, &* EI, GQ *normalibus in planum* IDCQ. *Hinc rectæ* QC *&* ID *tangent bases cylindri in punctis* C, D, *& ducta recta* GC *tanget in plano* ADCG *interiorem nucleum. Ducatur denique planum per* FE, FD, *quod faciat in plano basium cylindri rectas* CK, DE, *ducaturque recta* MNO *per centrum baseos parallela* CK; CK *autem producatur donec axi occurrat in* R, *& ex* R *per* G *ducatur recta* RGL, *erit ex dictis §. 16. angulus* GMN *sive* LRT, *angulus, quo laterales Parhelii a Sole distant. Est autem angulus* EFS, *ducta recta* XFS *normali in planum* IDCQ, *sive* IEF *angulus incidentiæ radii* EF, *& angulus* XFG *sive* FGQ *angulus refractionis, adeoque* IF *ad* FQ, *sive* DF *ad* FC *erit ratio refractionis. Angulus autem* FED, *cum* DE *sit in plano Horizontali, est angulus elevationis Solis supra Horizontem, ideoque cognitus.*

Vide Fig. 14.

Radius ergo EF = FG, *sit* a.

FD *sinus anguli altitudinis Solis supra Horizontem sit* b.

Sinus anguli NCG, *qui datur ex ratione semiaxis cylindri totius ad semiaxem nuclei sit*, d.

Ratio refractionis radii ex aere in aquam transeuntis sit, ut e *ad* f.

Cum ergo DF *sit* b, *&* DF *ad* FC *ut* e *ad* f *erit* FC $\frac{fb}{e}$, *& hinc* GC $\sqrt{aa-\frac{ff}{ee}bb}$. *Sed ut radius* a *ad sinum anguli* NCG d, *ita* GC *ad* CQ, *propter angulos* NCG, CGQ *æquales & angulum* GQC *rectum. Erit itaque* CQ $\frac{d}{a}\sqrt{aa-\frac{ffbb}{ee}}$. *Cumque propter similia triangula* DFI, CFQ, CQ *ad* DI *sit, ut* CF *ad* FD, *sive ut* f *ad* e *erit* DI, $\frac{de}{af}\sqrt{aa-\frac{ffbb}{ee}}$. *est autem porro, ut* DE, $\sqrt{aa-bb}$ *ad* DI, *ita radius* a *ad sinum anguli* DEI *sive* CKP, $\frac{de\sqrt{aa-\frac{ffbb}{ee}}}{f\sqrt{aa-bb}}$. *Datur ergo angulus* CKP, *qui æqualis est angulo* NCR, *a quo igitur si dematur angulus* NCG *restabit angulus* RCG, *cujus duplus est quæsitus angulus* LRT *æqualis* NMG.

Hinc autem manifestum est, sinum anguli CKP *ad sinum anguli* NCG *fore, ut* $e\sqrt{aa-\frac{ffbb}{ee}}$ *ad* $f\sqrt{aa-bb}$, *sive in ratione composita ex* GC *ad* DE *sive* GC *ad* KC *& ex ratione refractionis* e *ad* f. *quæ itaque ratio sinuum* CKP *ad* NCG *alia & alia erit pro varia Solis altitudine.*

Postica Parhelia quod spectat, cum ea oriantur, ex iis quæ §. 25. *&* §. 28. *dicta sunt, iisdem de causis quibus Iris, eadem quoque ratione eorum distantia determinabitur, qua Iridis diameter; hoc solo discrimine, quod pro refractionis ratione ea sumenda sit, quæ ad datam Solis altitudinem proxime inventa fuit.*

Vide Fig. 15.

Si ergo ponatur radius Solis DA, *qui incidens in sphæram*

ram ABC, *refringatur in* AB, *dein reflexus in* BC, *& iterum refractus in* C *pergat versus oculum in* E *faciens cum recta* CH *parallela radio* DA, *angulum* HCE *omnium maximum, quem radii Solis ita per Sphæram transeuntes ad oculum cum* HC *facere possunt, non arduum erit ex iis, quæ de Iride demonstrata sunt, deducere, angulum* HCE *duplum fore anguli* BGI. *Est enim propter lineas* AB, BC *æquales & æquales angulos* GCB, GAB, *angulus* ECQ *æqualis* GAP, *&* ECM *æqualis* BAP. *Est autem* MCH *æqualis* ARB *& ideo* ECH *æqualis ang.* ARB - *ang.* BAR, *hoc est, angulo* ABC - 2 *ang.* BAR. *Erit ergo angulus* ECH *duplus ang.* ABG - BAR *sive anguli* ABG - BSG *hoc est, duplus anguli* BGI, *qui idcirco erit quoque maximus. Quod si porro quæratur radius* DA *qui faciat maximum angulum* BGI, *docebit calculus; fore* AL *sinum arcus* AN, $\frac{a}{n}\frac{\sqrt{4nn\ m2}}{\sqrt{3}}$ *& idcirco* GK, $\frac{a}{m}\frac{\sqrt{4nn\ m2}}{\sqrt{3}}$ *si nimirum radius circuli* AG *vocetur* a, *& ratio refractionis, quæ hic obtinet, ponatur, ut* m *ad* n.

Vide Fig. 15.

Quod ut exemplo illustretur, sit altitudo Solis 25 *gr. ratio refractionis* e *ad* f *sit, ut* 250 *ad* 187. *erit*

Vide Fig. 14.

Logarithmus sinus 25 *gr.*	9.62594
Logarith. $\frac{e}{f}$	0.12610
Logarith. $\frac{f}{e}b$	9.49984
Hujus sinus compl. $\sqrt{aa - \frac{ff}{ee}bb}$ *Logarith.*	9.97713
Logarith. sinus compl. 25 *gr.* $\sqrt{aa\ bb}$	9.95727
Logarith. $\frac{\sqrt{aa - \frac{ff}{ee}bb}}{\sqrt{aa - bb}}$	0.01986
Logarith. $\frac{e}{f}$	12610

Logarith. $\frac{\frac{e}{f}\sqrt{aa-\frac{ff}{ee}bb}}{\sqrt{aa-bb}}$ 0. 14596, *qui est Logarithmus refractionis in data Solis altitudine.*

Si ergo ponatur ratio cylindri glaciati ad aqueum ut 1000. *ad* 473. *erit angulus* NCG *gr.* 28. 14′ *ejusque sinus Logarithm.* 9. 67492

Hinc Logarith. sinus anguli CKP *sive* NCR 9. 82088. *qui est Log. sinus anguli gr.* 41. 27′, *a quo si dematur angulus* NCG *gr.* 28. 14′ *restat angulus* GCR *gr.* 13. 13′, *cujus duplus est quæsitus angulus* NMG *sive* MRT, *gr.* 26. 26′. *distantia Parhelii lateralis a Sole. Si vero ex data refractionis ratione, radius* CG *post refractionem fiat ipsa tangens* CP, *ut scilicet* CK *in* CP *cadat, erit ille radius* CG *extremus ex illis, qui refractione extra cylindrum prodire possunt. Unde sequitur, si*

a Logarithmo anguli recti 10. 00000

tollatur Logarithm. rationis refractionis inventæ 0. 14596

residuum 9. 85404 *fore*

Logarithmum sinus anguli NCG, *qui idcirco est gr.* 45. 36′, *certe minor gr.* 45. 37. *cujus complementum ad rectum est angulus* GCQ, *idem hoc in casu cum* GCR, *gr.* 44. 24′. *cujus ergo duplus* MRT = GMN *gr.* 88. 48′. *est distantia Parhelii lateralis a Sole maxima, in hac scilicet altitudine* 25. *gr. Ex eo autem, quod angulus* NCG *est gr.* 45. 36′. *sequitur qualium partium radius totius cylindri est* 1000, *talium partium sinum anguli* NCG *sive radium nuclei gelati fore* 714, *certe minorem* 715.

Ut nunc porro media distantia posticorum Parheliorum in-

inveniatur erit in hac altitudine gr. 25. *Logarithm. refractionis* $\frac{m}{n}$. 0. 14596

Logarithm. radii a. 10. 00000

Logarith. $\frac{am}{n}$. 10. 14596

Logarith. numeri 2. 0. 30103 Vide Fig. 15.

Logarithm. $\frac{am}{2n}$. 9. 84493

Sinus compl. hujus arcus $\sqrt{aa - \frac{aam2}{4nn}}$ *sive*

$\frac{a}{2n}\sqrt{4nn - m2}$, *Logarith.* 9. 85398

Logarithm. $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 0. 06247

Logarithm. $\frac{a}{n}\frac{\sqrt{4nn-m2}}{\sqrt{3}}$ 9. 91645

qui est Logarithm. sinus arcus AN *gr.* 55. 35′.

Logarithm. $\frac{m}{n}$ 0. 14596

Logarithm. $\frac{a}{m}\frac{\sqrt{4nn-m2}}{\sqrt{3}}$ 9. 77049

Logarith. GK *sinus arcus gr.* 36. 7′. *Hujus ergo duplus gr.* 72. 14′, *erit æqualis arcui* AN+BI

& hinc subductus arcus AN, *gr.* 55. 35

restabit arcus BI 16. 39

& hujus duplus 33. 18 *æqualis erit angulo* HCE *qui dimidiam Parheliorum posticorum distantiam metitur.*

Ex quibus manifestum est, cum sinus anguli gr. 36. 7′. *paulo minor sit quam partium* 590, *qualium radius cylindri est* 1000, *radium* DA *gr.* 55, 35′, *non posse nucleum, si ejus semidiameter sit major* 590 *partibus, aut tangere aut prætercurrere, adeoque in hac radiorum proportione, ad datam altitudinem Solis gr.* 25, *nullos fore posticos Parhelios.*

NARRATIO

Observationis Halonis sive Coronæ circa Solem factæ Parisiis, in Bibliotheca Regia, 12. Maji A. 1667. hora 9. matutina, simul cum Dissertatione de causa, & origine horum Meteororum, & Parheliorum.

Diameter hujus Coronæ sive Halonis, quæ quam accuratissime observata fuit, inventa est 44. graduum, & latitudo Limbi ejus ½ gradus præterpropter. Partes superiores & inferiores exhibebant admodum vividum colorem rubrum & flavum, quibus tamen præsertim in superiori parte aliquantulum purpurei erat immixtum; Ruber color erat in interiori parte Coronæ. Reliquæ partes subalbidæ tantum & parum lucidæ apparebant. Spatium intrà coronam comprehensum paululum tenebricosius erat, præcipuè versus partes magis coloratas, eo, quod undique Coronam cingebat. Apparebat prætereà pars quædam majoris circuli qui superiorem Coronæ partem tangebat, & cujus extrema versus inferiora vergebant, sicuti fig. I. id nobis exponit. Quæ pars circuli iisdem, quibus Corona, coloribus sed dilutioribus splendebat. Altitudo Solis initio observationis erat circiter graduum 47. Albicantes nubeculæ per aërem sparsæ, colorem cæruleum cæli nonnihil infuscabant, & Solem qui lucebat, ac si Eclipsin pateretur, obscurabant. Asperum erat pro anni tempestate cælum, & ferebatur superiore nocte gelavisse. Hæc Corona eadem planè specie, & colorum splendore sese exhibuit, ab hora 9 matutina, qua observationis initium fa-

factum fuit, usque ad horam circiter sesqui-decimam; deinde verò magis magisque debilitata est usque ad horam 2. pomeridianam qua cessavit; ita tamen ut paulum plus luminis recuperaverit aliquanto prius, antequam dispareret.

Hujus Phænomeni observatio D. Hugenium impulit, ut societati Regiæ, quæ illic loci congregatur proponeret illa, quæ antè aliquot annos meditatus erat, de causa non tantum harum Coronarum, sed etiam Parheliorum, qui ad hoc usque tempus, a multis ut prodigia, & signa futurorum mirabilium eventuum habiti sunt. Quod coronas attinet, dicit illas produci a parvis granis rotundis factis ex glacie, cujus partes exteriores sint pellucidæ, interiores vero (instar nivis tenuissimæ) opacæ, ita ut glacies pellucida opacam eodem modo convolvat, ac cerasum nucleus; quod videri potest fig. 2. ubi A A, nobis hujus grani figuram exhibet & B nucleum, sive partem opacam. Figura autem vero grano multo major facta est, ut res facilius intelligi queat. Retulit prætereà observationes eorum qui grandinem hoc modo efformatam viderunt; inter quas fuit illa, quam *Cartesius*, in tractatu *de Meteoris* proponit; & explicuit porro quomodo quædam horum granorum per aërem inter nos & solem volitantium, cum minus remota sunt ab axe qui a sole ad oculum nostrum progreditur, quam ad certum angulum, impediant necessariò quo-minus radii in illa incidentes usque ad oculum perveniant, quia opacus ille nucleus post quodlibet granum efficit spatium figuræ Conicæ MNO, in fig. 2. intra quod quando oculus spectatoris collocatus est, solem per illud granum videre nequit, quem videbit alibi positus, ut in P.

Ut autem distinctius perciperetur effectus horum granorum

norum in aëre suspensorum fig. 3. Tab. IV. delineavit, in qua B, est locus oculi: BA, est axis qui ab oculo ad solem pertingit: C, M, F, sunt glaciei grana cum nucleo, qui illa dimidia sui parte opaca facit. Inter quæ cum granum C, sit in axe BA, & lineæ CK, LH, sint radii solis axi quam proximi, quibus Nuclei opacitas transitum non impedit, certissimum est, non tantum granum C nullum radium Solis versus B transmissurum; sed etiam, si superficiem concipimus coni, cujus vertex sit in oculo, & ejus latera BD, BE, parallela radiis CK, LH, omnia grana MM, quæ intra hanc superficiem continentur nullum similiter transmissura radium versus oculum, qui necessario intra conum granorum umbrosum continetur; sed illa grana quæ sunt ultra illam superficiem, sicut FF, nonnullis radiis transitum concedent versus oculum, utpote qui positus est extrà granorum illorum umbrosum conum.

Unde sequitur angulum hujusce Coni DBE, illum esse qui coronæ diametrum constituit, qui pendet a proportione quam nucleus grani habet ad partem ejus pellucidam; si enim diameter coronæ est graduum 44. qualis in plerisque coronis observatur, crassities grani opaci erit ad crassitiem pellucidi, ut 40. ad 19. quam tamen proportionem non semper censet eandem, imo hujus varietatem efficere, ut nonnunquam plures videantur Coronæ circa se invicem positæ, quæ omnes Solem in centro habeant.

Addidit intellectu facile esse, quare Halones sive Coronæ figura semper gaudeant rotunda, sive Sol minus sive magis supra horizontem esset elevatus; nec etiam difficilius esse causam afferre colorum, quæ hic eadem est ac in vitreis Prismatibus triangularibus, sicuti liquet ex lineis tangentibus AC, ductis ad granum A, ad puncta

cta per quæ radius Solis DA, intrat, & egreditur. Patere etiam, cur color rubeus sit in interiori Coronæ circumferentia: & denique quare spatium quod comprehendit, præcipuè versus partes vividioribus coloribus tinctas, tenebricosius aëre coronam ambiente appareat; quia nempè ibi maxima est copia granorum, quæ, dum nullum Solis radium ad oculos transmittunt, aërem obscurant, sicuti faciunt aquæ guttæ cum pluit.

Errasse Cartesium, cum harum coronarum causas explicare voluit, eo quod nullas habuerit observationes, in quibus hæc ultima circumstantia accuratè relata fuerat. Dicit enim aërem intrà coronam ambiente magis luminosum esse, ad cujus rei explicationem quædam grana supponit omnino pellucida Lentium instar: quæ hypothesis nequaquam vera esse potest, cum ex hac contraria iis quæ observantur, deducat; præterquam quod non conveniat rotunditati Coronæ in omnibus Solis altitudinibus, quod facilè demonstrari posset.

Non moratus est in inquirendis causis horum granorum semiopacorum, quia brevi tractatum, in quo fusius hac de re aget, publici juris est facturus, in quo etiam exponere rationes conabitur, quare nucleus opacus, cum grano pellucido, quod illum circumdat, quasdam determinatas proportiones, potius quam alias, servat. Quod vero attinet arcum majoris circuli, qui tangebat superiora coronæ, quæ novissimè observata fuit 12 Maji, ut & quod colores ibi, sicut etiam versus inferiora vividiores erant, quam in aliis circuli partibus; dixit, hæc effecta non produci a granis, de quibus paulò antè locutus fuerat, sed ab alia causa, quæ etiam inservit productioni Parheliorum, & circulorum, qui illis ferè semper conjuncti sunt.

De quibus circulis & Parheliis dixit, præter grana ro-

rotunda ſemi-opaca, in aëre etiam parvos cylindros ejuſdem generis formari; quales ſe quoſdam obſervaſſe *Carteſius* in tractatu de *Meteoris* aſſeverat, non quidem quod nucleos opacos continerent; verum nihil obſtare quin eadem cauſa quæ in granis rotundis locum habet, illos quoque in cylindris efformet; ſuppoſitis itaque ejus figuræ, qualem fig. 4. Tab. IV. nobis ob oculos ponit, granis glaciei oblongis & ad extremitates rotundatis, & in quibus nucleus contineatur ejuſdem figuræ; ex diverſis horum diſpoſitionibus, omnia parheliorum, & eos comitantium circulorum phænomena, neceſſariò ſequentur.

Primò enim, ſi pars horum cylindrorum ad perpendiculum erecta ſit, quem ſitum habuiſſe cum producerentur veriſimile admodum videtur, neceſſe eſt ut in cœlo appareat magnus circulus albus, horizonti parallelus, per Solem tranſiens, & ejuſdem præterpropter cum illo aſtro latitudinis; ſicut apparuit in Phænomeno Romæ obſervato A. 1629. de quo Carteſius & Gaſſendus ſcripſerunt, & quod Fig. 5. Tab. IV. oculis ſubjicitur. Hic autem circulus L K N M, fit reflexione radiorum Solarium a ſuperficie horum cylindrulorum; cum facilè demonſtrari queat, nullos cylindros Solis radios ad oculos reflexuros, niſi qui ſuprà horizontem ad eundem cum Sole angulum elevati ſint; unde evidentiſſime ſequitur circulum appariturum album ubique ejuſdem cum Sole altitudinis, adeoque parallelum horizonti; quod ſi præterea conſideremus pelluciditatem horum cylindrulorum ad perpendiculum erectorum, eorumque nucleos opacos, facile patebit illos circuli albi cylindrulos, qui ad determinatum angulum a Sole ſunt remoti, radios tranſmittere ad oculos noſtros, ſicut de granis rotundis ſemi-opacis ſuprà dictum fuit.

Hi

Hi autem ſunt cylindruli qui ab utraque Solis parte Parhelium in magno circulo albo exhibent, ſicuti apparuit in obſervatione facta Romæ, ubi deſignantur litteris K & N; & in multis aliis. Hi Parhelii perſæpe caudas habent lucidas, quia cylindri, qui primos hos, qui parhelios efficiunt, ſequuntur & magis a Sole diſtant quibuſdam etiam radiis verſus oculum noſtrum tranſitum concedunt, ita ut hæ caudæ ad longitudinem 20 graduum, imò ad majorem accedere poſſint. Hi Parhelii variis ſemper coloribus ſunt inſigniti, quia originem ſuam, haud ſecus ac coronæ, refractioni debent.

Vide Fig. V. Tab. IV.

Prætereà duæ aliæ ſunt Solis imagines, productæ ab his cylindris perpendicularibus, quæ ita in magno circulo albo ſunt diſpoſitæ, ut ſpectator verum Solem aſpiciens, illas a tergo habeat; uti in ſchemate obſervationis Romanæ, videri poſſunt Parhelii deſignati litteris L & M. Hi fiunt a duabus refractionibus & una reflexione per hos cylindros, eodem prorſus ritu quo Iris per pluviæ guttas, ſicut Carteſius explicuit, ita ut nuclei opaci nihil conferant ad hos duos Soles producendos, imo ſi nimium ſunt craſſi impediunt potius quominus videantur.

Quo autem Sol magis vel minus altus eſt, eo hi duo Parhelii magis vel minus ad ſe invicem accedunt, cujus rei veras menſuras in tractatu de Parheliis exponet. Hi autem non aliter ac Iris variis diſtinguentur coloribus, quales nonnunquam apparuerunt, niſi quando debiliores ſunt, & albi videntur, ſicut coronæ, ubi minus vividis coloribus ſunt tinctæ.

Poſtremò iidem cylindri ad perpendiculum in aëre ſuſpenſi Coronam circa Solem conficere poſſunt, propter rotunditatem extremitatum; quæ efficit ut cum a Sole ad quendam angulum ab omni parte diſtent, inci-

piant radios ad spectatoris oculos transmittere. Hæ autem verisimiliter sunt coronæ, quæ ferme semper transire videntur per duos Parhelios, qui ad latera veri Solis apparent, sicuti Corona GKNI, in phænomeno Romano.

Alius etiam horum cylindrulorum est situs valde notabilis, illorum scilicet, qui ita sunt positi ut eorum axes plano horizontis sint quidem paralleli, diversas tamen cœli plagas sine ullo ordine respiciant instar acuum, quæ confuse in terram projectæ essent. Qualis situs horizontalis maximè convenit his cylindricis corporibus, suffultis halitibus a terra ascendentibus; sicuti experientia id ostendit in corporibus talis figuræ, quibus liberum per aërem descensum permittimus.

Ex his cylindris fiunt arcus, qui Coronarum superiores & inferiores tangunt partes, quales fuerunt in phænomeno Romæ observato A. 1630. quod a Scheinero describitur in epistola ad Gassendum, & similiter in omnibus aliis, quæ *Hevelius* retulit versus finem libelli, quem appellavit, *Mercurium in Sole*.

Arcus autem qui super Corona nuperrimè Parisiis observata apparuit, ejusdem fuit generis. Horum arcuum figura varia est, secundum varias Solis altitudines, & prout Coronarum Diametri majores minoresque sunt. Quando enim Sol horizonti est proximus, arcus hic superius Coronam 44. graduum tangens, duo veluti cornua exhibebit; qualia in Fig. 6. Tab. IV. sunt AB, AC; sed quando Sol altius, altiusque ascendit, hæc cornua magis magisque deprimuntur, & efficiunt arcus quales videre est eadem Fig. 6. ubi altitudo Solis adscripta est arcui quem efficit, cujus rei demonstrationes, ad tractatum de Parheliis, de quo supra locuti sumus, rejectæ sunt.

Cum

Cum verò partes ubi hi arcus Coronas attingunt, magis luminosæ & coloratæ sint cæteris, hinc fit ut existimemus illic Parhelios esse.

Ratio autem propter quam hi arcus plerumque Coronas attingunt est, quod iidem cylindri jacentes qui arcum efficiunt, etiam per eorum extrema rotunda & pellucida Coronas producunt, sicut de cylindris situ perpendiculari erectis dictum fuit. Corona autem postremò Parisiis visa, formata fuit a cylindris jacentibus. Quod eò etiam confirmatur, quod in superiori, & inferiori parte lucidior erat, quam in reliquis; quod necessariò accidit in Corona ab his cylindris ita positis producta; cum contrà illa, quæ a granis fit rotundis, ubique æquali lumine lucere debeat.

Prætereà in iisdem cylindris horizonti parallelis, invenimus causas crucis albæ, observatæ cum Paraselenis ab *Hevelio*, quam exponit in fine libelli *Mercurii in Sole*, quem suprà memoravimus. Pars enim illa crucis, quæ perpendiculariter alteri insistit, producitur a reflexione radiorum Lunæ a superficie horum cylindrorum, sicut altera pars horizonti parallela a reflexione cylindrorum ad perpendiculum erectorum, qui magnum circulum album, cujus est pars, efficiunt. Luna tamen haud multum supra horizontem elevata esse debet, ut cylindri jacentes hoc efficere possint, & accuratè observandum erit si quando tale Phænomenum apparebit, an pars erecta non fiat arctior ubi per Lunam transit quam alibi, & præcipuè versus superiora, ubi dilatari debet, & evanescere.

Præter cylindros ad perpendiculum erectos, & horizonti parallelos, dantur sæpe quamplurimi, qui per aërem in omni situs varietate dispersi sunt; & hi non secus ac grana rotunda Coronam circa Solem efficient, imò

imò vividiorem quam grana, quia unusquisque cylindrus plures radios ad oculum nostrum transmittit, quam unaquæque harum sphærularum. Corona autem interior DEF, in Phænomeno Romano, a talibus cylindris formari potuit.

Quod verò attinet Parhelios, qai nonnunquam e diametro vero Soli oppositi apparent, qualem invenimus in observatione *Hevelii* facta 20. Februarii Anni 1661. se nec in granis rotundis, nec in cylindricis, causam, ait, invenire potuisse, quare hi Parhelii semper necessario invenirentur in circulo albo magno horizonti parallelo; imo si illud omnibus observationibus confirmaretur, causam aliunde esse quærendam; existimare tamen se, illud tantum fortuitò contingere; quo posito ratio horum Parheliorum reddi potest eadem ex hypothesi, qua explicantur causæ Anthelii quem Hevelius 6. Septembris Anni 1661. observavit, ubi è regione Solis, duo erant arcus circuli colorati, se mutuò intersecantes, qui locus intersectionis erat ille falsi Solis. Qui etsi in figura *Hevelii* repræsentetur, quasi ejusdem altitudinis cum verò Sole fuisset, revera tamen fuit altior 15. grad. vel amplius, uti posteà ipse confessus est. Ita ut si magnus circulus albus fuisset in hoc Phænomeno, Parhelius minimè in illo fuisset.

Ad horum Solium generationem, supponit multitudinem parvorum cylindrorum cum nucleis, ut superiores, opacis, qui per aërem ferebantur nec ad perpendiculum, nec paralleli horizonti, sed certo angulo ferè semirecto ad planum horizontis inclinati; ad quod præcipuè apti erant cylindri, quos *Cartesius* decidentes de cælo vidit, qui stellati ad utramque extremitatem erant; sicuti experientia liquebit, si cylindros talis figuræ, qualem videmus Fig. 7. per aërem, vel aquam de-

demittamus. In his cylindrulis inveniri poteſt, ſecundum calculum, qui in tractatu de Parheliis inſtituetur, non tantum cauſa Antheliorum, qui a duorum circulorum interſectione efficiuntur, ſicut in fig. 8. ſed etiam aliorum quorundam arcuum, & virgarum minus frequentium, quæ nonnunquam propè Solem apparent; de quibus tamen hactenus certi nihil affirmari poteſt, cum accuratæ, & fide dignæ obſervationes deſint; ſed ut ad oculum varios hos cylindrorum effectus oſtenderet Hugenius, cylindrum ſecum attulit ex vitro confectum, pedali longitudine, ejus figuræ quam videre eſt Fig. 4. Tab. IV. Nuclei opaci in medio officium præſtabat, cylindrus ligneus, & reliquum ſpatium aqua repletum erat, loco glaciei pellucidæ. Quo cylindro Soli expoſito, oculoque debito in ſitu collocato, apparebant ſucceſſivè omnes reflexiones & refractiones de quibus ſermo factus eſt: unde haud difficile concludi poterat, quod ſi magnus talium cylindrorum numerus licet hoc vitreo incomparabiliter minorum in aëre hærerent, atque diverſos, quos ſuppoſuimus, ſitus obtinerent, omnia phænomena Parheliorum, & comitum circulorum inde neceſſario ſecutura; optandum quidem eſſet, ad firmandam certius veritatem hypotheſeos, ut eo, quo Parhelii obſervantur, tempore hi cylindruli verſus humum delapſi videri poſſent; ſed oſtendit haud facile hoc fieri poſſe, quia exhalationes quæ tunc temporis è terra cœlum verſus aſcendunt, & efficiunt ut figuram obtineant cylindricam, faciunt etiam ut penſiles in aëre hæreant. His addidit, minimè mirum videri debere; parvula grandinis grana ab exhalationibus ſuſtineri poſſe, quæ rarefiendo, & verſus ſuperiora pergendo, ſatis motus ad id efficiendum habere poterant. Hoc autem facilius multò concipi, quam eoſdem ha-

 litus

litus sustinere posse ingentem, & grandem glaciei circulum, qualem *Cartesius* ad explicandas causas Parheliorum, & magni circuli albi phænomeni Romani, supposuit. In qua hypothesi hæ præterea difficultates sunt observandæ, nullam scilicet inveniri rationem, quare circulus albus, sicuti semper observatur, per Solem necessario transeat, illumque sequatur altitudine licet ejus mutata, etsi hoc phænomenum subinde per horas tres, quatuorve duret. Deinde eundem circulum album, è glacie confectum spectatoribus a se invicem valdè remotis, rotundum apparere non posse, atque per Solem transeuntem, uti revera tamen fit: prætereà quando Parhelii observantur, minimè videri illam nubem rotundam circulo glaciei circumdatam, quæ crassitie sua spectatoribus cœli partem occultaret, quod è contrario ferme plane serenum apparet, præter nubeculas quasdam, quas locum immutare suum videre possumus, dum magnus circulus, & Parhelii eidem inhærent loco. Postremò secundum hanc hypothesin tantum fortuitò accidere ut Parhelii, qui ad latera Solis apparent, sint in intersectionibus Coronæ & magni circuli albi, quod tamen semper observatur, & ostendit clarissimè causas Coronarum & Parheliorum, parum abs se invicem differre, contrà sententiam *Cartesii*.

OB-

OBSERVATIO
SCHEINERI anno 1630.

Gassendus viso rudi schemate Parheliorum anno 1630. observatorum à Scheinero, accuratiorem ab ipso descriptionem petit. Epist. pag. 43. tom. 6. & tandem sic inquit.

Quia vereor tamen ne videar parum considerate agere, rogo te saltem, ut exprimas (quod meminisse haud dubie potes) quemadmodum Irides illæ affectæ fuerint inter se. Videlicèt non satis capio, an majores minoribus concentricæ fuerint, & an majores ita sese in vertice intersecuerint ut portiones, quæ desinunt in verticali descripto intelligi debeant protensæ ad horizontem versus Boream? (quo casu Irides debuissent videri longè solitis majores, imò penè arcus eorum circulorum qui magni in sphæra dicuntur.) An potius duo illa crura quæ ad horizontem usque depressa fuere, repræsentarint unum quendam & continuum semicirculum? portiones autem crurium quæ ad verticem fuerint quasi arcus unus circuli alterius inferiorem contingentis, uti apparet, dum speculum, aquamve extremam arcu quodam contingimus. Non capio item an quæ dicuntur Irides minores sese sursum deorsumque subingressæ mutuo fuerint, an contigerint, an secuerint; an, quod probabilius videtur æquidistantes undique fuerint; an Sol demùm (qui ad eas partes) vel in nodo vel in contactu vel in interstitio apparuerit.

rit. Non ſum, inquam, adeo acutus ut iſta ex ſola figuræ inſpectione pervideam. &c.

Reſpondet his Scheinerus pag. 401, *ejuſdem tom.* 6. *operum Gaſſendi.*

Cum qua etiam adjungo exemplar Parheliorum anno præterito (1630.) obſervatorum, eorumque explicationem petitam ſubnecto; quanquam ſatis ambigo, horum an eorum Parheliorum quæ anno 1629. obſervavi, quæque tu commentariis tuis illuſtraſti explicationem deſideres; ſed utut ſit, quicquid de uno idem fere de altero dicatur: ad ſingula igitur venio. Diagramma ad te manu exaratum recte perlatum eſt, quià Romæ illud typis nunquam commiſi. Iridum Solem proximè ambientium diametri fuere grad. 45. plus minus: remotiorum in impreſſo O R P grad. 95. & 20. min. circiter. Colores ut Iridum Solarium primarum, puniceus vel ruber Soli proximus: reliqui ordine & more ſolito. Omnium iſtorum arcuum craſſitudo ſeu latitudo æqualis & eadem, Solari tamen Diametro minor quaſi tertia parte, prout ſchemata recte docent: quanquam inficias non iverim circulum lacteum horizonti parallelum reliquis arcubus aliquanto fuiſſe latiorem. Cujus diameter apparens ſecundum Solis altitudinem in ſphæra metienda eſt, juxta rationem circulorum in ſphæra maximis minorum: Parhelia anni 1629. ſatis videntur explicata in tranſmiſſa charta, anni vero 1630. ita ſe habuere. Duo quidem M & N ſatis vivacia a altera duo O & P minus vegeta extitere; M & N qua parte Solem reſpiciebant rubore purpureo, averſa colore candido fulgebant; O & P tota alba. Omnium iſtarum ima-

Vide Fig. 16.

imaginum durationes erant differentes. Nam imago P debiliter & raro emicuit obliterata ante omnes, nubibus ibidem crassiusculis conglobatis. Imago O & illa debilis sed tamen satis stabilis, diuque hæsit. Duæ laterales M & N per 3. horas constanter visæ: elanguente tamen & post multas conflictationes extincto prius Sole fictitio M; alter autem N ultra horam superstes fuit, neque ultimum ipsius obitum egressus domo animadvertere potui, certus ipsum cum Sole genuino diu solum incessisse, neque nubibus neque vaporibus aut halitibus, instar aliorum, oppressum. Tandem tamen insecutis pluviolis, & ipse comparere desiit.

Vide Fig. 16.

Igitur si initium cum fine observationis conferamus reperiemus minimum horas $4\frac{1}{2}$: cum autem ad initium animadversi phænomeni jam omnia in pleno cursu sese stiterint, facile mihi persuadeo ad quinque aut plures horas totam durationem pervenisse.

Parhelia in plano verticali Q & R ubi sese arcus Iridum vel intersecant, vel everso situ prope verticem in plano verticali per oculi F & Solis G centra transeunte contingunt, splendoris vehementia qua visum feriunt, aliis quandoque cedunt, quandoque præcellunt, figura & candore ordinarie succumbunt neque figuram eadem magnitudine neque picturam simili semper elegantia dispensant, sed modo augent modo minuunt pro varia nimirum Solis G agentis, & materiæ Q atque R patientis temperie. Unde hæc Parhelia in perpetua propemodum lucta, atque lucis colorumque fluctuatione versantur. Prima fere & postrema in Parheliis visuntur, quanquam in hac apparentia imago Solis N, ultimas tenuit partes, prout ex industria observavi; distantia sive altitudo jubaris Q supra horizontem, tempore primæ observationis fuit 49. gr. 40. min. Jubaris

R, 76. gr. 10. min. Solis altitudo 28. gr. 30. min. unde distantia ipsius Q a Sole in circulo verticali fuit 21. gr. 10. min. At vero ipsius R distantia a Sole fuit 47. gr. 40. min. tempore antemeridiano quo primam observationem peregi. Initio harum observationum ventus boreas erat, sed sensim in orientalem tandemque meridianum mutatus, pluvias non tamen magnas nec diuturnas causavit: diebus subsecutis penè quatuordecim cœlum quotidie semivapidum apparuit & quotidie ante prandium Sol novos filios creare conatus est, irrito tamen successu, ex defectu scilicet vel materiæ vel debitæ dispositionis. Vidi enim in circulo verticali initia Parheliorum manifesta per sat longa temporis intervalla; vidi etiam Solium lateralium manifestas reciprocationes. Iris ORP videtur fuisse portio una arcus circularis, ideoque semicirculus Soli concentricus tametsi juxta θ & κ horizontem AB non penitus attigerit; fueruntque portiones Oκ, & Pθ, extensionis inconstantis, modo longioris modo brevioris. Arcus ZQαβQγδεζ, solem proxime ambientes, ostentabant quidem visui unum quasi quendam ambitum circularem confusum, non æquabiliter latum, neque constanter sibi similem, sed perenni quasi fluctuatione exundantem atque varium: revera tamen, ex arcubus in schemate expressis conflabatur, quemadmodum ex instituto observationibus accuratissimis observavi. Cornua HRC videntur esse segmentum semicirculi minoris majorem ORP situ contrario contingentis in communi nodo R. Arcus Iridum ZQα, βQγ in nodo Q sese intersecant, ibique Parhelium Q efficiunt. Soles duo N & M enati sunt in communibus nodis seu intersectionibus M & N, quas facit iris ζδε cum circulo lacteo ONMP. Cœli pars septentrionalis purgatior fuit australi, quæ tenuibus & visco-

viſcoſis vaporibus obſeſſa huic apparentiæ occaſionem & materiem majorem ſubminiſtravit. Atque hæc ſunt quæ ad tua quæſita reponenda occurrerunt modo. *In opuſculo de Parheliis plura* fortaſſis ad guſtum tuum promentur; delectavit me admodum tuus eruditus ille ſuper Parhelia mea commentarius; manum certe & calamum accuratiorem haud expecto, & gaudeo adumbrationibus meis tantum Apellem ſuperveniſſe; *ad guſtum meum faciunt, omnia quæ de geneſi*, natura & ſignificatu hujus phænomeni diſputas, uti ex meo tractatu ſatis perſpicies, &c.

HEVELII OBSERVATIONES.

Anno 1660. die 30. Martii mane conſpectæ GEDANI.

Initiò, horâ primâ poſt mediam noctem, Lunam A *integer circulus albicans* BCDE *circundabat, in quo ad Lunæ latera binæ Pſeudo-Lunæ* B *&* D, *ſeu paraſelenæ diverſi coloris, albicantibus longiſſimis, ſubinde autem reciprocantibus radiis videbantur; illa ad ſiniſtram, caudam femur Serpentarii; hæc verò ad dextram, Jovem versùs exporrigebat: ut ex priore appoſito ſchemate liquet. Paulò poſt, horâ ſcilicet ſecundâ, alius major circulus, ad ipſum horizontem ſeſe extendens, minorem ambiebat. In utriuſque vertice deinde colorati arcus, inſtar inverſæ Iridis, naſcebantur: inferior* C *ſectio erat majoris, ſuperior verò, in quâ Arcturus clarè affulgebat, minoris circuli. Quod egregium ſpectaculum per tres integras penè horas duravit: primùm exterrimus maximus iſte circulus albicans, deinceps arcus inverſus major variegatus* C, *denique minor ſuperior* F, *& ultimò interior circulus* BCDE *penitùs evanuit. Dia-*

Vide Fig. 17.

 me-

meter hujus interioris circuli, nec non arcûs superioris erat 45. grad.; majoris verò circuli, & inferioris arcus 90. grad.

Anno 1660. die 6. April. hor. 5. 36. vesp.

Vide Fig. 18.

Solem ad occasum vergentem, arcus circuli diversis picti coloribus, ad instar Iridis coronabant, in quibus ad utrumque scilicet latus duo pseudo-Soles itidem variegati, longiusculis caudis albicantibus, à Sole aversis, conspiciebantur; circa Zenith verò, ubi sectiones istius circuli quasi leviter conjungebantur, alius arcus inversus, pariter coloratus emicuit, referens in medio tertium, sed paullò obscuriorem Pseudo-Solem. Hocce phænomenum ad semihoram, Cœlo perquàm sereno, ad occasum usque Solis apparuit; sic ut primùm superior arcus, cum suo Pseudo-Sole; dein sinisterior disparuerit, occidente tertio cum ipso Sole genuino. Diameter circuli Solem cingentis, quantum nudo oculo dijudicare dabatur, erat 45. ferè gr.

Anno 1660. die 17. Decemb. GEDANI.

Vide Fig. 19.

Primâ die post oppositionem Solis & Lunæ, horâ sextâ 36 matutinâ, Lunâ 12. gr. altâ, tres Pseudo-Lunas, cum genuinâ, in occidente, conspexi: hâc quidem facie. Primò, ipsam Lunam aere defæcatissimo, duplex Corona elegantissimis, & lucidissimis coloribus tincta circundabat. Ab utróque Lunæ latere, sectiones magni cujusdam circuli, 45. propemodùm gr., pariter instar Iridum variegatæ, ad horizontem usque sese exporrigentes, apparebant; in quibus binæ Pseudo-Lunæ, longissimis, ac candidissimis caudis extabant: sinistra prope Procyonem, caudam aliquanto bre-

breviorem; dextra verò multò longiorem præ se ferens. In superiore parte, non procul à Geminis, ubi collaterales diversicolores circuli sectiones concurrebant, alius arcus inversus pariter variis coloribus conspicuus, cum tertiâ Pseudo-Lunâ paullò obtusiori conspectus. Præterea per ipsam genuinam Lunam, id quod rarißimum, amplißima crux albicans, seu argentea incedebat, quæ ab inferiore parte, ad horizontem usque protendebatur; à lateribus verò reliquis non omnino circulum attingebat; prout ex delineatione videre est. Erat autem insuper adeò splendida, atque luminosa, ut ad ipsum Solis exortum clarè atque distinctè affulserit: at Pseudo-Lunæ cum suis arcubus aliquantò citiùs exstinctæ sunt.

Magnitudo crucis, erat 30. & amplius grad.

OBSERVATIO ex MATTHÆO PARIS.

Signum in cœlo admirabile visum in *Anglia*, Anno Domini M. CC. XXXIII. sexto Idus Aprilis, regni verò *Henrici III.* anno XVII. Duravit ab ortu Solis usque ad meridiem.

Eodem quoque tempore, sexto scilicet Idus Aprilis, circa horam diei primam, in finibus Herefordiæ *&* Vigorniæ, *apparuerunt in cœlo quatuor Soles adulterini, præter Solem naturalem, rubei coloris; quidam magnus circulus crystallini coloris, latitudine quasi bipedali, amplitudine cingens quasi totam* Angliam; *à cujus lateribus exibant semicirculi, in quorum sectionibus apparuerunt illi quatuor Soles memorati; vero Sole existente in plaga* Orientali, *& aëre purißimo. Et quoniam non potest illud prodigiale portentum verbis describi, signo demonstrativo figuratur; ipso cœlo sic circinato existente exemplari immediatè, multi similitudinem rei sic apparentis pinxerunt, propter rei novitatem admirandam.*

Vide Fig. 20.

Vera delineatio Parhelii cœlo sereno visi Lugd. Bat. A. 1653. *Jan.* $\frac{14}{24}$ inter primam & Secundam, pomeridianam & in observatorio Academico observati a Samuele Car. Kechelio a Hollenstein.

Vide Fig. 21.

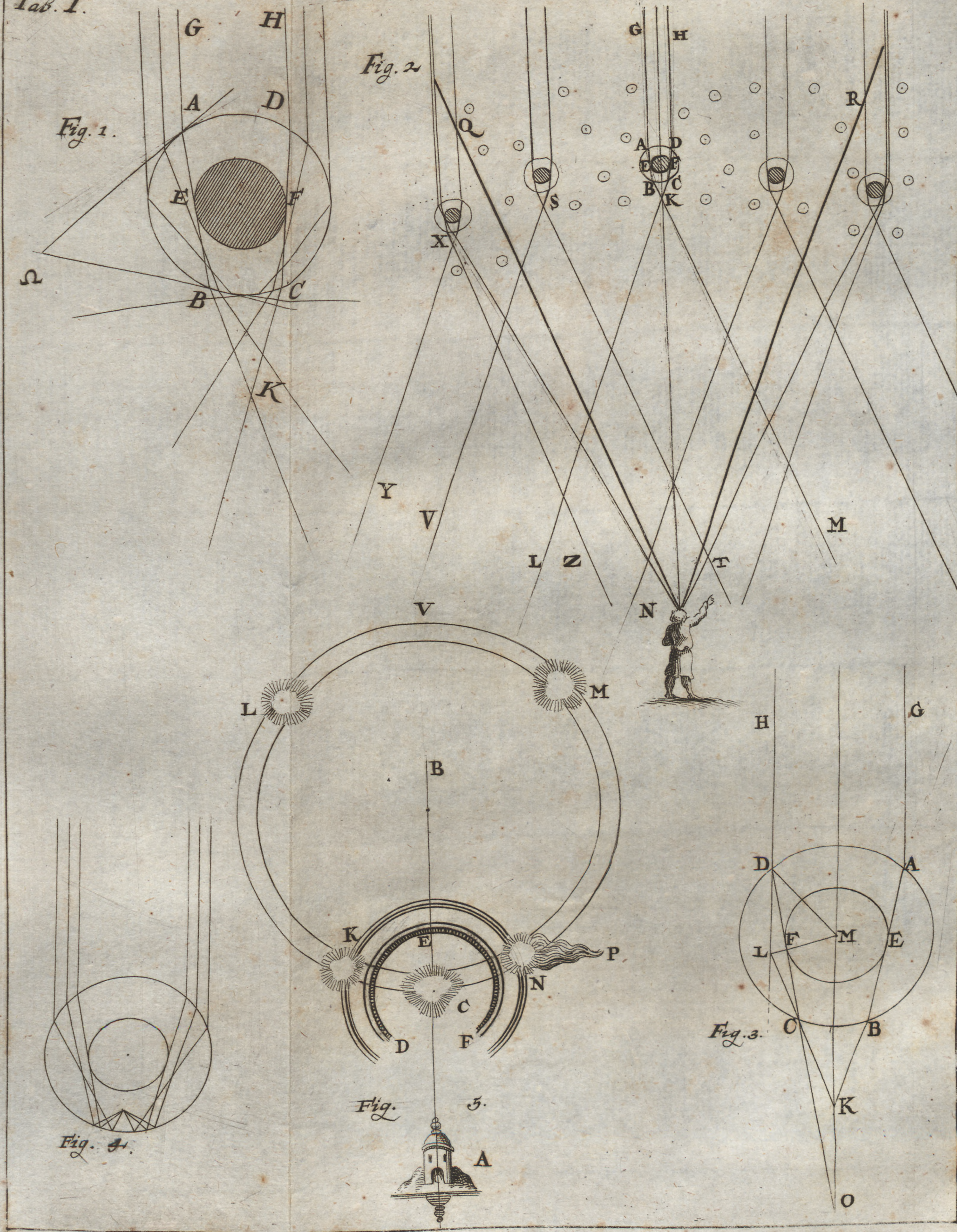
Iris alba B. D. C. *lata* 35'. *fere, ejus pars summa ad*, D, *elevata gr.* 38. 23'., *& centrum Sol verus* A, *altus gr.* 15. 48'. *id est*, H. I. 36'., *in Azim. Occ. gr.* 23. 40'. *unâ cum ang. vertic. & Eclipt. gr.* 60. 54'; *Pseudo-Soles* B. C. *oblongi & inæquales, æqualiter distantes à Sole vero gr.* 22. 35'. *& ei co-alti.* C. *Pseudo-Sol occiduus e flavo candidus minus lucidus, non longe distans a nubecula* G, *& prior disparuit.* B *Pseudo-Sol orientalis forti lumine cum arcu soli obverso: & variegato coloribus, purpureo, rubicundo, & flavo, & cauda* B. F. *fig. conicæ: cujus basis Sol ipse, directe à Sole vero aversa gr.* 27. 0'. *Ejus pars* BE *gr.* 13. 10'. *constabat radiis flavis & rubicundis rutilantibus, reliqua* F. E. *candescente, qua ante pseudo-Solem evanescente, ipse postea disparuit, visus fere ad semihoram, & post pseudo-Solem* C. *ad quadrantem. Iride paulo post videri desinente.*

HUGENII OBSERVATIO.

30. Maji 1652. Circulum in aëre circa Solem observavi. Sol erat in centro positus. Circuli Diameter 46. graduum circiter. Latitudo vero ut est Iridis Vulgaris. Sed & colores, quales in Iride, verum admodum debiles, ut vix apparerent, & contrario situ, ut ruber propior Solem esset. Cæruleus valde candicabat. Spatium omne quod circulus includebat, obscuriori vapore tenebatur, quam reliquus aër: cujus ea fuit constitutio, ut veluti continua tenui nube cœlum offuscaret, æthere tamen cæruleo interlucente. Ventus e Septentrione flabat, sed placidissimus.

FINIS.

366



De Parheliis

Tab. II.

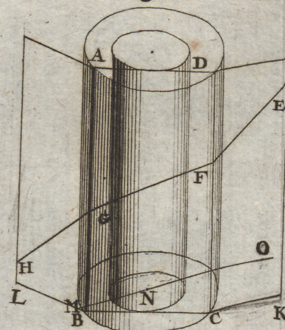


Fig. 7.

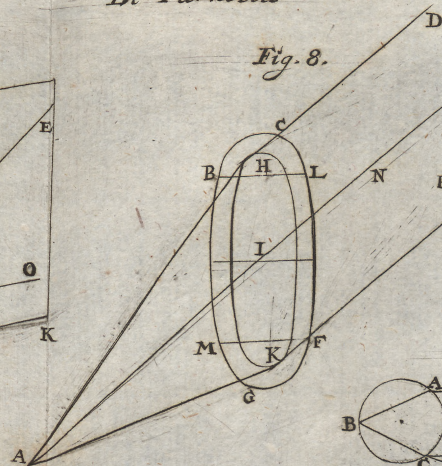


Fig. 8.

Fig. 9.

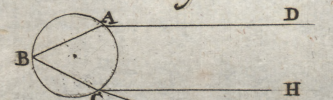


Fig. 10.

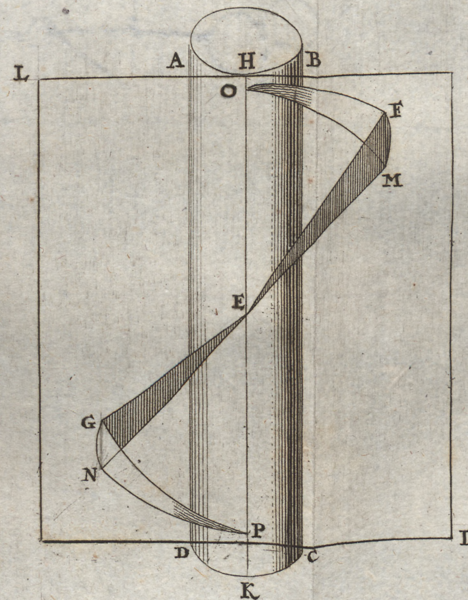


Fig. 6.

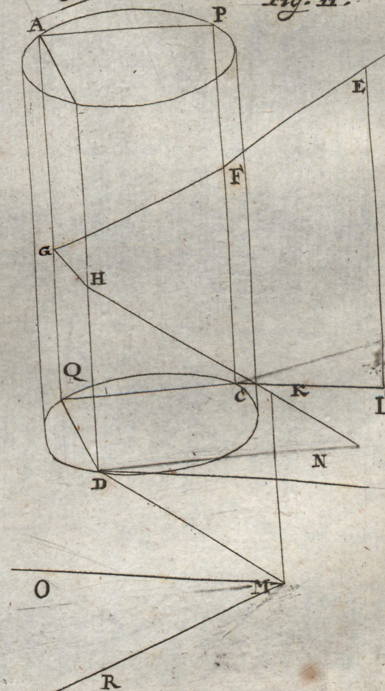


Fig. 11.

GDAŃSKA • POLITECHNIKA

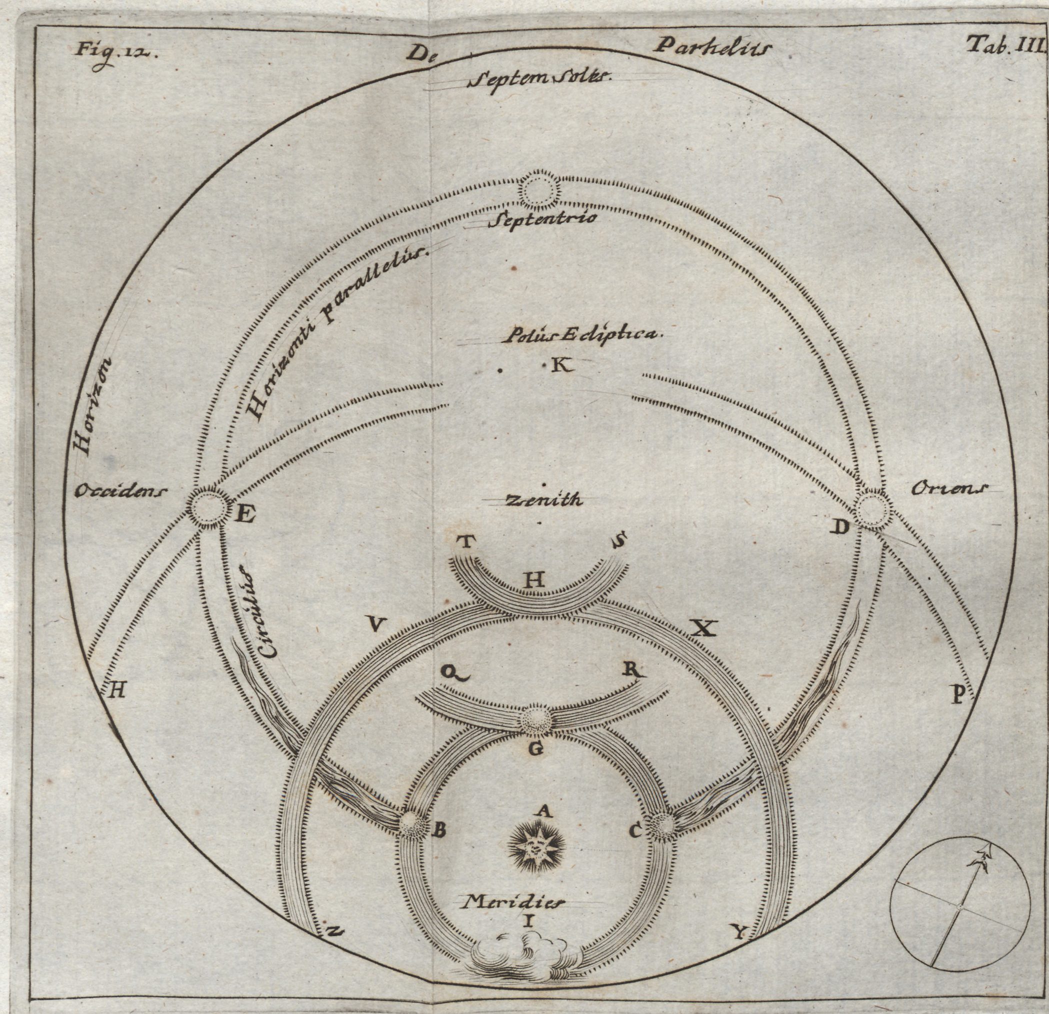
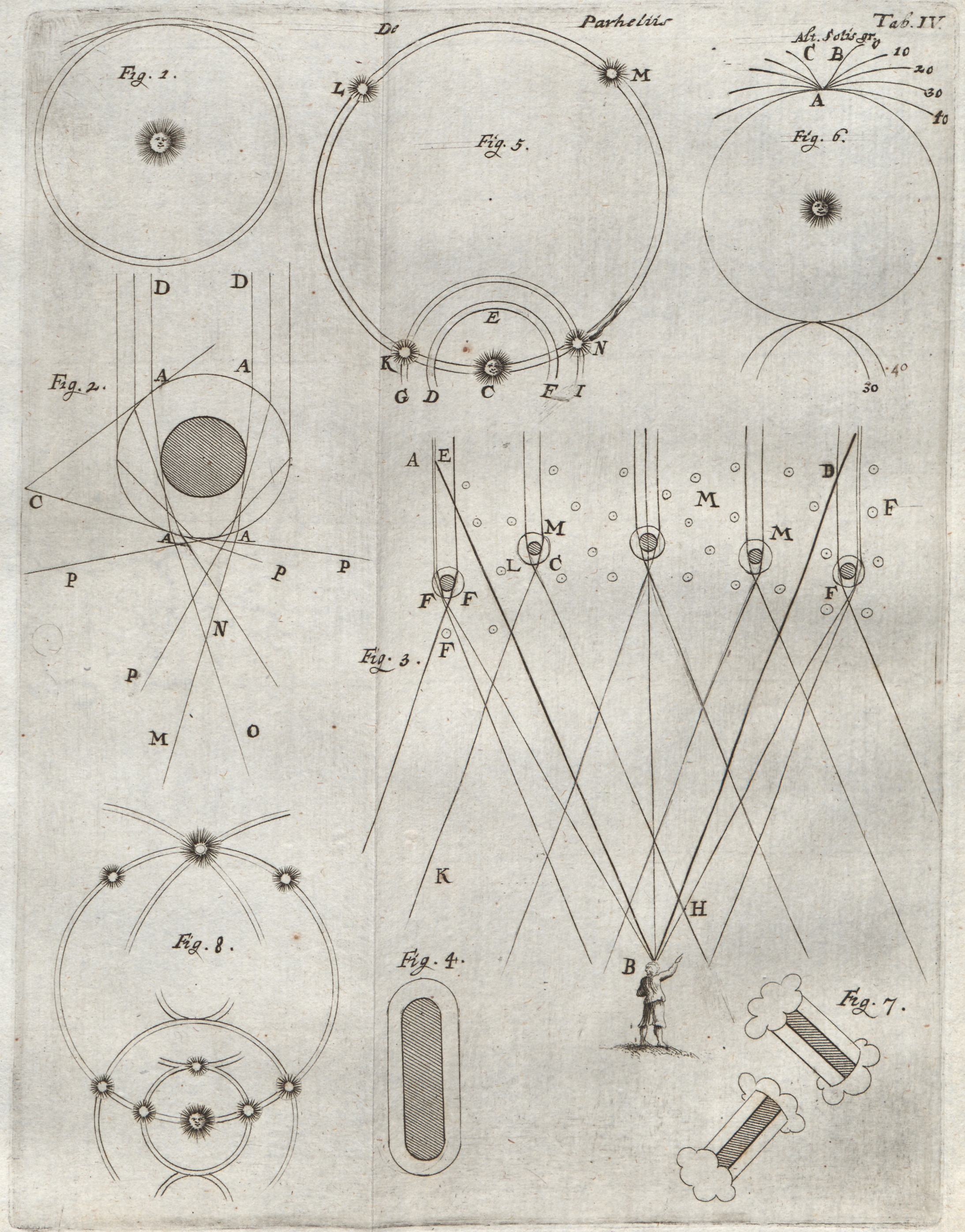


Fig. 12.
De Parheliis
Tab. III
Septem Soles.
Septentrio
Horizonti parallelus.
Polus Ecliptica.
K
Horizon
Occidens
E
Zenith
Oriens
D
Circulus
T
H
S
V
X
Q
R
H
P
G
A
B
C
Meridies
I
Z
Y


De Parheliis
Tab. IV.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Alt. Solis gr.
10
20
30
40

GDAŃSKA • POLITECHNIKA
BIBLIOTEKA CENTRALNA

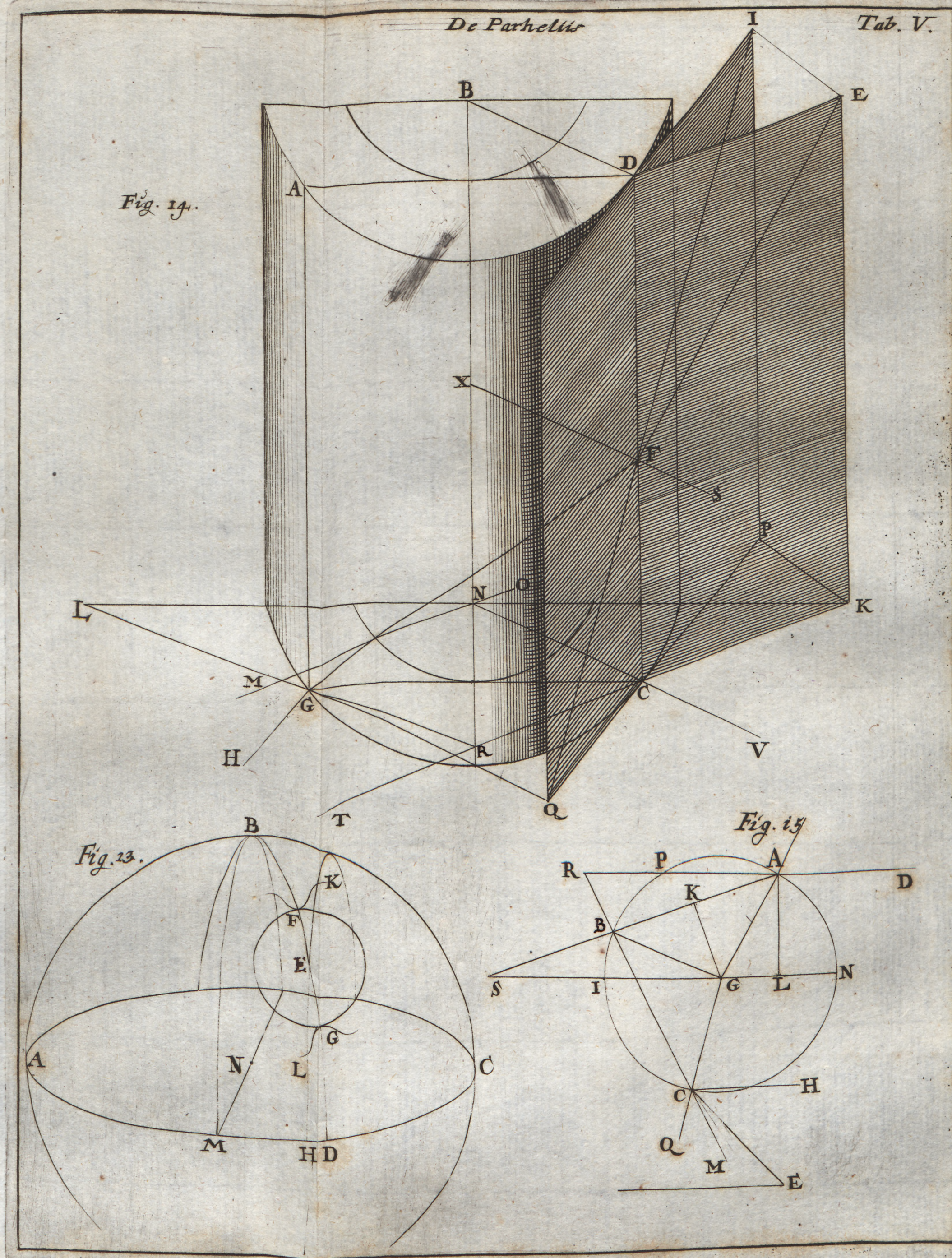

De Parheliis
Tab. V.
Fig. 24.
Fig. 23.
Fig. 15

Fig. 16. *De Parheliis* *Tab. VI.*

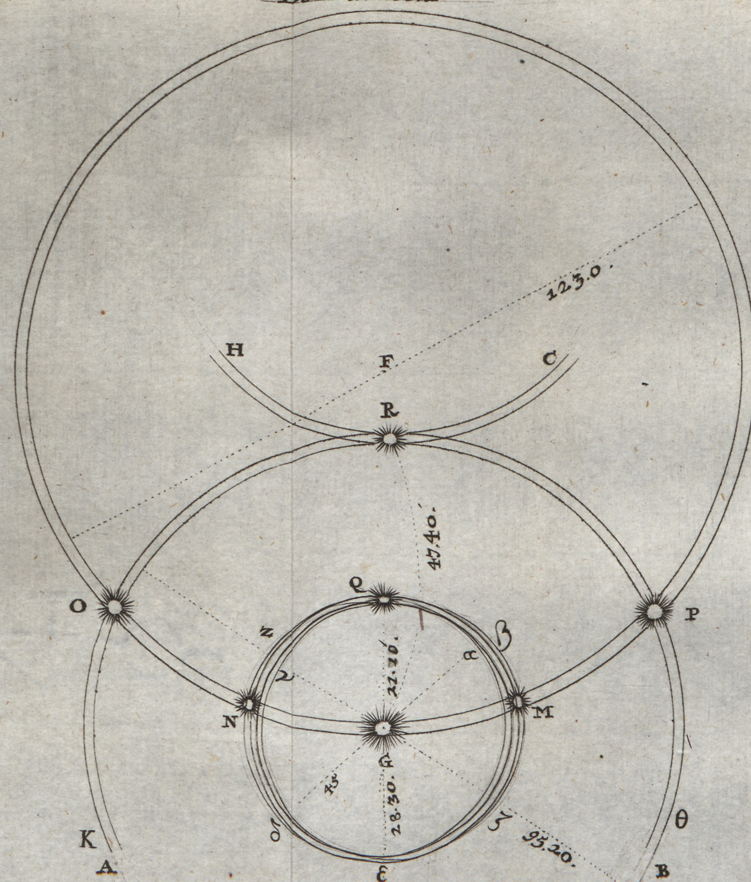
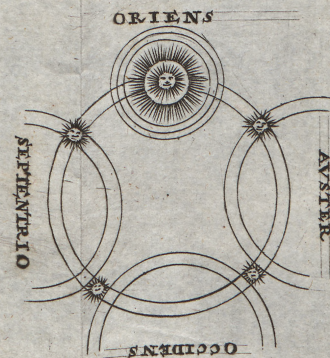
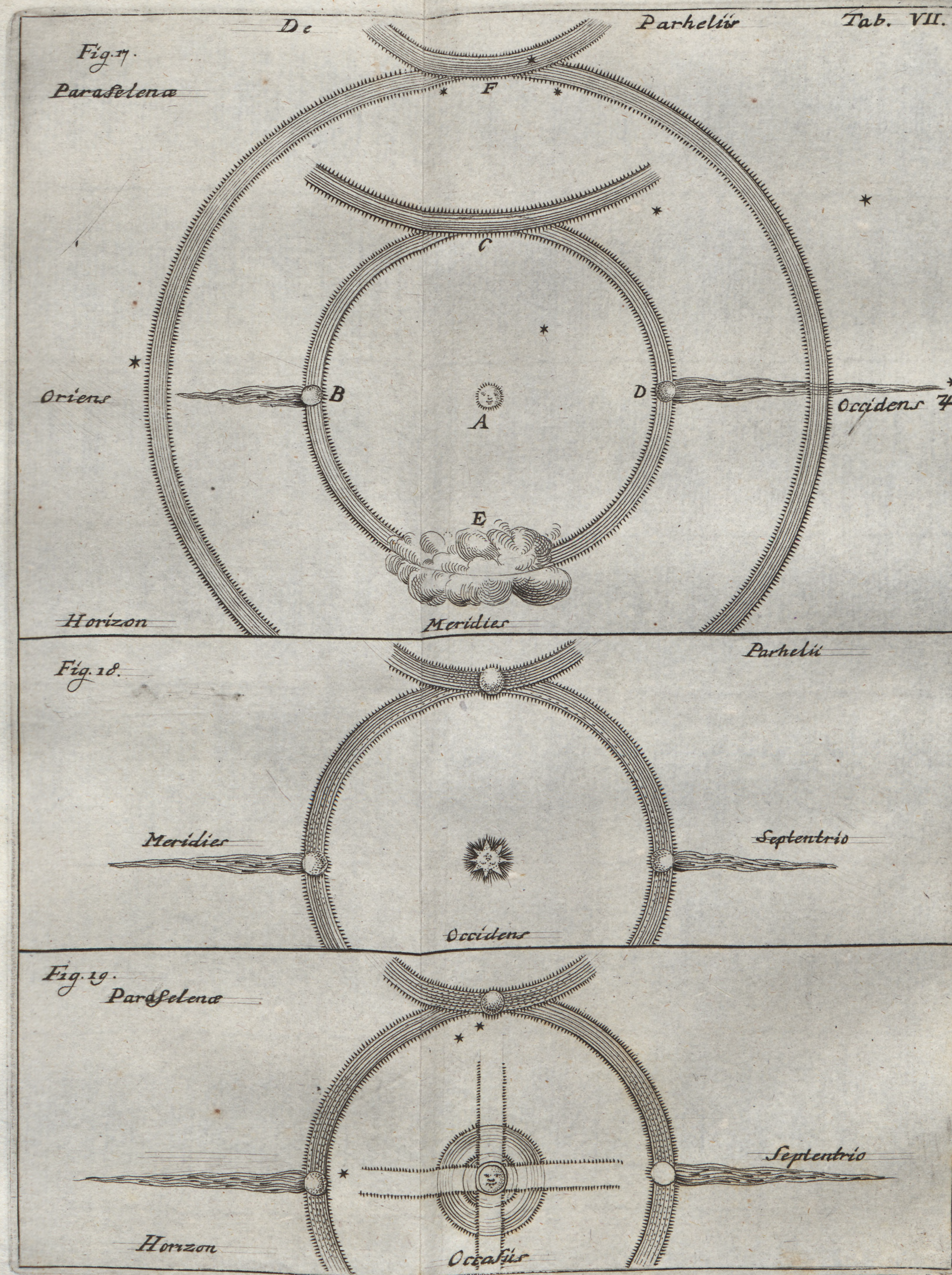
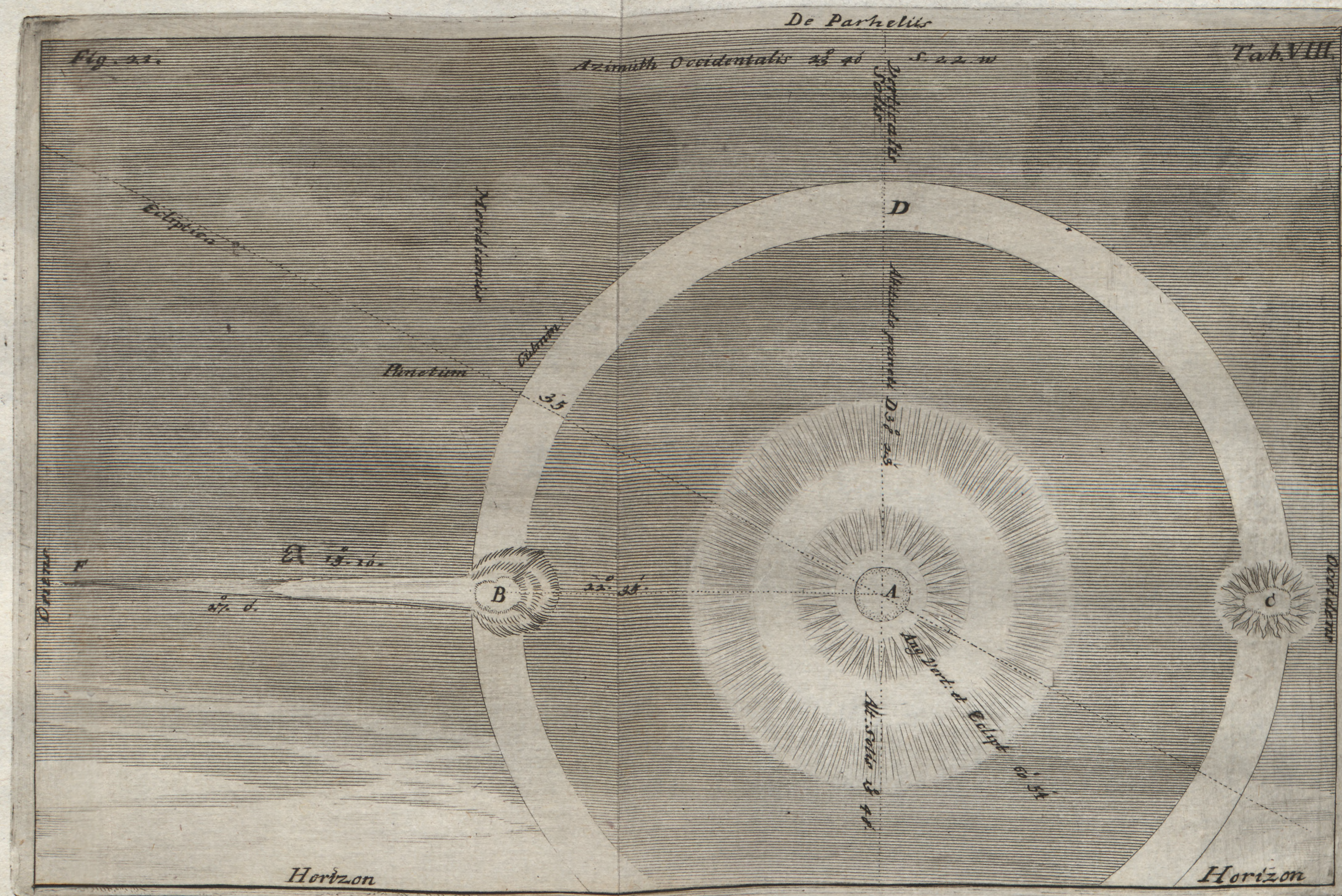


Fig. 20.




De Parheliis
Tab. VII.
Fig. 17.
Paraselenæ
F
C
Oriens
B
A
D
Occidens
E
Horizon
Meridies
Fig. 18.
Parhelii
Meridies
Septentrio
Occidens
Fig. 19.
Paraselenæ
Septentrio
Horizon
Occasus


De Parheliis
Fig. 21.
Azimuth Occidentalis 23° 46′ S. 22. W
Tab. VIII.
Eclipticа
Meridianus
Verticalis Solis
D
Planetum
35
Orient
F
19. 10.
27. 6.
B
22° 35′
A
C
Occident
Ang. Vert. et Eclipt. 60° 54′
Alt. Solis 18° 40′
Horizon
Horizon

CHRISTIANUS HUGENIUS

DE

MOTU CORPORUM

EX

PERCUSSIONE.

CHRISTIANUS HUGENIUS
DE
MOTU CORPORUM
EX
PERCUSSIONE.

Hypotheses.

I.

Corpus quodlibet ſemel motum, ſi nihil obſtet, pergere moveri eadem perpetuo celeritate & ſecundum lineam rectam.

II.

Quæcunque ſit cauſa corporibus duris a mutuo contactu reſiliendi cum in ſe invicem impinguntur; ponimus, cum corpora duo inter ſe æqualia, æquali celeritate, ex adverſo ac directè ſibi mutuo occurrunt, reſilire utrumque eâdem qua advenit celeritate.

Dicuntur autem directe occurrere, cum in eâdem lineâ rectâ utriuſque centra gravitatis conjungente & motus fit & contactus.

III.

Motum corporum, celeritateſque æquales aut inæquales reſpective intelligendas eſſe, factâ relatione ad alia corpora quæ tanquam quieſcentia conſiderantur, etſi fortaſſe & hæc & illa communi alio motu involvantur.

Ac proinde cum corpora duo ſibi mutuo occurrunt; etiamſi alteri præterea motui æquabili utrumque ſimul obnoxium fuerit; haud aliter illa ſe invicem impellere reſpectu ejus, qui eodem communi motu defertur, ac ſi omnibus adventitius ille motus abeſſet.

Veluti ſi quis navi vectus, quæ æquabili motu progrediatur, globulos duos æquales æquali celeritate in ſe invicem impingere faciat, ſuo nimirum & partium navis reſpectu, dicimus æquali quoque celeritate utrumque reſilire debere ejuſdem vectoris reſpectu, plane ſicut contingeret, ſi in navi quieſcente, aut in terra conſiſtens, eoſdem globulos æquali celeritate collidi faceret.

His poſitis in corporum æqualium occurſu quibus legibus illa a ſe mutuo impellantur demonſtrabimus, alias vero Hypotheſes quibus ad inæqualium caſus opus habebimus ſuis locis inſeremus.

PROPOSITIO PRIMA.

Si corpori quieſcenti aliud æquale corpus occurrat, poſt contactum hoc quidem quieſcet, quieſcenti vero acquiretur eadem, quæ fuit in Impellente, celeritas.

Intelligatur navigium quodpiam juxta ripam ſecundo flumine deferri, ac tam propinquum ripæ, ut vector in illo ſtans poſſit ſocio in ripâ ſtanti manus porrigere. Teneat vero vector manibus ſuis A & B duo corpora æqualia ex filis ſuſpenſa E, F, quorum diſtantia E F bifariam diviſa ſit puncto G: motuque æquali manus ad occurſum mutuum promovens, ſui nempe & navigii reſpectu, etiam globulos E, F æquali celeritate inter ſe collidi faciet, quos itaque neceſſe eſt & æquali celeri-

Vide Fig. 1.

leritate * a contactu mutuo resilire ejusdem vectoris & navigii respectu: Navigium autem ponatur interim ferri sinistram versus celeritate GE, eâdem nempe quâ manus sinistra A delata fuit dextram versus.

* Hyp. II.

Patet itaque vectoris manum A, respectu ripæ & socii in illa consistentis, immotam stetisse; manum vero B, respectu ejusdem socii, motam fuisse celeritate F E, duplâ ipsius G E vel F G. Quamobrem si socius in ripâ stans prehendisse ponatur manu suâ C manum vectoris A, cumque eâ caput fili globum E sustinentis; alterâ vero manu D manum vectoris B, quæ sustinet funiculum e quo pendet F; apparet dum vector globulos E F æquali celeritate concurrere facit, suo & navigii respectu, simul socium in ripâ stantem globulo E quiescenti impegisse globulum F motum celeritate F E, respectu ripæ & sui ipsius. Et constat quidem, vectori globulos suos, uti dictum est, moventi, nihil officere quod socius in ripâ stans manus ejus & filorum capita apprehenderit, cum tantum comitetur earum motum, nec ei ullum impedimentum afferat. Eâdem ratione nec socio in ripâ stanti globulumque F versus immotum E deferenti, quidquam obstat, quod vector manibus suis manus conjunctas habeat, siquidem manus A & C utraque respectu ripæ & socii quiescunt, duæ vero D & B moventur eâdem celeritate F E. Quia autem uti dictum fuit globuli E, F, post mutuum contactum, æquali celeritate resiliunt, respectu vectoris & navigii; globulus nempe E celeritate G E, & globulus F celeritate G F, ipsumque interim navigium pergit sinistram versus celeritate GE seu FG; sequitur, respectu ripæ & socii in illâ stantis, globulum F post impulsum restare immotum, alterum vero E, ejusdem respectu, pergere sinistram versus, celeritate duplâ G E, hoc est, celeri-

Vide Fig. I.

tate FE, quâ eâdem globulum F versus E impulit. Itaque ostendimus in terrâ stanti, corporique immoto corpus æquale impingenti, hoc quidem post contactum omnem motum amittere, illi vero omnem acquiri. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO II.

Si corpora duo æqualia inæquali celeritate lata se mutuo impellant, post contactum permutatis invicem celeritatibus ferentur.

Vide Fig. 2.

Feratur corpus E celeritate EH dextrorsùm, F vero, ipsi æquale, celeritate FH minori tendat primùm ex adverso; convenient igitur in H. Dico, post mutuum occursum, corpus E motum iri celeritate FH sinistrorsum, F vero dextram versus celeritate EH.

Intelligatur enim homo in ripâ fluminis consistens dictos corporum motus efficere, sustinendo nimirum manibus suis C, D, capita filorum ex quibus illa suspenduntur, manusque concurrere faciendo dictis celeritatibus EH, FH, atque una corpora E & F. Secta sit porro distantia EF bifariam in G; & intelligatur prætervehi navigium celeritate GH dextram versus, in quo consistat alius homo, cujus quidem respectu movebitur globus E celeritate EG tantum, at globus F, celeritate FG, adeo ut ipsius respectu globi duo æquali celeritate ferantur ad mutuum occursum. Quamobrem si prehendisse ponatur manibus suis A, B manus socii in ripâ stantis C, D, cumque iis capita filorum quibus globi suspenduntur, eveniet, ut simul, qui in ripâ consistit, illos concurrere faciat celeritatibus EH, FH; qui vero navigio vehitur eosdem concurrere faciat celeri-

Vide Fig. 2.

leritatibus inter se æqualibus, E G, F G; constat itaque, hujus respectu, *etiam æquali celeritate utrumque a contactu reversurum; nempe, E celeritate GE, & F, celeritate G F: atqui navigium interea moveri pergit celeritate GH. Itaque respectu ripæ & hominis in illâ consistentis habebit F celeritatem ex utrisque GF & GH compositam, hoc est, ipsi EH æqualem, E vero, celeritatem H F, quâ nimirum differunt inter se celeritates G E, G H. Adeoque ostendimus homini ripæ insistenti, globulosque E & F sibi mutuo impingenti celeritatibus E H, F H, post impulsum, reversurum E celeritate FH, F vero celeritate EH; quod erat demonstrandum.

*Hyp. II.

Moveatur jam utrumque corpus E & F versus dextram; E quidem celeritate E H; F vero præcedens minori celeritate F H; assequetur igitur E corpus F, convenientque in H; dico autem post contactum F incessurum celeritate EH, E vero insecuturum celeritate FH. Estque demonstratio eadem quæ superior.

Vide Fig. 3.

Hypothesis IV.

Si corpus majus minori quiescenti occurrat, aliquem ei motum dare, ac proinde de suo aliquid amittere.

Propositio III.

Corpus quamlibet magnum a quamlibet exiguo corpore & qualicunque celeritate impacto movetur.

Intelligatur navigium propter ripam fluminis ferri, in quo consistens vector sustineat corpora A & B, ex filis suspensa; sitque A, quod sinistra tenet, majus; B mi-

Vide Fig. 4.

minus; teneatque dextram D, quæ ſuſtinet corpus B, immotam, ſui nempe & navigii reſpectu; verſus ipſam vero moveat manum C, unaque corpus A, celeritate quavis AB. *Impelletur ergo B, & amittet corpus A aliquid de celeritate ſuâ, ideoque in partem dextram perget celeritate minori quam fuerat A B. dum autem hæc contingunt ponatur ferri navigium celeritate B A, ſiniſtram verſus; unde eveniet, ut dum vector corpus A transfert celeritate A B, reſpectu ſui naviſque, quâ vehitur, idem immotum ſtet reſpectu ripæ, ſpectatoriſque in eâ conſiſtentis, pariterque manus C. Altera vero D. cum corpore B movebitur, ejuſdem ſpectatoris reſpectu, celeritate B A ſiniſtrorſum, quoniam navigii reſpectu immotam poſuimus, navigiumque fertur celeritate B A verſus ſiniſtram. Quare ſi ſpectator in ripâ ſtans, prehendiſſe ponatur manibus E, F manus vectoris C, D, apparet, dum hic globum A movet verſus B immotum ſui reſpectu, ſimul illum movere B verſus A, qui ſui & ripæ reſpectu immotus quieſcit. Diximus autem ab impulſu, globum A reſpectu vectoris & navigii, ferri in dextram partem minori velocitate quam A B; atqui navigium fertur celeritate B A verſus ſiniſtram; ergo, reſpectu ripæ & ſpectatoris in eâ ſtantis, manifeſtum eſt A ab impulſu moveri aliquantum in partem ſiniſtram. Itaque oſtenſum eſt in terrâ ſtanti, corporique quieſcenti & quamlibet magno A, quamlibet exiguum B, celeritate qualicunque B A, impingenti, motum iri corpus A: quod erat demonſtrandum.

* Hyp. IV.

Vide Fig. 4.

HYPOTHESIS V.

Corporibus duobus duris ſibi mutuo occurrentibus, ſi, poſt impulſum, contingat alteri eorum omnem quem ha-

habebat motum conservari, etiam alterius motui nihil decedere neque adjici.

Propositio IV.

Quoties duo corpora inter se colliduntur, eadem est, mutuo respectu, discedentibus celeritas, quæ fuit appropinquantibus.

De æqualibus corporibus manifestum est ex propositione II. Sint igitur nunc inæqualia, primumque is casus proponatur, quo, majori A quiescenti, impingitur corpus minus B, celeritate B A dextram versus pergens. Dico ipsa post contactum eâdem celeritate B A separatum iri, adeo ut, si parte una temporis corpus B confecerit spatium B A, post alteram similem temporis partem, rursus spatio, quod ipsi B A æquale sit, separata inveniantur.

Vide Fig. 5.

Constat enim A celeritatem aliquam accipere impulsu corporis B; sit ea A C, minorem autem esse oportet celeritate, B A quâ ipsum B movebatur: nam si ipsi B æquale esset A, tum demum celeritatem B A ex impulsu acciperet. * Dividatur A C in duo æqualia puncto D, sitque A E æqualis A D. Si igitur in navigio hosce motus contingere existimemus, quod sinistram versus prætervehatur celeritate D A: necesse est ut ante impulsum, corpus A quod in navigio quiescebat, motum fuerit respectu ripæ dictâ celeritate D A, sinistram versus; post impulsum vero, cum in navigio motum dicatur celeritate A C dextrorsum, ipsum vero navigium celeritate D A in partem contrariam feratur, movebitur A, ripæ respectu, celeritate D C seu A D in partem dextram. Itaque, respectu ripæ, corpus A ante & post im-

* Prop. 1.

impulsum, eandem servat celeritatem. Quare etiam B, * ejusdem respectu, nihil de suâ celeritate perdidisse oportet. Movebatur autem B respectu ripæ ante occursum celeritate B E dextrorsum, quia in navigio habebat celeritatem B A dextram versus, ipsum vero navigium celeritatem D A seu A E in partem oppositam. Igitur & post occursum, respectu ripæ, moveri debebit celeritate B E, sed sinistram versus: nam quominus possit versus dextram obstat tardior motus corporis A; cum igitur post impulsum moveatur B, ripæ respectu, celeritate E B sinistram versus, at A dextrorsum celeritate A D seu E A, necesse est ipsa a se mutuo discedere celeritate ex utrisque B E, E A compositâ, hoc est, celeritate B A, neque id tantum ripæ, sed & navigii respectu, quum reverâ eâ celeritate separentur. Quod autem in navigio progrediente sibi occurrentibus contingit etiam extra navigium ubique eodem modo contingere constat.

* Hyp. 5.

Hoc casu demonstrato reliqui facile consequuntur, supersunt autem quatuor diversi, nam vel minus corpus quiescit, vel utraque adversis motibus cientur, vel celeriore motu minus insequitur majus, vel contra; quos omnes simul proponere licebit.

Sit enim ut ante corpus A majus quam B, & feratur A celeritate A C, B vero vel omnino quiescat, vel habeat celeritatem B C; cum igitur corpora sic mota, mutuo respectu, habeant celeritatem A B; dico, & post impulsum, eadem celeritate ipsa separatum iri.

Vide Fig. 6.

Etenim si denuo hi motus in navigio fieri considerentur, quod prætervehatur celeritate C A, eâdem nempe quâ fertur corpus A, sed in partem contrariam; evidens est ripæ respectu, A quidem immotum stare, B vero, omni casu, ipsi occurrere celeritate B A. Est autem A majus quam B, ergo existit casus præcedens, ex quo

quo patet eadem celeritate A B, post impulsum, corpora separari debere ejusdem ripæ respectu. Unde etiam navigii respectu, & reverâ hac celeritate ipsa à se invicem recedere perspicuum est.

* Hyp. II.

Propositio V.

Si duo corpora, eâdem celeritate singula ad occursum revertantur quâ ab impulsu resilierunt, singula, post alterum impulsum, eandem acquirent celeritatem, quâ ferebantur ad occursum primum.

Ponatur corpus A motum fuisse celeritate AC, B vero celeritate BC, eaque sibi invicem occurrisse; & ab occursu discesserit A celeritate CD; B celeritate CE: postmodum vero iisdem hisce revertatur utrumque ad occursum, nempe A celeritate DC; B, celeritate EC. Dico inde recessurum A celeritate C A; B vero celeritate C B, quibus primo ad occursum tetenderant. Etenim dum pergunt ad secundum occursum, A quidem celeritate D C, B vero celeritate E C, si imaginemur in navigio hosce motus accidere, quod prætervehatur celeritate AD, feretur jam, ripæ respectu, A celeritate AC, quia in navigio movetur celeritate D C, ipsum vero navigium celeritate A D: B vero, respectu ripæ, celeritate BC: nam quia DE æqualis est AB *, demptâ communi D B, erit B E æqualis A D; movetur ergo navigium celeritate BE; B autem in navigio celeritate EC; unde, respectu ripæ, movebitur B celeritate B C, sicut diximus: Necesse est igitur, ejusdem ripæ respectu, discedere ipsa ab occursu, A quidem celeritate C D, B vero celeritate C E, positum enim fuit ab initio, si A tendat ad occursum celeritate A C, & B celeritate B C,

Vide Fig. 7.

* Prop. IV.

discedere post impulsum, A quidem celeritate CD, B vero, celeritate CE. Dum ergo A, respectu ripæ movetur celeritate CD, navigium vero celeritate AD, fiet, ut in navigio feratur A celeritate CA. Item quum B ripæ respectu moveatur celeritate CE, & navigium celeritate AD seu BE, erit ipsius B in navigio celeritas CB. Quæ igitur in navigio ferebantur ad occursum celeritatibus DC, BC, ea in navigio referri ostensum est celeritatibus CA, CB unde ubivis idem contingere necesse est, & constat propositum.

PROPOSITIO VI.

Corporibus duobus sibi mutuo occurrentibus non semper post impulsum eadem motus quantitas in utroque simul sumpto conservatur quæ fuit ante, sed vel augeri potest vel minui.

Quantitas motus sic æstimatur, ut in corporibus inæqualibus æque celeriter motis, tanto majorem motus quantitatem quodque constituat, quanto majus est. In corporibus autem æqualibus inæquali celeritate motis, quanto alterum altero est velocius: ut igitur quod propositum est demonstremus.

Esto corpus A majus quam B; A vero quiescat & B ad ipsum feratur celeritate BA: movebitur igitur A, * & aliquam celeritatem acquiret, puta AC. revertetur autem B celeritate AD, ita ut tota celeritas CD, quam mutuo respectu habebunt æqualis sit celeritati AB. * Quod si igitur corpus A ipsi B æquale esset, eadem motus quantitas existeret post impulsum atque ante; etenim manifestum est eandem constitui, sive duo corpora ipsi B æqualia moveantur, alterum celeritate AD, alterum celeri-

* Prop. III. Vide Fig. 8.
* Prop. IV.

leritate A C, sive solum B moveatur celeritate C D seu BA. atqui corpus A majus est quam B, ergo apparet majorem motus quantitatem constitui quum post impulsum corpus A fertur celeritate AC, & corpus B, celeritate A D, quam antea, quum solum B haberet celeritatem BA. Rursus quod minui possit motus quantitas sic ostenditur. Etenim si occurrente B, corpori A, quiescenti, celeritate BA, acquiritur ipsi A celeritas AC, remanetque in B celeritas A D: fiet vicissim, si A adveniat celeritate C A, B vero ex adverso celeritate D A, ut A, post contactum, motus expers remaneat, B vero resiliat celeritate A B *; unde, ex iis quæ antea ostensa sunt, minor jam motus quantitas erit post concursum quam fuerat ante.

* Prop. v.

Propositio VII.

Si corpus majus minori quiescenti occurrat, minorem ei velocitatem dat quam duplam suæ.

Occurrat corpus A celeritate A B, minori quiescenti B: dico ipsi B minorem imprimi celeritatem quam sit dupla A B. Quia enim post impulsum eadem celeritate A B a se invicem discedere debent corpora *, necesse esset si dupla fieret celeritas corporis B celeritatis AB, ut A, post impulsum, eâdem celeritate A B corpus B insequeretur, quod fieri non potest †: si vero major quam dupla, oporteret ut A, post impulsum, majori celeritate quam AB moveri pergeret; quod similiter absurdum est; quare constat propositum.

Vide Fig. 9.
* Prop. IV.
† Hyp. IV.

Sicuti de corporibus æqualibus ostensum fuit in universum, qua ratione alterum alteri motum transferat, eo concesso quod æqualia æquali celeritate sibi impa-

cta æqualiter quoque resiliant. Ita, in diversæ magnitudinis corporibus, omnes casus determinari possunt, qui quidem plurimi existunt, hoc quod sequitur posito. Nimirum, si inæqualia duo corpora ad occursum mutuum ferantur, celeritates autem magnitudinibus contrariâ ratione respondeant, quod tum singula a contactu, eadem quâ venere celeritate, retrorsum agantur.

Veluti si A sit triplum ad B: celeritas autem BC, quâ movetur B sit tripla celeritatis AC quâ movetur A; quod facto concursu in C, corpus utrumque, eâdem quâ prius ferebatur celeritate, revertatur. Cæterum, quia hoc non æque evidens est (licet a ratione non alienum, experimentisque apprime consentiens) atque illud quod circa æqualia corpora assumptum fuit, demonstratione ipsum confirmare conabimur.

Vide Fig. 10.

Constat sane, quoties corpora duo gravia deorsum feruntur motu naturaliter accelerato, duplicatam esse rationem spatiorum ab ipsis peractorum rationis maximorum graduum celeritatis ipsis acquisitæ. Hoc enim a Galilæo demonstratum est, dialogo de motu tertio, & experimentis innumeris exquisitissimisque deprehensum: uti hoc quoque, quod celeritas cadenti corpori acquisita, possit ipsum ad eandem, unde descendit, altitudinem restituere. Quorum etiam utriusque demonstrationes, in iis quæ de horologio scripsimus, exhibentur. Hinc autem dictum theorema jam demonstrari poterit.

PRO-

Propositio VIII.

Si corpora duo sibi ex adverso occurrant, quorum magnitudinibus celeritates contrariâ ratione respondeant, utrumque eâdem quâ accessit celeritate resiliet.

Occurrant sibi corpora A & B, quorum illud quam hoc majus sit, & quam rationem habet magnitudo A, ad magnitudinem B, eandem habeat celeritas corporis B, quæ sit BC, ad celeritatem corporis A, quæ sit AC. ostendendum est, post contactum mutuum, utrumque eâdem quâ venit celeritate reverti, nempe A, celeritate CA, B vero, celeritate CB: constat autem, si A reflectatur celeritate CA, etiam B reflecti celeritate CB, quia alioqui non eadem esset mutuo respectu celeritas recedendi, quæ fuit appropinquandi. Si igitur corpus A non revertitur celeritate CA, resiliat primò, si fieri potest, celeritate minori CD; ergo B resiliet celeritate CF, majori quam quâ advenerat, ita ut DE, sit æqualis AB*. Ponamus corpus A acquisivisse celeritatem priorem AC, quâ tendebat ad occursum, cadendo ex altitudine HA, ut nimirum postquam descenderit usque in A, motum perpendicularem mutaverit in horizontalem cujus celeritas AC; corpus autem B acquisivisse similiter celeritatem BC, cadendo ex altitudine KB; sunt igitur hæ altitudines in celeritatum ratione duplicatâ, hoc est, sicut quadratum AC ad quadratum CB, ita HA ad KB. Quod si deinde, post occursum, corpora A & B motus suos Horizontales, quorum celeritates metiuntur CD, CE, convertant in motus perpendiculares sursum; constat corpus A perventurum ad altitudinem AL, ita ut sit AL, ad AH, sicut quadratum

Vide Fig. II.

* Prop. IV.

* Prop. IV.

CD. ad quadratum CA. Quando enim hujusmodi rationem habet A L ad AH, certum est corpori decidenti ex altitudine LA, acquiri velocitatem C D: unde & vicissim, velocitatem habens C D, attingere poterit altitudinem A L, per ea quæ superius posita fuere; corpus autem B convertendo celeritatem C E in motum perpendicularem sursum, perveniet ad altitudinem B M, ut sit M B ad K B sicut quadratum CE ad quadratum CB. Jungantur HK, LM quæ necessario se mutuo secabunt, puta in P; & dividantur utraque similiter in N & O, ut, sicut magnitudo B ad A, hoc est, sicut A C ad C B, ita sit H N ad NK, itemque LO ad OM. Itaque cum corporis A, centrum gravitatis positum est in H, & corporis B centrum gravitatis in K, compositæ ipsorum gravitatis centrum est in puncto N. Postquam vero ex H & K deciderunt, ac post mutuum occursum rursus in altum sese sustulere usque in L & M, centrum compositæ ex ipsis gravitatis erit in O: quod fieri non potest; quoniam, ut mox ostendemus, altius est punctum O quam N: certissimum enim in mechanicis est axioma, motu corporum qui a gravitate ipsorum proficiscitur, centrum commune gravitatis ipsorum non posse attolli. Quod autem punctum O sit altius quam N, sic ostenditur. Excessus quadrati EC supra quadratum B C, æqualis est * duobus rectangulis CBE, cum quadrato BE, hoc est, rectangulo quod fit ex duabus E C, C B tanquam unâ, & BE. Similiter excessus quadrati AC, supra quadratum CD, æquatur rectangulo sub duabus AC & CD tanquam unâ, & AD. Est autem AD æqualis BE, quum sit AB æqualis DE. Itaque patet illum excessum, nempe quadratorum E C, C B, ad hunc excessum quadratorum AC, CD, sese habere; sicut utraque simul EC, CB ad utramque simul AC, CD. Quum autem majores sint

* Eucl. l. II. Prop. IV.

sint duæ EC & CB quam dupla CB; at duæ simul AC CD minores quam dupla AC, major utique erit ratio duarum simul EC, CB, ad utramque simul AC, CD, quam CB ad CA, ergo & excessus quadrati EC, supra quadratum CB, ad excessum quadrati AC supra quadratum CD majorem habet rationem quam BC ad CA. Quia vero, sicut quadratum EC ad quadratum CB, ita est MB ad BK longitudine; erit dividendo, ut excessus quadrati EC, supra quadratum CB, ad quadratum Cd ita MK ad KB: sicut autem quadratum CB ad quadratum CA, ita est KB linea ad HA: utque quadratum CA ad excessum suum supra quadratum CD, ita HA ad HL, erat enim ut quadratum AC, ad quadratum CD, ita HA ad AL: Itaque, ex æquo erit, sicut excessus quadrati EC supra quadratum CB, ad excessum quadrati AC supra quadratum CD, ita MK ad HL. Quare major quoque erit ratio MK ad HL, quam BC ad CA. Est autem ut MK ad HL, ita MP, ad PL; ut autem BC ad CA ita MO ad OL. Ergo major quoque ratio MP ad PL, quam MO ad OL; &, componendo, major ratio ML ad LP, quam ML ad LO. Itaque LO major quam LP; unde liquet punctum O cadere ad eam partem intersectionis P, quæ est versus M; quæ autem conjungit puncta ON, parallela est perpendicularibus MB, HA, quoniam iis punctis rectæ LM, HK secundum eandem rationem dividuntur. Igitur sicut sublimius est M quam K, ita quoque O sublimius esse apparet quam N. Quod supererat demonstrandum.

Jam si fieri potest reflectatur ab occursu corpus A celeritate CD, majori quam CA, quâ ad occursum pergebat. Erit autem CD minor quam CB, quæ fuit celeritas corporis B ante occursum. Etenim si B non esset minus quam A sed ipsi æquale, tum demum A ab impulsu

Vide Fig. 12.

* Prop. II. pulsu recederet celeritate C B *; reflectetur autem B ab
* Prop. IV. occursu celeritate C E, ita ut D E sit æqualis A B *. Jam cætera facta intelligantur, constructioque peracta sicut in casu præcedenti, eveniet igitur ut L sit sublimius quam H, quoniam DC major quam A C: utque M, sit humilius quam K, quoniam EC minor quam CB. Porro ostendetur sicut prius, differentiam quadratorum D C, C A esse ad differentiam quadratorum B C, C E, ut duæ simul AC, C D, ad duas E C, C B. Quum vero hæ sint simul minores quam dupla C B, illæ vero majores quam dupla AC, erit major ratio duarum simul AC, CD ad duas E C, C B, quam AC ad CB. Itaque differentia quadratorum D C; C A, ad differentiam quadratorum B C, C E, majorem habet rationem, quam AC ad C B. Ut autem dicta differentia, ad dictam differentiam, ita demonstrabitur rursus esse L H ad K M. Ergo major quoque ratio L H ad KM, hoc est, LP ad PM, quam AC ad CB, hoc est, quam L O ad O M; quamobrem punctum O cadet ad eam partem intersectionis P quæ est versus L. O N autem, sicut ante, parallela est LH. Ergo sicut punctum L sublimius est quam H, etiam O sublimius erit quam N, hoc autem, ob eandem quam in casu præcedenti diximus rationem, absurdum est.

Quod si vero dicatur consistere post occursum corpus A, solumque B reflecti, reflectetur ergo celerita-
* Prop. IV. te A B *, quoniam etiam ante occursum corpora habuere celeritatem A B respectu mutuo. Ponendo autem, sicut ante; celeritatem B C corpori B acquisitam esse cadendo ex altitudine K B, sequitur, si fiat ut quadratum C B ad quadratum A B, ita B K ad B M longitudine; ipsam B M fore altitudinem ad quam assurgere poterit
Vide Fig. 13. corpus B, si convertat motum horizontalem, quo fertur celeritate A B, in motum perpendicularem sursum.

Cor-

Corpus autem A, cum, post occursum, motus expers dicatur, manebit in rectâ AB. Itaque si jungatur MA, seceturque in O ut sit AO ad OM, sicut AC ad CB, erit punctum O ad cujus altitudinem ascendet centrum gravitatis ex utroque corpore compositæ. Positis autem corporibus in H & K, unde decidisse ponuntur, erat ipsorum commune gravitatis centrum in puncto N, quod similiter dividit rectam HK, secundum rationem AC ad CB; itaque si rursus ostendatur punctum O sublimius esse puncto N, ad idem quod superius absurdum deducta erit demonstratio. Illud vero sic ostenditur. Quum sit ut quadratum AB ad qu. BC, ita MB ad BK longitudine, erit dividendo, sicut excessus quadrati AB supra qu. BC ad qu. BC, ita MK ad KB; sicut autem qu. BC ad qu. CA, ita & KB ad HA, namque positum hoc est, sicuti in casu primo; igitur ex æquo sicuti excessus quadrati AB supra qu. BC ad qu. CA, ita erit MK ad HA; excessus autem dicti ad qu. CA, omnino major est ratio quam recta BC ad CA: itaque & MK ad HA, hoc est, MP ad PA, major erit ratio quam BC ad CA, hoc est, quam MO ad OA. Et componendo igitur major ratio MA, ad AP, quam MA ad AO; unde liquet punctum O cadere ad eam partem intersectionis P quæ est versus M. Est autem M altius quam K: ergo quum ON sit necessario parallela ipsi MK, erit quoque punctum O altius quam N: quod ostendere reliquum erat.

Si denique dicatur corpus A post occursum versus eandem partem pergere moveri celeritate CF, ea quidem non major erit quam AC quâ ante occursum movebatur: debebit autem corpus B ipsum præcurrere celeritate CG, cujus supra celeritatem CF excessus FG æqualis sit AB *. At hoc fieri non posse sic constabit: su-

*Vide Fig. 14. Prop. IV.

ſumatur CD æqualis CF; deinde DE æqualis AB; fit igitur CE minor quam ED quanto CG eâdem ED, ſive FG, major eſt; quum autem, ponendo, ut in caſu primo, corpus A, ab occurſu retro verſum fuiſſe celeritate CD, evincatur ne quidem celeritatem CE corpori B convenire poſſe, quin ad abſurdum deveniatur, ut nimirum converſis motibus qui ſecundum Horizontem ſunt, in motus perpendiculares, altius aſcendat corporum compoſita gravitas quam unde deſcenderat; idem multo magis fieri neceſſe eſt ſi corpus B celeritatem CG adhuc multo majorem quam CE acquirat, A vero celeritatem CF habeat ipſi CD æqualem. Igitur neque perget moveri corpus A, poſt occurſum, in eandem partem. Quamobrem ſupereſt ut retro feratur celeritate CA quantâ prius ad occurſum tetendit: atque ideo B quoque reſiliet celeritate CB. Quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO IX.

Datis corporibus duobus inæqualibus, directè ſibi occurrentibus, quorum utrumque vel alterum tantum moveatur, datâque utriuſque celeritate, vel unius, ſi alterum quieſcat; invenire celeritates quibus utraque poſt occurſum ferentur.

Vide Fig. 15.

Moveatur corpus A dextram verſus celeritate AD: B vero, vel in partem contrariam moveatur, vel in eandem partem præcedat celeritate BD, vel denique quieſcat, hoc eſt, cadat punctum D in B. Erit igitur ipſis mutuo reſpectu celeritas AB.

Dividatur AB in C ut ſit AC ad CB, ſicut B ad A magnitudine, & ſumatur ipſi CD æqualis CE. Dico EA fore

fore celeritatem corporis A post occursum, EB vero corporis B, idque in eam partem quam demonstrat ordo punctorum EA, EB. Quod si in A incidat punctum E, ad quietem redigetur corpus A; si vero E incidat in B, quiescet corpus B.

Si enim hæc ita contingere ostenderimus in navi quæ æquabili celeritate provehitur, constabit & in terrâ stanti eodem modo eventura. Intelligatur itaque navis ferri juxta ripam fluminis, in quâ consistens vector sustineat manibus F, G, globos A, B, ex filis suspensos, quos ita movendo celeritatibus AD, & BD, respectu nimirum sui navisque, concurrere faciat in puncto D, navis autem pergere ponatur celeritate DC, in partem eam quam ostendit ordo punctorum DC; eveniet igitur ut, respectu ripæ & spectatoris in eâ stantis, globus A moveatur celeritate AC dextram versus, quia respectu navis habebat celeritatem AD. Globus autem B cum in navi habeat celeritatem BD, habebit, respectu ripæ, celeritatem BC sinistram versus. Quod si igitur spectator in ripâ stans prehendat manibus suis HK, manus vectoris FG, cumque iis capita filorum quibus corpora AB sustinentur; apparet dum vector, sui respectu, illa movet celeritatibus AD, BD, simul eum qui in ripâ consistit illa movere, respectu sui & ripæ, celeritatibus AC, BC, quæ celeritates quum sint in proportione reciprocâ ipsarum magnitudinum, necesse est ut corpora A, B, ejusdem spectatoris respectu, resiliant a contactu iisdem celeritatibus CA, CB, ut in præcedentibus demonstratum fuit. Navis autem semper progreditur celeritate DC sive CE; idque secundum ordinem punctorum CE; igitur necesse est ut A moveatur, navigii & vectoris respectu, celeritate EA, in partem eam, quam designat ordo punctorum EA. B vero, ejusdem

Vide Fig. 15.

navigii respectu, celeritate EB, secundum ordinem item punctorum EB; cum autem E incidit in A, vel B, apparet corpus A vel B post occursum, pari celeritate cum navi ipsâ, inque eandem partem ferri: unde illa eis casibus, respectu navis & vectoris, quiescere necesse est. Itaque ostendimus corpora A & B, quæ in navi movebantur ad occursum celeritatibus AD, BD, post occursum in eâdem navi moveri celeritatibus EA, EB, secundum ordinem horum punctorum. Quod autem in navi contingit, idem in terrâ consistenti, uti diximus, evenire certum est. Igitur constat propositum. Ad calculi vero usum licebit ex constructione hujus problematis formare regulas sequentes.

Si fuerint duo corpora A & B, quorum utrumque moveatur; ad inveniendam celeritatem corporis A post impulsum, fiat, ut summa corporum ad duplum corporis B, ita celeritas, quam habent respectu mutuo, ad aliam celeritatem quæ dicatur C: differentia inter hanc & celeritatem corporis A ante impulsum, vel uno casu eorum summa, cum nimirum A in motu præcedit, efficiet celeritatem, quâ hoc ipsum post occursum movebitur, regrediendo quidem si excessus fuerit penes C, at pergendo si contra. Quod si nulla sit differentia, corpus A post occursum quiescet.

Inventâ autem celeritate corporis A, etiam corporis B celeritas innotescit, ex eo quod mutuo respectu eadem debeat esse corporum celeritas post atque ante occursum.

Si corpus A quiescens detur, solumque B versus ipsum moveatur, apparet celeritatem ipsius A post occursum, fore æqualem celeritati C, ita, ut jam diximus, inventæ. Hinc vero & theorema sequens deducitur.

Propositio X.

Celeritas quam majus corpus dat minori quiescenti, ad eam quam simili velocitate minus imprimit quiescenti majori, eandem habet rationem quam majoris magnitudo ad minoris magnitudinem.

Esto corpus A majus quam B, & ponamus quiescenti A, si impellatur a corpore B, moto velocitate BA, tribui velocitatem AC. Ipsi vero B quiescenti, si impellatur a corpore A, pari velocitate AB, dari velocitatem BD: dico ut A ad B magnitudine, ita esse celeritatem BD ad AC.

Vide Fig. 16.

Quia enim celeritas BD est ad duplam celeritatem AB ut corpus A ad utrumque simul B & A *; sicut autem utrumque B & A ad B, ita dupla celeritas AB ad celeritatem AC *, erit ex æquo celeritas BD ad celeritatem AC, sicut corpus A ad B; quod erat demonstrandum.

* Prop. IX.

* Prop. IX.

Propositio XI.

Duobus corporibus sibi mutuo occurrentibus, id quod efficitur ducendo singulorum magnitudines in velocitatum suarum quadrata, simul additum, ante & post occursum corporum æquale invenitur: si videlicet & magnitudinum & velocitatum rationes in numeris lineisve ponantur.

Sint corpora A & B, quorum A moveatur, ante occursum, celeritate AD; B vero, celeritate BD. Post occursum autem sit inventa, per antecedentem, corporis A celeritas EA, & corporis B, celeritas EB: divi-

Vide Fig. 17.

dendo nempe AB in C, ut ſit ſicut A ad B ita BC ad CA, & poſitâ CE æquali CD. Quia igitur ratio magnitudinis A ad B, deſignatur ratione lineæ CB ad CA; oſtendendum eſt ſolidum ex lineâ CB in quadratum AD, una cum ſolido è rectâ CA in quadratum BD, æquari aggregato ſolidi ab eâdem CB in quadratum EA, & ſolidi è rectâ CA in quadratum EB. Atqui, ſi ſint quatuor magnitudines, quarum prima ſecundam tantum exſuperet, quantum tertia quartam, vel quarum prima tantundem à ſecundâ deficiat atque tertia à quartâ; certum eſt, primam cum quartâ æquari ſecundæ & tertiæ. Itaque conſtabit propoſitum, ſi oſtenderimus ſolidum a quadrato AD in rectam CB tantum excedere vel ſuperari a ſolido ex quadrato EA in eandem CB, quantum quod fit a quadrato EB in rectam CA, ſimul excedit vel ſuperatur a ſolido ex quadrato BD in eandem CA. Hoc vero ſic oſtenditur.

Vide Fig. 17.

Omni caſu aut punctum C cadit inter A & D, aut D inter A & C. Quoties C ſitum eſt inter A & D æquabitur AD duabus ſimul AC, CD; AE vero, earundem differentiæ; nam CE, æqualis eſt CD, unde tunc ſemper major erit AD quam AE. Iiſdem vero caſibus erit BE æqualis duabus ſimul BC, CE; at BD earum differentiæ; ac proinde ſemper major BE quam BD. At quoties D cadet inter A & C, erit AE æqualis duabus ſimul AC, CE; AD vero, ipſarum differentiæ; ac proinde AE major quam AD. Sed & BD hiſce caſibus major erit, quam BE, quoniam illa æquabitur duabus ſimul BC, CD; hæc vero earundem differentiæ. Itaque apparet quoties AD major eſt quam AE, etiam BE majorem eſſe quam BD; quoties autem AE major quam AD, etiam majorem eſſe BD quam BE.

Porro quoniam DE ex æquo diviſa eſt in C, quomodocunque

docunque sese habeat punctum A, erit semper differentia quadratorum AD, AE æqualis quadruplo rectangulo ACD vel ACE, per 8 secundi elementorum; sumendo nimirum pro lineâ utcunque sectâ, in primo & quinto casu, AC quæ dividitur in E: in secundo & octavo, AC quæ dividitur in D, in tertio & quarto casu EC quam secat A: in sexto & septimo, ubi nullum est quadratum AE, apparet pro dictâ differentiâ esse quadratum AD, quod similiter æquari constat quadruplo rectangulo ACD vel ACE. Eâdem ratione propter Bisectionem lineæ DE in C, quomodocunque se habeat punctum B, erit semper differentia quadratorum BE, BD æqualis quadruplo rectangulo BCD, vel BCE. Est autem, propter communem altitudinem, quadruplum rectangulum BCD, ad quadruplum rectangulum ACD, quod æquale erat differentiæ quadratorum AD, AE, sicut BC, ad AC. Igitur differentia quadratorum BE, BD ad differentiam quadratorum AD, AE, ut BC ad AC. Quamobrem quod fit ex differentiâ quadratorum AD, AE, in rectam BC, quod ipsum est differentia solidorum ex quadrato AD in BC, & ex quadrato AE in BC, æquale est ei quod fit ex differentiâ quadratorum BE, BD in rectam AC, hoc est, differentiæ solidorum ex quadrato BE in AC, & ex quadrato BD in AC.

Semper autem cum quadratum AD superat vel deficit a quadrato AE, etiam quadratum BE simul superat vel exceditur a quadrato BD. Ergo apparet solidum ex quadrato AD in BC, semper tantum excedere vel superari ab eo quod fit ex quadrato AE in BC, quantum id quod ex quadrato BE in AC, simul excedit vel superatur ab eo, quod ex quadrato BD in AC: quod erat demonstrandum.

LEM-

LEMMA I.

Recta AB *secta sit in* C *&* D *ita ut segmentum* AC *minus sit quam* CD, *&* CD *minus quam* BD. *Dico rectangulum ex* AD, CB, *minus esse quam duplum utriusque simul rectanguli* ACD, CDB.

Vide Fig. 18.

Describatur super segmentum CD quadratum CGND, & producatur CG usque in E, ut GE sit æqualis CA, & perficiatur rectangulum ECBF, & producantur DN in K, & GN in H. Quoniam igitur CG est æqualis CD, & GE æqualis AC, erit tota CE æqualis AD. Itaque rectangulum CF est id quod sub AD, CB continetur. Rectangulum vero EN æquale rectangulo ACD, & rectangulum NB, æquale rectangulo CDB; oportet igitur ostendere quod rectangulum CF minus est quam duplum utriusque simul rectanguli EN, & NB; sumatur GL æqualis GE, & agatur LM parallela AB; quia autem minor est GL quam GC (nam GE sive AC minor est quam CD) cadet LM inter GH & CB.

Jam quia CD minor est quam DB, erit rectangulum LD minus quam rectangulum DM. At LN æquale est rectangulo NE, & rectangulum NM æquale est rectangulo NF, ideoque duo simul rectangula LN & NF æqualia duobus NE & NM, itaque si æqualibus inæqualia addantur, nimirum rectangulis LN & NF, rectangulum LD, & rectangulis NE, NM, rectangulum MD, fiet quod ex illis componitur nempe quadratum CN cum rectangulo NF minus quam quod ex his componitur, nempe rectangulum NB cum rectangulo NE: unde quod ex omnibus simul componitur, hoc est, rectangulum CF minus apparet esse quam duplum rectangulorum NB & NE; quod erat ostendendum.

LEM-

Lemma II.

Sint tres proportionales rectæ A B, A C, A D, quarum major A B, omnibusque adjiciatur eadem longitudo A E. Dico rectangulum ex B E, D E, majus esse quadrato C E. Quia enim proportionales sunt A B, A C, A D, erit quoque excessus B C ad excessum C D, sicut B A ad A C, sive ut C A ad A D. Major autem est ratio C A ad A D, quam C E ad E D, itaque major quoque B C ad C D quam C E ad E D; &, permutando, major ratio B C ad C E quam C D ad D E; &, componendo, major igitur ratio B E ad E C quam C E ad E D: Quamobrem rectangulum ex B E, E D, majus quadrato ex C E quod erat propositum.

Vide Fig. 19.

Propositio XII.

Si quod corpus majori vel minori quiescenti obviam pergat, majorem ei celeritatem dabit per interpositum corpus mediæ magnitudinis itidem quiescens quam si nullo intermedio ipsi impingatur. Maximam vero celeritatem tum conferet, quum corpus interpositum fuerit medium proportionale inter extrema.

Moveatur corpus A versus C quod quiescat, sitque A majus vel minus ipso C, atque inter utrumque medium ponatur corpus B immotum, & mediocris magnitudinis; ita ut A primum impellat B, B vero deinde impellat C dico majorem motum sic acquiri corpori C, quam si simpliciter ei occurrisset A. Quam rationem inter se habent corpora A, B, C, eandem habeant rectæ D E, E H, H K, sitque L P celeritas corporis A, cu-

Vide Fig. 20.

jus dupla sit LQ; si igitur fiat sicut utraque simul DE, EH ad DE, ita LQ, ad MR; erit MR, celeritas acquisita corpori quiescenti B cum pellitur ab A. * sit MS dupla ipsius MR, Rursus igitur si sit, ut utraque simul EH, HK ad EH ita MS ad N, erit N celeritas corporis C postquam impulsum est ab B celeritate MR. * Si vero ut utraque simul DE, HK ad DE ita sit LQ ad O, erit O celeritas corporis C quæsita si pellatur a corpore A celeritate LP. Itaque demonstrandum est majorem esse celeritatem N quam O.

*Prop. IX.

*Prop. IX.

Ratio LQ ad N composita est ex rationibus LQ ad MR & MR ad N. Ratio autem LQ ad MR eadem est rationi HD ad DE. Et ratio MR ad N eadem rationi KE ad duplam EH. Est enim ut KE ad EH, ita SM ad N, unde KE ad duplam EH ut SM ad 2 N, hoc est, ut RM ad N. Ergo ratio LQ ad N componetur ex rationibus HD ad DE, & KE ad duplam EH, ac proinde erit ea quæ rectanguli HD, KE ad duplum rectangulum DEH. Ratio autem LQ ad O est ea quam habet utraque simul DE, HK ad DE, ex constructione, hoc est, sumpta communi altitudine EH, quam habent utraque simul rectangula DEH, EHK, ad rectangulum DEH, vel quam illa bis sumpta ad duplum rectangulum DEH. Est autem rectangulum HD, KE, minus quam duplum rectangulorum DEH, EHK *. Ergo minor erit ratio rectanguli HD, KE, ad duplum rectangulum DEH, quam rectangulorum DEH, EHK, bis sumptorum, ad idem duplum rectangulum DEH. Quam autem rationem habet rectangulum HD, KE ad duplum rectangulum DEH, eam dictum est habere LQ ad N. Et quam rationem habet duplum rectangulorum DEH, EHK, ad duplum rectangulum DEH, eam ductum est habere LQ ad O. Igitur minor erit ratio LQ ad N quam LQ ad O, ac proinde N major quam O.

*Lemm. I.

Esto jam B proportione medium inter A & C, dico hac ratione maximam omnium celeritatum corpori C collatum iri.

Nam, si fieri potest, interposito primum loco B, corpore majori X, ita ut A pellat X, X autem pellat C, dicatur major sic celeritas acquiri corpori C, quam si interponatur B. Et sicut A ad X, ita sit DE ad ET. Ergo ET major quam EH; positis videlicet, sicut ante, proportionalibus DE, EH, HK, in eâdem ratione quæ est corporum A, B, C. Sit autem duabus TE, HE tertia proportionalis VE: atque inveniatur porro, sicuti in præcedentibus, celeritas N corpori C acquisita per interpositum B. Similique ratione inveniatur, celeritas quæ eidem C acquiretur per interpositum X *. Nempe si fiat ut utrumque simul A & X, hoc est, ut utraque simul DE, ET ad DE, ita LQ ad IY, erit IY celeritas impressa corpori X impellente A: unde rursus si fiat ut utrumque simul X & C ad X, hoc est, ut utraque simul ET, HK ad ET ita dupla IY quæ sit ZY ad G; erit G celeritas quæsita corpori C. Quamobrem ostendendum est N majorem esse quam G.

Vide Fig. 21.

* Prop. 11.

Ratio LQ ad N, sicut antea, componi ostendetur ex rationibus HD ad DE, & KE ad duplam HE; est autem sicut KE, ad duplam HE, ita HD ad duplam ED, quia proportionales KH, HE, ED. Igitur ratio LQ ad N componetur jam ex rationibus HD ad DE, & HD ad duplam DE: ac propterea erit eadem quæ quadrati HD ad duplum quadrati DE. Ratio autem LQ ad G componitur ex rationibus LQ ad IY & IY ad G, quarum ratio LQ ad IY est eadem quæ TD ad DE ex constructione, ratio autem IY ad G eadem quæ utriusque simul KH, TE ad duplam TE; etenim ex constructione est sicut utraque simul KH, TE ad TE, ita ZY ad G,

 ideo-

ideoque, sumptis consequentium duplis, sicut duæ KH, TE, ad duplam TE, ita ZY ad duplam G, sive IY ad G, uti dictum fuit: itaque ratio LQ ad G componitur ex rationibus TD ad DE, & duarum simul KH, TE ad duplam TE: quia vero proportionales sunt DE, EH, HK, erit rectangulum DE, HK æquale quadrato EH. Sed & rectangulum EV, ET eidem quadrato EH æquale est, quoniam proportionales EV, EH, ET. Igitur rectangulum DE, HK æquale rectangulo EV, ET. Unde sicut VE ad ED ita HK ad ET, & componendo, sicut VD ad DE, ita utraque simul KH, TE ad TE; &, sumptis consequentium duplis, sicut VD ad duplam DE, ita duæ KH, TE ad duplam TE. Itaque ratio LQ ad G componitur ex rationibus TD ad DE & VD ad duplam DE, ac proinde est eadem quæ rectanguli TDV ad duplum quadratum DE. Ratio autem LQ ad N ostensa est eadem quæ quadrati HD ad duplum quadratum DE. Itaque cum rectangulum TDV majus sit quam quadratum HD, per lemma II. (sunt enim proportionales TE, HE, VE, quibus adjecta est longitudo ED) sequetur majorem esse rationem LQ ad G quam LQ ad N; adeoque majorem esse N quam G, quod erat ostendendum.

Vide Fig. 22.

Dicatur deinde interposito corpore X minori quam B, acquiri majorem celeritatem corpori C. Sit rursus ut A ad X ita DE ad ET. igitur quia jam minor ponitur X quam B, erit quoque ET minor quam EH, nam, sicut A ad B, ita est DE ad EH. De cætero autem eadem repetatur constructio & demonstratio quæ modo adhibita fuit, quâ quidem rursus celeritas N major ostendetur quam G. Itaque constat maximam celeritatem acquiri corpori quiescenti C per interpositionem corporis B quod sit medium proportionale inter A & C.

PRO-

Propositio XIII.

Quo plura corpora interponentur inter duo inæqualia, quorum alterum quiescat alterum moveatur, eo major motus quiescenti conciliari poterit. Maximus autem per unam quamque interpositorum multitudinem ita conferetur, si interposita cum extremis continuam proportionalium seriem constituant.

Sint proportionalia corpora A, B, C, e quibus A moveatur reliqua duo quiescant; itaque maximus motus acquirendus corpori C per unius corporis interpositionem est ille qui efficitur per interpositum B *. Quod autem ope duorum interpositorum major adhuc effici possit hinc constabit. Etenim si inter A & B medium proportionale interponatur D, major jam motus acquiritur corpori B quam si simpliciter a corpore A fuisset percussum; quo autem major est celeritas in B, eo & major inducetur in C. Igitur C magis movebitur per interposita corpora D, B, quam per solum B. Quod si vero in locum B aliud postea constituatur quod sit medium proportionale inter D & C, evidens est adhuc majorem motum in C transiturum, quam per interposita D B corpora. Porro quod maximus motus per interpositionem duorum corporum corpori extremo concilietur, cum A, D, B, C fuerint continue proportionalia, sic ostendetur. Principio constat celeritatem corporis C per interposita duo corpora non posse in quantumvis magnam excrescere; nam celeritas corporis D semper minor erit quam dupla celeritas A. * Item celeritas B semper minor erit quam dupla celeritas D & celeritas acquisita corpori C semper minor erit quam dupla celeritas B, adeo ut minor saltem futura sit celeritas C quam octupla celeritatis A. Itaque hinc intelligitur certam quandam celeritatem

Vide Fig. 18.

* Prop. XII.

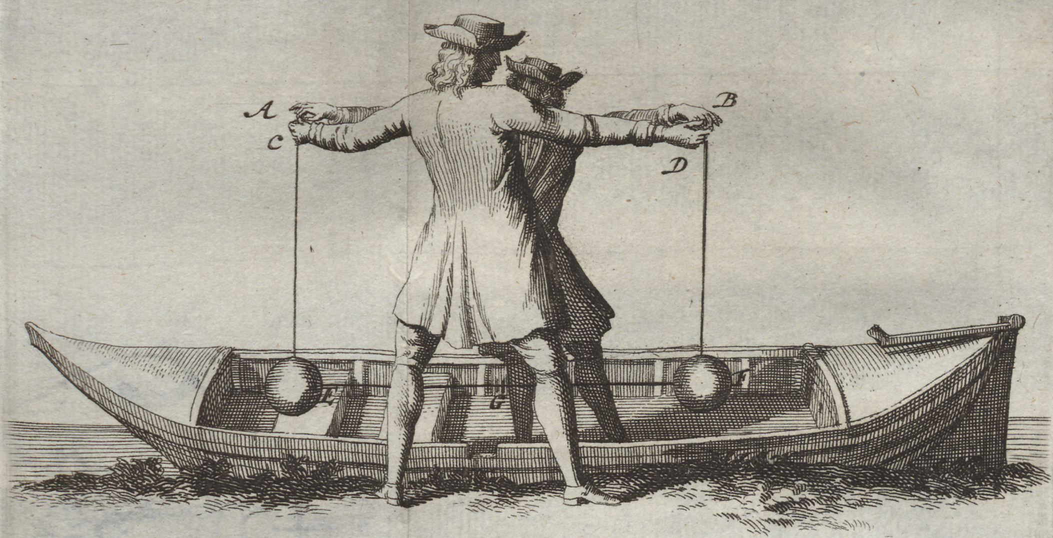
* Prop. VII.

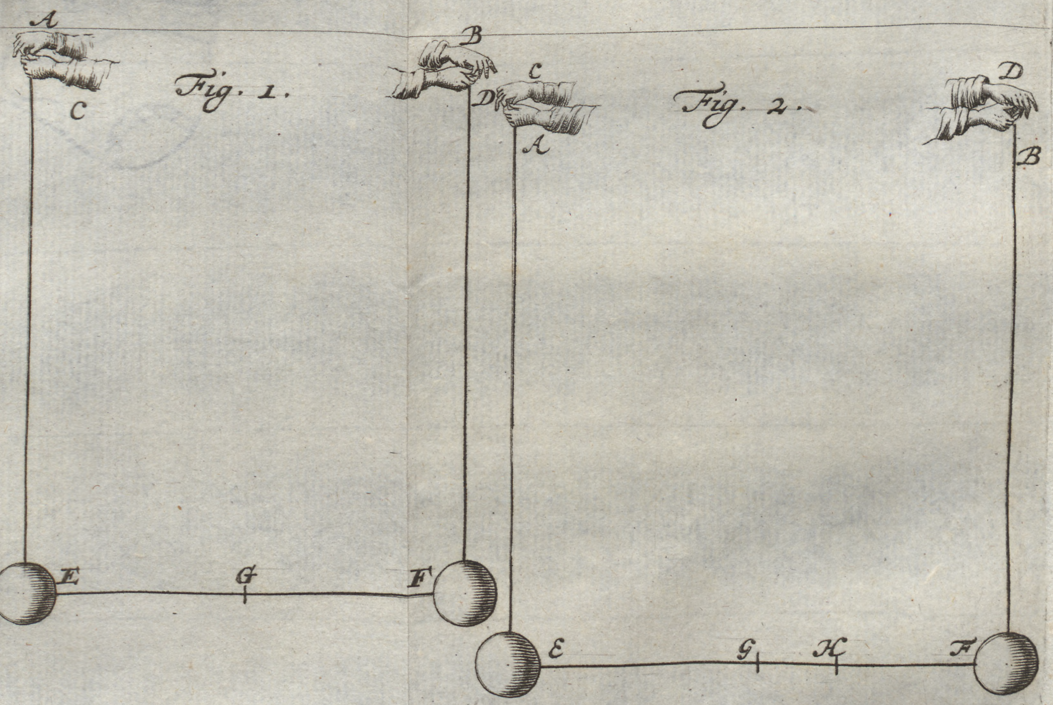
existere quâ major corpori C, per interpositionem duorum corporum, acquiri nequeat. Esto ea celeritas E, quam quidem corpori C acquisitam ponamus interpositis inter ipsum & A corporibus D, B dico A, D, B, C continue proportionalia esse. Etenim primo, si tria A, D, B non sunt proportionalia, fiet substituendo corpus aliud pro corpore D, quod medium proportionale sit inter A & B, ut major motus transeat in B quam per interpositum D. ac proinde etiam C majorem acquirit velocitatem quam per interposita D, B, hoc est, majorem quam sit velocitas E, quod absurdum est, quia posita fuit E maxima esse velocitas quam duorum corporum interpositione corpus C adipisci posset. Similiter si D, B, C non sunt proportionalia, poterit in locum B aliud medium proportionale constitui inter D, C, quo fiet ut rursus major acquiratur velocitas corpori C quam per interposita D B, hoc est, major velocitate E; quod eâdem ratione absurdum est. Itaque quum & A, D, B & D, B, C sint proportionales, erunt corpora omnia A, D, B, C in proportione continua, quod erat ostendendum. Hinc vero jam eâdem ratione ostendi poterit, interpositis inter A, C, tribus corporibus majorem adhuc motum corpori C tribui posse quam cum duo tantum interposita fuere, atque ita deinceps; similique etiam argumentatione maximus motus corpori C acquiri ostendetur cum omnium corporum continua est proportio. Itaque constat propositum.

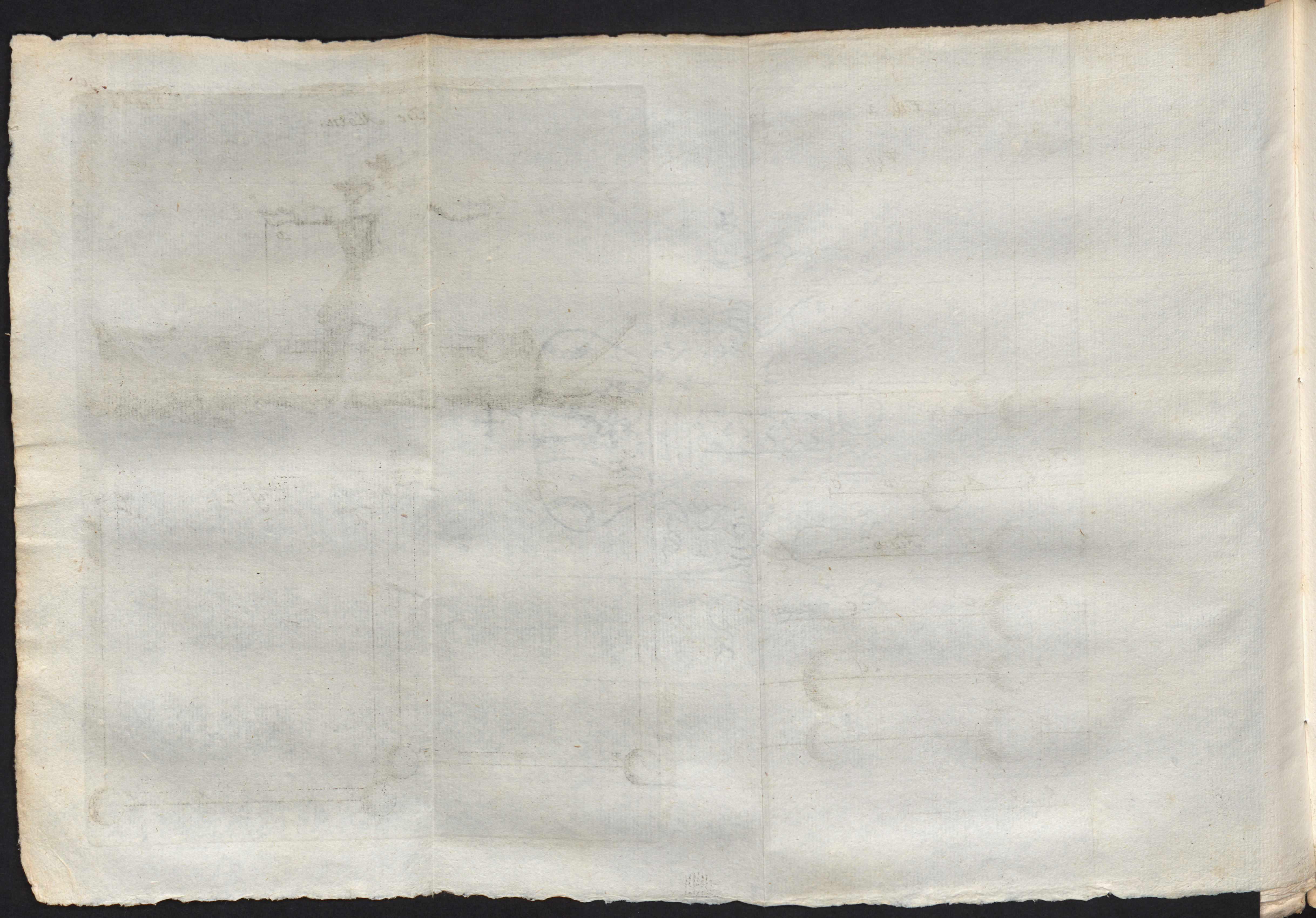
Si corpora centum ex ordine dentur in proportione duplâ, incipiatque motus a maximo, invenitur subducto calculo ad præceptum regulæ propositione nona traditæ sed in compendium redactæ, celeritas minimi ad celeritatem quâ movebatur maximum proxime ea quæ 14760000000 ad 1. Si vero a minimo motus incipiat augetur in universum motus quantitas secundum rationem proxime quæ 1 ad 4677000000000.

F I N I S.

De Motu.







De Motu. Tab: 2.

Fig: 3.

Fig: 4.

Fig: 5.

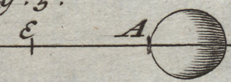
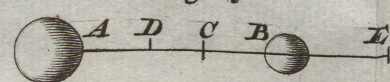
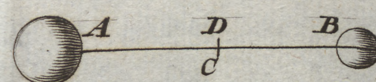
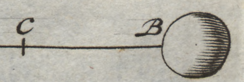
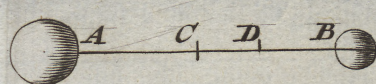


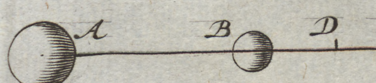
Fig: 7.

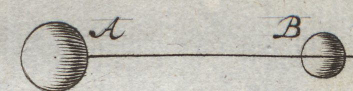
Fig: 6.

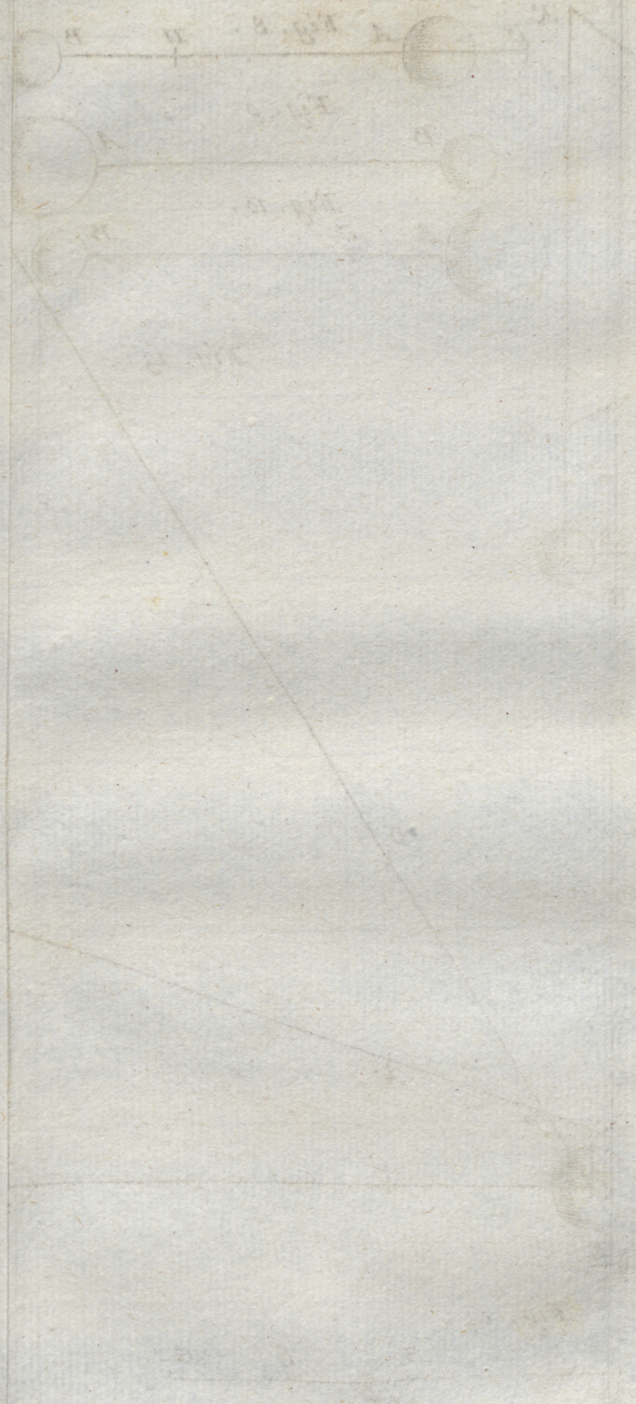










De Motu. Tab: 3.

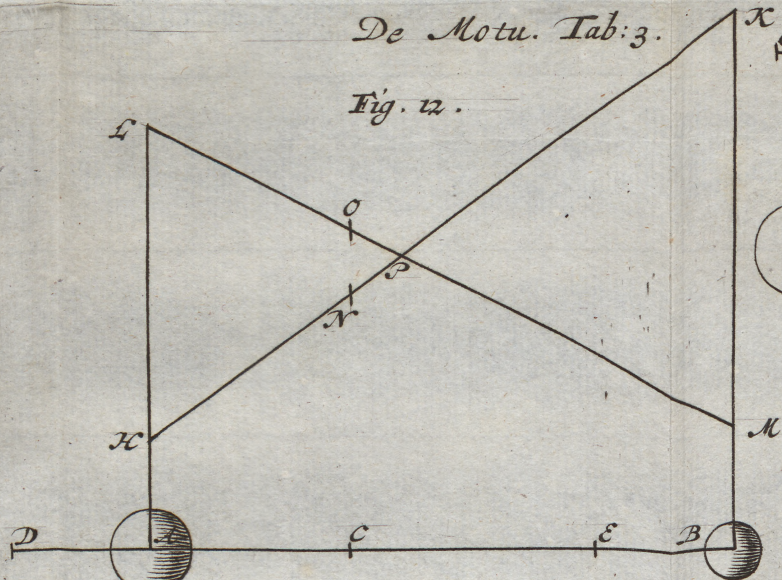
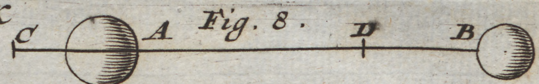


Fig. 12.
L
O
P
N
H
M
K
D
A
C
E
B


C
A
Fig. 8.
D
B

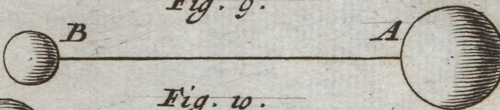


Fig. 9.
B
A

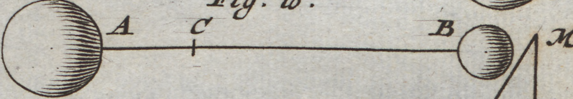


Fig. 10.
A
C
B

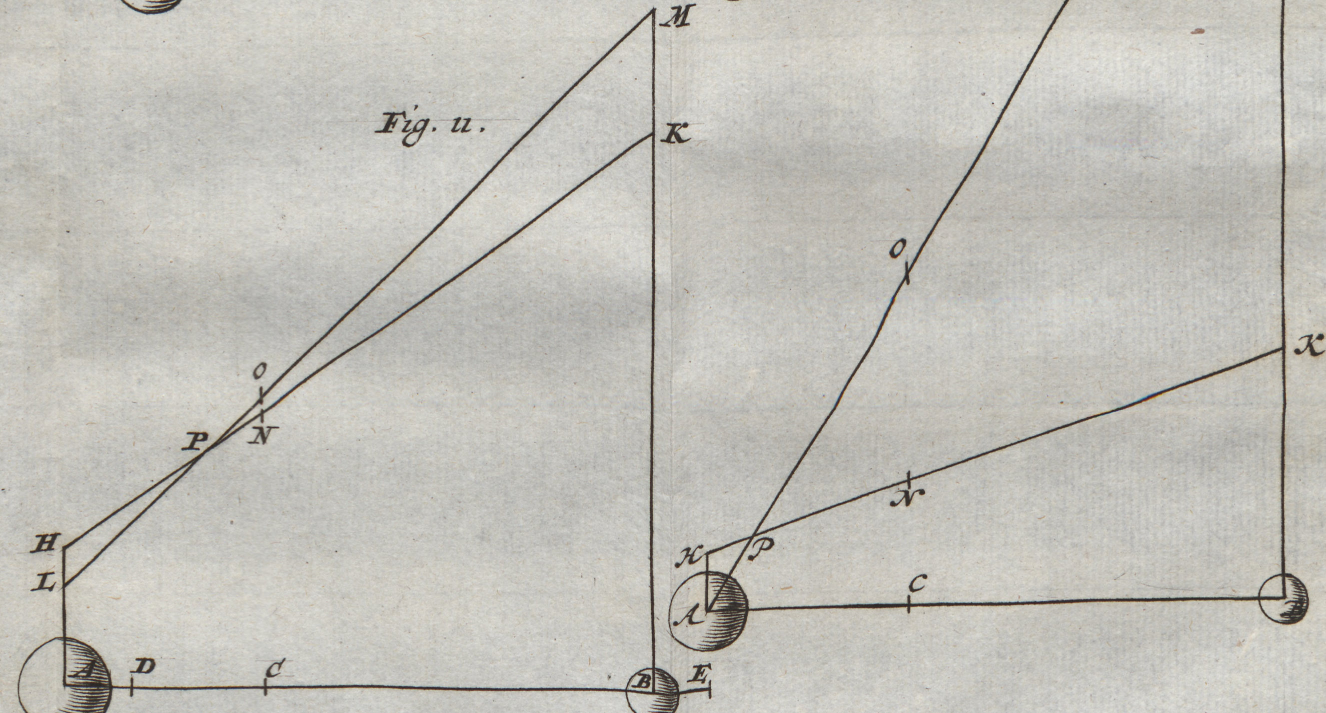
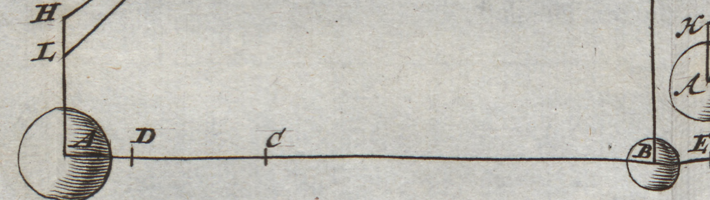


Fig. 13.
M
O
K
N
H
P
A
C
Fig. 11.
M
K
O
P
N
H
L


A
D
C
B
E

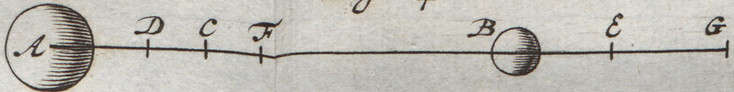


Fig. 14.
A
D
C
F
B
E
G

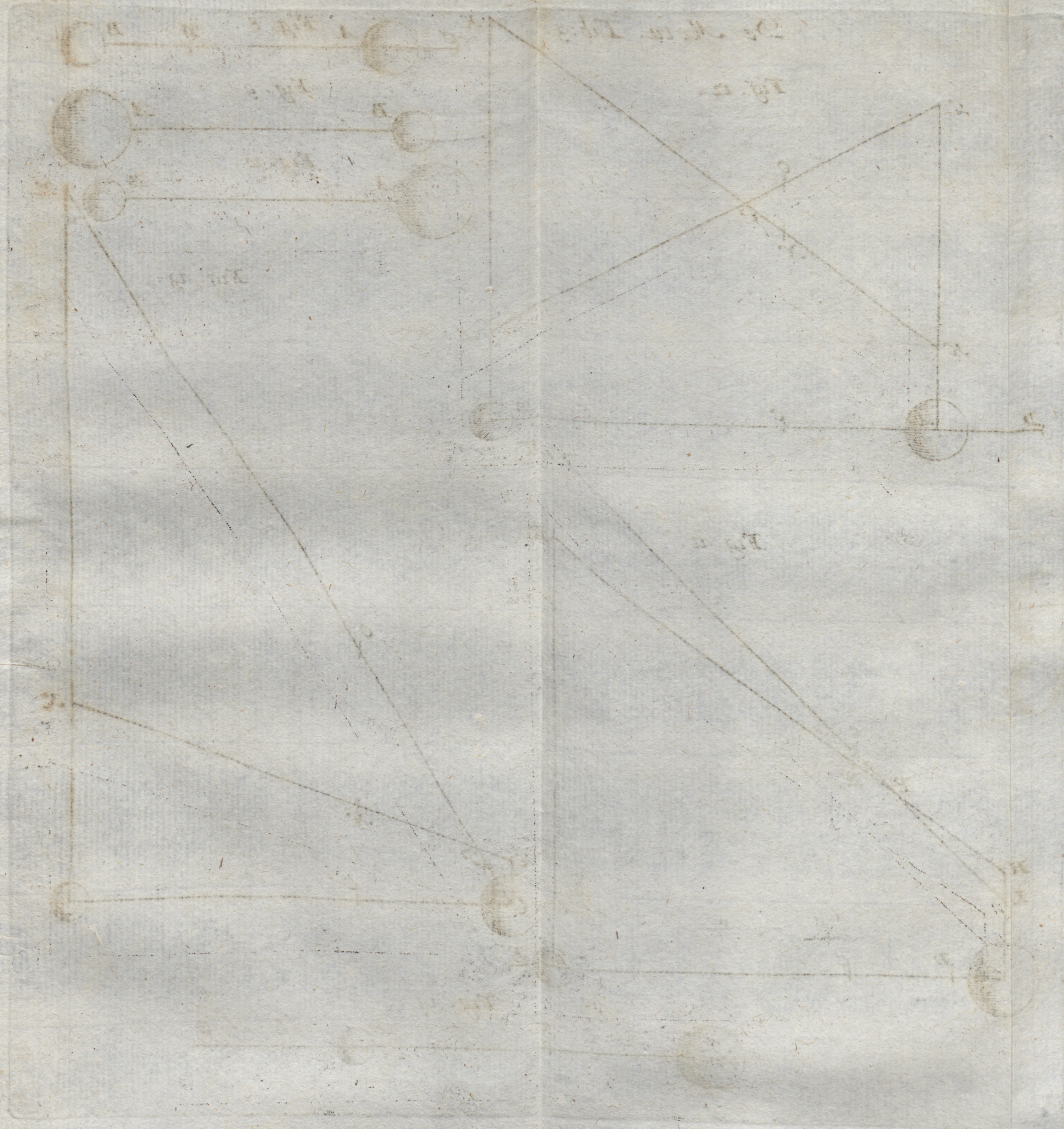


Fig. 16.

Fig. 15.

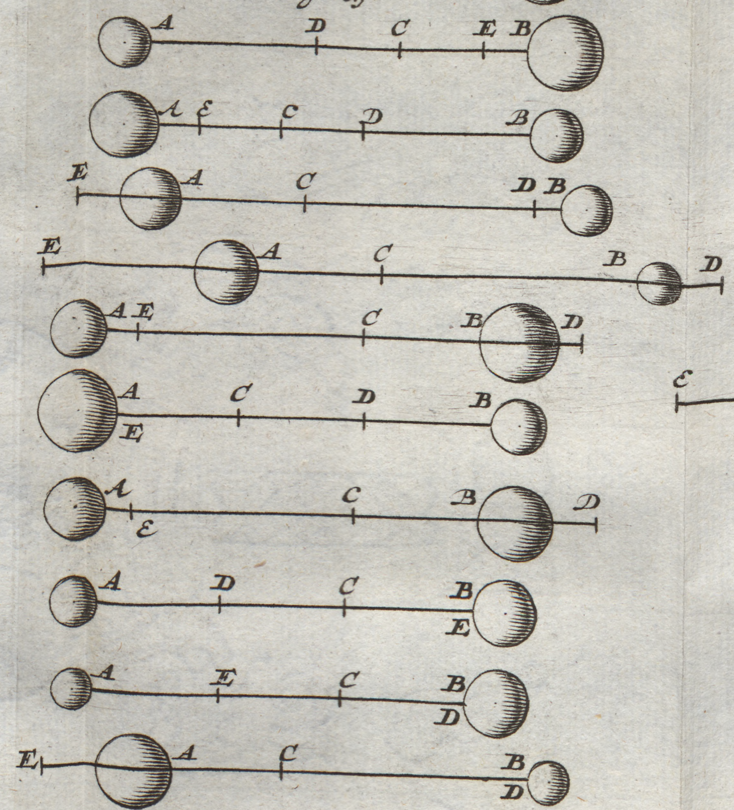


Fig. 17.

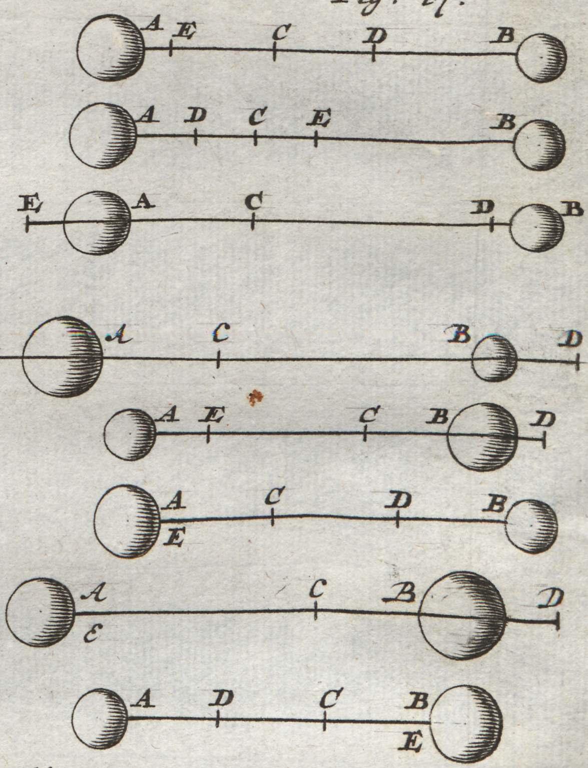
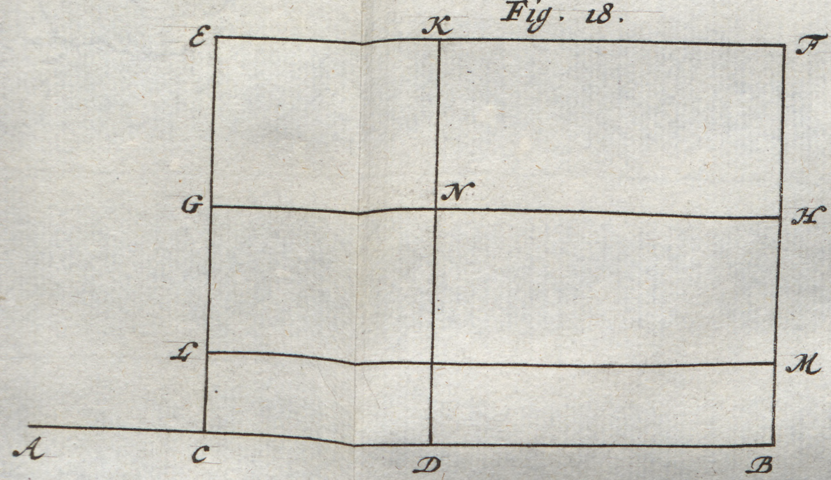
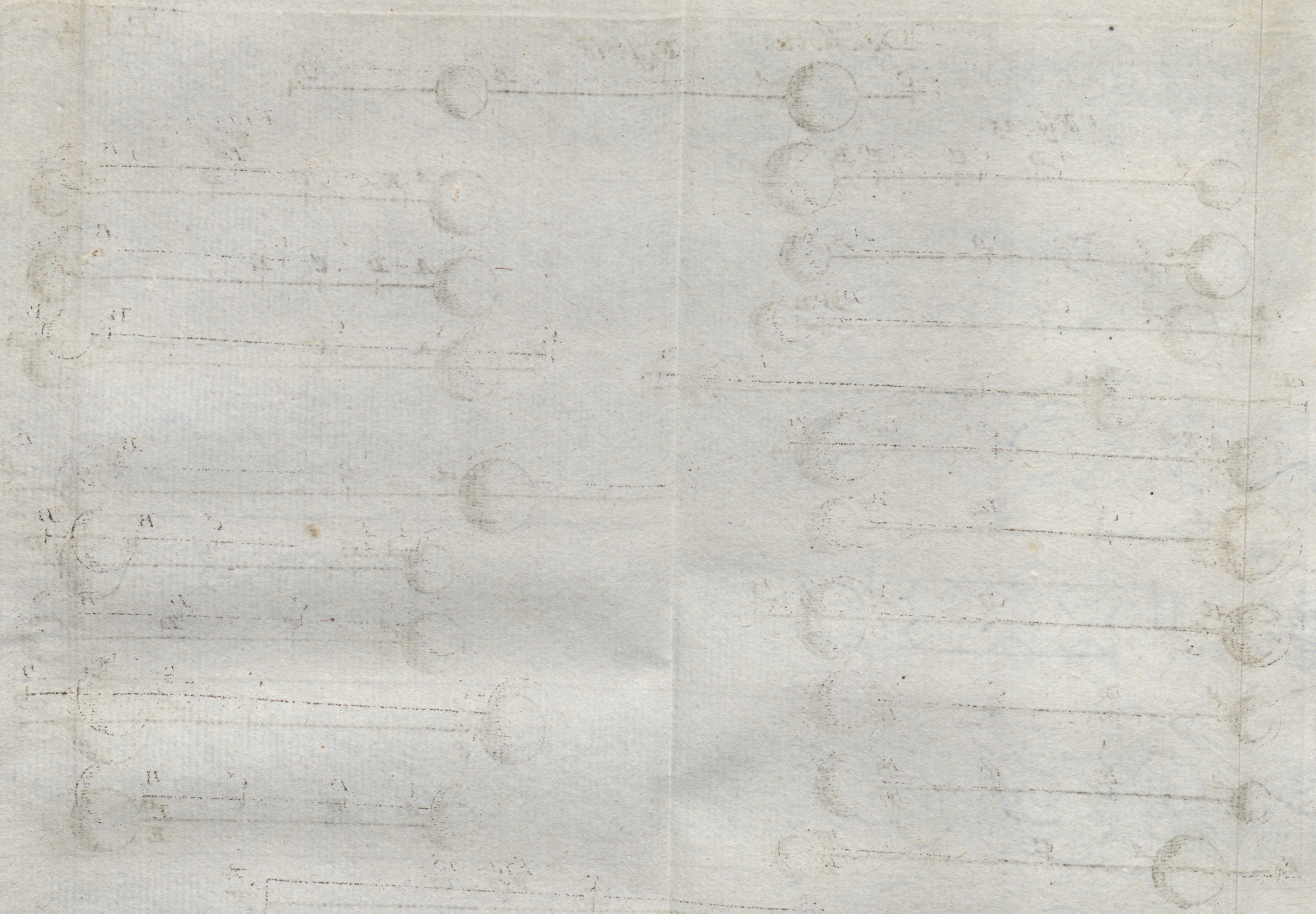


Fig. 18.





De Motu.

Fig. 21.

Tab: 5.

Fig. 20.

Fig. 19.

Fig. 22.

Fig. 23.

CHRISTIANUS HUGENIUS
DE
VI CENTRIFUGA.

CHRISTIANUS HUGENIUS
DE
VI CENTRIFUGA.

GRAVITAS est conatus descendendi: Ponendo itaque gravia cadentia sive ad perpendiculum sive in planis inclinatis moveri ea acceleratione, ut temporibus æqualibus æqualia accrescant celeritatis momenta, certissimè inde demonstrari potest spatia diversis temporibus è quiete peracta esse inter se, sicut temporum quadrata. Hoc autem experientiæ exactè convenit. Ergo recte illud assumptum esse constat. Exactè convenire experimenta Galilei, Riccioli, nostra comprobant; nisi quod aëris resistentia pauxillum quid aberrare facit, sed hoc eo minus, quo corpora plus gravitatis pro superficiei magnitudine continent, quoque in minoribus spatiis periculum facimus. Unde credibile omnino est, nisi aëris resistentia obesset, etiam in vastissimis spatiis eandem rationem perfectissimè observatum iri. Nunc autem, sicut ex illa fit, ut sphæra ex subere brevi eo perveniat, unde æquabili deinceps celeritate decidere pergat; quod de plumbea etiam necessario verum est, minuta adeo ut pro gravitate sua tantam superficiem habeat quantam suberea, hoc est, cujus diameter sit ad diametrum illius, sicut gravitas specifica suberis ad gravitatem plumbi, ut alias ostendi: ita de plumbea quoque quantumvis magna existimo, si per aerem cadere pergat, perventuram quoque tandem ad æquabilem motum, post

immensum videlicet spatium peractum: adeo ut accelerationis ratio hîc locum non sit habitura, ac proinde revera nunquam præcisione exquisitissima servetur. Veruntamen non propterea parum egregia atque utilis Galilei de hoc motu speculatio censenda est, non magis hercle, quam mechanica omnis quæ circa pondera versatur, quod falso in illa præsumi soleat gravia parallelis inter se lineis descendere conari, quæ revera ad centrum terræ vergunt. Cæterum ad illorum demonstrationem, quæ nos hic tractabimus, sufficit in minimis quamlibet spatiis à quietis puncto accelerationem crescere secundum impares numeros 1, 3, 5, 7, ut Galileus statuit.

Vide Fig. 1.

Itaque cum grave ex filo suspensum est, ideo trahitur filum, quoniam grave conatur recedere secundum lineam fili motu accelerato ejusmodi.

Vide Fig. 2.

Potest autem motu secundum dictam progressionem accelerato majus minusve spatium eodem tempore confici: velut cum in plano inclinato AB grave sustinetur filo CD ipsi plano æquidistanti. Nam & hic conatur grave progredi per lineam DC motu similiter accelerato, sed non ut tantundem spatii percurrat certa temporis particula, quantum percurreret eadem particula si à filo perpendiculari dimissum esset. Unde & minor conatus hic sentitur, qui nempe tanto minor est altero illo conatu perpendiculari, quanto minus spatium eodem tempore in plano inclinato quam in perpendiculari grave transiturum esset.

Porro quoties duo corpora æqualis ponderis unum quodque filo retinetur, si conatum habeant, eodem motu accelerato, & quo spatia æqualia eodem tempore peractura sint, secundum extensionem fili recedendi, æqualem quoque attractionem istorum filorum sentiri ponimus, sive deorsum, sive sursum, sive quamcunque in par-

partem trahantur. Neque referre qua ex causa conatus ejusmodi oriatur, dummodo adsit; adest autem idem conatus, si data facultate, seu non inhibito conatu, idem circa motum continget. Idque in initio motus tantum spectandum est, accepta parte temporis quamlibet exigua. Nam ex. gr. si globus B pendeat a filo A B, tangat autem a latere superficiem cavam C D, verum ita, ut quæ a centro sphæræ B ad contactum ducitur sit & filo A B & tangenti curvam perpendicularis, scimus jam globum neutiquam à superficie CD sustineri, sed æque valide trahere funem A B ac si planum CD non tangeret, sed libere suspensus esset. Attamen si à fune separetur decidatque, non descendet eodem modo, ac si libere suspensus fune excidisset, sed per superficiem CD devolutus ne quidem accelerationis proportionem secundum numeros impares 1, 3, 5, 7 accurate servabit. Itaque apparet non illud respiciendum quid aliquandiu post separationem à fune gravi futurum sit, sed quamlibet minimam temporis particulam ab incepto motu considerandam, si vim conatus determinare velimus. Incipit autem hîc globus B, post separationem à fune, ita moveri, quemadmodum si perpendiculariter decidisset; quoniam initio eam determinationem motus habet quæ est secundum rectam A B, quoniam hæc tangenti curvam in C parallela est. Nunc videamus quis quantusque conatus sit corporibus filo vel rotæ quæ circumgyratur alligatis, ut à centro recedant.

Vide Fig. III.

Sit rota BG quæ circa A centrum convertatur, horizontis plano æquidistans: globulus ad circumferentiam ligatus, ubi ad B punctum venerit, conatum habet pergendi secundum rectam BH, quæ rotam in B contingit: nam, si hic ab rota separetur avoletque, rectam viam BH insistet; nec relinquet eam nisi vi gravitatis deorsum

Vide Fig. 4.

trahatur, vel occursu alterius corporis cursus ejus impediatur. Hoc vero primo intuitu difficile intellectu videtur, cur adeo tendatur filum AB, cum globus conetur ire secundum BH rectam quæ ad AB perpendicularis est. Sed omnia hoc modo clara fient. Cogitemus maximam quampiam rotam hanc esse, ut hominem prope circumferentiam ei insistentem in B, facile una secum deferat; verum ita affixum ut ne excuti ipse possit; teneat autem manu sua filum cum alligata ad caput alterum fili glande plumbea. Eodem igitur modo & æque valide filum tendetur ex vi vertiginis, sive ita contineatur, sive filum idem ad centrum usque A porrigatur, ibique deligatum sit: ratio autem ob quam tenditur manifestius jam percipi poterit. Sumantur arcus æquales BE, EF, exigui ratione totius circumferentiæ, puta partes centesimæ vel minores etiam. Hosce igitur arcus is quem diximus homo æqualibus temporibus pertransit rotæ affixus, plumbum autem iisdem temporibus decurreret, si dimitteretur, per rectas BC, CD dictis arcubus æquales, quarum termini C, D, non quidem in eas rectas incidunt omnino, quæ ex centro A per puncta E, F, ducuntur, sed minimum quid versus B ab iis lineis distant. Apparet jam, ubi homo pervenerit in E, plumbum futurum in C, si in B puncto dimissum fuisset, ubi autem ad F ille pervenerit, futurum in D; unde hunc conatum inesse plumbo rectè dicemus.

Quod si jam puncta C, D, essent in rectis AE, AF productis, certum esset conari plumbum recedere ab homine per ipsam lineam quæ à centro per locum ejus ducitur; & quidem ita ut prima temporis parte removeatur ab eo spatio EC, secunda autem parte temporis distet spatio FD. Hæc autem spatia EC, FD & cætera

dein-

deinceps ita crescunt, ut quadratorum series ab unitate 1, 4, 9, 16 &c. nam tanto sanè exactius hanc seriem referunt, quanto minores particulæ BE, EF acceptæ fuerint, ideoque in ipso initio tanquam nihil differrent consideranda sunt. Itaque similem planè conatum hunc fore constat illi qui sentitur cum globus filo suspensus tenetur, quoniam tunc quoque conatur recedere secundum lineam ipsius fili, motu similiter accelerato; ut nempe prima temporis parte exacta peregerit spatiolum 1, duabus temporis partibus spatiola 4, tribus 9 &c. Sic igitur se res haberet, si puncta C, D, essent in rectis AE, AF productis. Nunc autem quia parum versus B à prædictis lineis recedunt, contingit inde ut globus non per rectam lineam è centro A venientem conetur ab homine recedere sed per curvam quandam quæ rectam illam tangit eo loco ubi homo consistit. Nempe si rotam contingat in B planum PQ, quod ei sit affixum atque una cum ipsa circumferatur, globus B, si a rota seu plano dicto separetur, describet, respectu ejusdem plani punctique B porro moveri pergentium, curvam BRS, quæ radium AB una translatum productumque tanget in B: quam curvam si describere velimus, tantum filum aliquod circumferentiæ BNM circumponendum est, ejusque caput B ducendum versus RS, ita ut semper extensa maneat pars ea quæ circumferentiam BNM reliquit; hoc enim motu, extremo sui puncto, dictam lineam BRS describet; quod facile est ostendere. Erit autem hæc lineæ proprietas, ut si ad quodlibet circumferentiæ punctum, ut N, ducatur tangens circumferentiam quæ occurrat curvæ in R, hæc ipsa NR æqualis sit arcui NB; quod ex ortu perspicuum est. Tangere autem se mutuo curvam rectamque AB in puncto B est ostendendum. Sit NR tangens circumferentiæ,

Vide Fig. 5.

parallela AB. Constat curvæ partem BR totam intra rectas parallelas AB, NR jacere; nam si quodvis in ea punctum, ut O, sumatur, per quod tangens ad circumferentiam ducatur VOL, erit LO æqualis arcui LB, ideoque minor tangente ejusdem arcus, quæ est LV: unde punctum O inter V & L cadere necesse est; atque idem de quocunque puncto in BR accepto ostendi potest.

Jam vero si curvam BR dicatur non tangere recta BV in B, ergo poterit duci ex B recta quæpiam BK tam exiguo angulo super BV inclinata ut curvam BR non secet: sit ea BK. Ducatur AL radius parallelus BK, sitque LH ad eandem BK perpendicularis, ideoque & ad AL. Est igitur LH æqualis sinui arcus BL ideoque hoc arcu minor. Æqualis autem eidem arcui est recta LHO inter contactum L & curvam BR intercepta. Itaque pars aliqua curvæ BR in qua est punctum O cadet intra angulum VBK, quamtumvis exiguus esse ponatur. Unde manifestum est rectam BK secare curvam, ideoque BV demum tangere eam in B.

Cum itaque globus cum rota circumactus curvam describere conetur respectu radii in quo situs est, ac talem quidem quæ radium contingat, apparet conatu hoc filum, cui alligatus est, non secus tendi debere, quam si secundum ipsum radium productum globus ire conetur.

Vide Fig. 6.

Sunt autem & spatia quæ in dicta curva globus peracturus esset temporibus æqualiter crescentibus, sicut series quadratorum ab unitate 1, 4, 9, 16, &c. si videlicet principium motus spatiaque minima attendamus; quod apposita figura ostendit, ubi arcus æquales in circumferentia rotæ accepti sunt BE, EF, FM; & in tangente BS rectæ dictis arcubus æquales BK, KL, LN; lineæ vero ex centro sunt EC, FD, MS. Hic itaque si globus à circumeunte rota divelleretur in B; tum ubi pun-

punctum B pervenisset in F globus esset in K, particulamque curvæ supra descriptæ percurrisset EK; post secundum vero tempus exactum cum B venisset in F, globus in L reperiretur, jamque curvæ partem FL percurrisset: similiterque cum B venisset in M, globus peregisset curvæ portionem MN. Hæ vero curvæ lineæ partes tanquam eædem cum rectis EC, FD, MS, quas contingunt, in principio separationis globi ab rota, considerandæ sunt; quoniam tam parvi arcus à puncto B accipi possunt, ut differentiola quæ est inter rectas curvasque hasce, minorem rationem habeat ad ipsarum longitudinem, quavis ratione imaginabili.

Proinde igitur & spatia EK, FL, MN tanquam crescentia secundum seriem quadratorum ab unitate 1, 4, 9, 16, spectanda sunt. Atque ita conatus globi in circumeunte rota retenti haud alius erit, ac si secundum rectam, quæ ex centro per ipsum ducitur progredi contenderet, idque motu accelerato quo æqualibus temporibus crescentia percurreret spatia secundum numeros 1, 3, 5, 7, &c. sufficit enim initio hanc progressionem observari; nam licet postea qualibet alia ratione vel motu feratur, id ad conatum, qui est ante inceptum motum, nihil prorsus attinet. Is autem quem diximus planè similis conatus est ei quo gravia ex filo pendentia deorsum pergere nituntur. Unde etiam concludemus, vires centrifugas mobilium inæqualium, sed in circulis æqualibus æquali velocitate latorum esse inter se, sicut mobilium gravitates, seu quantitates solidas. Sicut enim gravia omnia eadem celeritate conantur deorsum labi motuque similiter accelerato; tanto autem amplius momenti habet hic eorum conatus quanto majora fuerint; ita in iis quoque, quæ a centro tendere nituntur, evenire debet, quorum conatus plane similis

est

est ostensus conatui, qui est ex gravitate. Cum autem ejusdem globi idem semper sit conatus ad descendendum quoties ex filo suspenditur; contra verò globi in rota circumacti minor majorve conatus, prout tardius celeriusve rota versabitur; superest ut magnitudinem seu quantitatem conatus cujusque in diversis rotæ celeritatibus inquiramus. Et primo quidem illud investigabimus, qua celeritate rotam propositam circumagi necesse sit, ut æquè validè filum suum globus intendat, atque cum perpendiculariter ab illo est suspensus.

Propositio I.

Si mobilia duo æqualia æqualibus temporibus circumferentias inæquales percurrant; erit vis centrifuga in majori circumferentia, ad eam quæ in minori, sicut ipsæ inter se circumferentiæ, vel earum diametri.

Vide Fig. 7.

Sint circuli quorum radii AB, AC, per quos duo mobilia æqualia æqualibus temporibus circumferantur. Accipiantur in utroque arcus minimi similes BD, CE; & in tangentibus ad puncta B & C sumantur BF, CG singulæ suis arcubus æquales. Mobile itaque in circulo BD circumlatum conatum habet recedendi a centro secundum extensionem fili sui motu accelerato naturaliter, eoque motu permeandi spatium DF, certa temporis parte: in circulo autem CE circumiens similem quidem habet à centro recedendi conatum, sed quo parte illa temporis eadem conficiat spatium EG. Itaque quanto major est DF quam EG, tanto majore vi trahitur filum in majori circulo quam in minori: patet autem esse FD ad GE sicut BF ad CG, hoc est, ut BA ad AC. Erit ergo vis centrifuga in majori circumferentia, ad

ad eam quæ in minori, ſicut ipſæ inter ſe circumferentiæ, vel earum diametri. Quod erat demonſtrandum.

Propositio II.

Si mobilia æqualia in iiſdem ſive æqualibus circulis rotiſve gyrentur celeritatibus inæqualibus, verum utraque motu æquabili; erit vis recedendi à centro celerioris ad vim tardioris in duplicata ratione celeritatum. Hoc eſt, ſi fila, quibus illa retinentur, per centrum rotæ deorſum educantur, ſuſtineantque pondera, quibus vis mobilium centrifuga inhibeatur, atque exacte adæquetur, erunt hæc pondera inter ſe, ſicut velocitatum quadrata.

Sit circulus cujus centrum A, radius AB, in cujus circumferentia feratur primum mobile tardius celeritate, quam repræſentet linea N, deinde alterum celeritate majori, quæ ſit O. Sumtis jam arcubus minimis BE, BF, qui ſint inter ſe, ut N ad O, conſtat eadem temporis parte, qua mobile tardius abſolvet arcum BE, illud quod celerius eſt percurſurum arcum BF; ſint arcubus BE, BF ſingulis æquales in tangente poſitæ BC, BD. Itaque & conſtat, utrique mobili ineſſe conatum recedendi a centro ſecundum extenſionem fili ſui motu accelerato; ſed quo motu mobile, quod tardius fertur, receſſurum ſit à puncto circumferentiæ, cui incumbit, quantum eſt ſpatium EC; illud vero quod celerius eſt, tempore æquali per ſpatium FD. Quanto igitur major eſt DF quam CE, tanto validius trahit mobile celerius tardiore. At quoniam arcus BE, BF minimos ſumſimus, eadem cenſenda eſt ratio DF ad CE, quæ quadrati DB ad CB, ſecundum ea quæ paulo ante explicavimus; eſtque ut DB ad BC ita arcus FB ad BE, hoc eſt, ita O ad N; ergo erit ut qua-

Vide Fig. 8.

dratum O ad quadratum N, ita FD ad EC, atque ita proinde vis centrifuga celerioris mobilis ad vim tardioris. Q. E. D.

PROPOSITIO III.

Si duo mobilia æqualia in circulis inæqualibus æquali velocitate ferantur, erunt eorum vires centrifugæ in ratione contraria diametrorum, ita ut in minori circumferentia dicta vis major existat.

Vide Fig. 9.

Sunto circa idem centrum A circuli inæquales, quorum radii AB, AC; & ferantur in circumferentiis eorum mobilia æqualia celeritate æquali, hoc est, ut quo tempore in majori circumferentia percurritur arcus aliquis BD, eodem tempore in minori percurratur arcus CF ipsi BD æqualis longitudine. Dico vim centrifugam mobilis quod in circumferentia BD circumfertur, fore ad eam quam habet circumlatum in circumferentia CF, sicut radius AC ad AB. Ducatur radius AD secans minorem circumferentiam in E; & sit duabus AC, AB tertia proportionalis AG. Porro intelligatur mobile quoddam utrivis duorum æquale circumferri in circumferentia CF ea celeritate, ut eodem tempore absolvat arcum CE, quo duo alia arcus BD & CF. Illius igitur assumti mobilis celeritas ad celeritatem alterutrius horum erit, ut arcus CE ad arcum BD, hoc est, ut AC ad AB. Erit autem vis centrifuga mobilis, quod arcum BD percurrit, ad vim mobilis assumti, quod eodem tempore percurrit arcum CE, ut BA ad AC*. Sed vis centrifuga assumti mobilis, erit ad vim ejus, quod eodem tempore percurrit arcum CF, in duplicata ratione AC ad AB, hoc est, erit eadem quæ AC ad AG, quoniam celeritates eorum ostendimus esse, ut AC ad AB. Ex æquali

*Prop. I.

*Prop. II.

Ii igitur erit vis centrifuga mobilis quod percurrit arcum B D ad vim ejus quod eodem tempore percurrit arcum æqualem C F, ut B A ad A G, hoc est, ut A C ad AB; quod erat demonstrandum.

Propositio IV.

Si mobilia duo æqualia in circumferentiis inæqualibus circumlata vim centrifugam æqualem habuerint, erit tempus circuitus in majori circumferentia ad tempus circuitus in minori in subduplicata ratione diametrorum.

Sunto circuli inæquales B E, C F circa idem centrum A, quorum radii A B, A C; & in utroque mobile gyretur, ita ut eadem sit utrobique vis centrifuga; dico tempus, quo circumferentia circuli BE percurritur, esse ad tempus, quo percurritur circumferentia CF, in subduplicata ratione AB ad AC, hoc est, sicut BA ad AD mediam proportionalem inter A B, A C. Si enim tertium mobile intelligatur aliis istis æquale, quod eodem tempore percurrat circumferentiam CF, quo alterum absolvit circumferentiam B E, erit assumti mobilis vis centrifuga ad vim hujus ut A C ad A B*. Ponuntur autem mobilium duorum priorum vires centrifugæ æquales; ergo assumti mobilis vis centrifuga erit etiam ad vim ejus, quod in circumferentia C F currere positum est, ut A C ad A B; sunt autem vires centrifugæ eorum quæ in eadem circumferentia moventur in duplicata ratione velocitatum*. Ergo velocitas assumti mobilis erit ad velocitatem ejus, quod primo positum est revolvi in circumferentia CF, sicut AC ad AD, vel ut AD ad AB. Velocitatibus autem contraria ratione respondent tempora lationum per eandem circumferentiam; ergo tempus circui-

Vide Fig. 10.

* Prop. I.

* Prop. II.

cuitus assumti mobilis, cui æquale est ex hypothesi tempus circuitus mobilis euntis per peripheriam BE, erit ad tempus circuitus mobilis quod in circumferentia CF initio ferri dictum est, ut AB ad AD. Quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO V.

Si mobile in circumferentia circuli feratur ea celeritate, quam acquirit cadendo ex altitudine, quæ sit quartæ parti diametri æqualis, habebit conatum à centro recedendi æqualem suæ gravitati, hoc est, æque validè filum, quo retinetur, trahet, atque cum ex illo suspensum est.

Vide Fig. 11.

Esto circulus centro A, radio AB horizonti parallelus, in cujus circumferentia feratur mobile æquabili motu, velocitate autem, quantam acquireret cadens perpendiculariter ex altitudine æquali dimidiæ AB, quæ sit CB; dico vi centrifuga æquè validè tractum iri funem, quo mobile detinetur, ac si liberè ex eodem fune suspensum esset.

Sit circuli tangens BD æqualis radio AB.

Quoniam igitur mobile currit in circumferentia circuli ea celeritate, quam acquirit cadens ex altitudine CB, hoc est, qua transiret motu æquabili spatium BD ipsius BC duplum æquali tempore, quo decidit per CB; sequitur, si in B dimittatur, percursurum dicto tempore dictum spatium BD æquabili motu. Accipiatur ipsius BD pars minima quæpiam BE, & ducatur per centrum recta EAH secans circumferentiam in F. Sit porro ut quadratum DB ad quadratum BE, ita BC ad CG longitudine. Hinc igitur si tempus, quo cadit motu accelerato per CB, repræsentari ponamus lineâ BD, erit BE tempus;

pus motus accelerati per c g. Sed eadem b d erit quoque tempus, quo transiret ipsam b d motu æquabili quantumque habet in circumferentia currens; nam hoc tempus ex hypothesi æquale est tempori motus accelerati per cb. Itaque & be tempus erit, quo transeat ipsum be spatium celeritate, quam habet, vertiginis. Unde constat æquali tempore peragi spatium c g motu è quiete accelerato, & spatium be motu æquabili cum celeritate, quam positum fuit habere mobile in circumferentia currens. Constat porro si mobile dimittatur in b, perventurum motu æquabili in e simul ac punctum circumferentiæ b accesserit ad f; nam recta be ipsi arcui bf æqualis censenda est, eo quod b e infinitè parva intelligitur. Itaque conatum ei inesse motu accelerato naturaliter, (nam talem esse ostensum est) dicemus recedendi a puncto b, per spatium f e tempore eodem, quo celeritate suæ vertiginis transiret spatium be motu æquabili, hoc est, tempore eo quo percurreret motu è quiete accelerato spatium c g. Quare si ostensum fuerit spatia cg & f e esse æqualia, constabit conatum mobilis suspensi ad descendendum motu accelerato, æqualem plane esse conatui ejusdem mobilis, quo in circumferentia versatum nititur a filo suo recedere motu similiter accelerato; quoniam videlicet conatus ad motus acceleratos tunc æqualis est, cum spatia æqualia æqualibus temporibus iis motibus peragenda forent. Esse autem c g, f e æquales sic ostenditur: ut h e ad e b ita est e b ad ef, ideoque sicut quadratum h e ad quadratum e b, ita est h e ad e f longitudine; unde sumtis antecedentium subquadruplis erit, sicut quadratum a f ad quadratum e b, ita pars quarta h e, cui æqualis censenda est $\frac{1}{4}$ h f, hoc est, b c ad f e; sed ut quadratum a f ad quadratum b e, sive ut quadratum

DB ad quadratum BE, ita est ex constructione BC ad CG longitudine. Ergo erit BC ad CG ut eadem BC ad FE, ideoque FE, CG inter se æquales; quare constat propositum.

Propositio VI.

Data altitudine quam certo tempore, puta secundi minuti unius, mobile emetitur, cadendo ex quiete perpendiculariter; invenire circulum in cujus circumferentia mobile circumiens horizontaliter, atque uno item secundo circuitum absolvens, habeat vim centrifugam gravitati suæ æqualem.

Vide Fig. 12.

Sit data altitudo AB, quam perlabitur mobile cadens ex quiete tempore v. gr. unius secundi. Fiat ut circumferentia circuli ad diametrum suum, ita AB ad lineam C, & ita hæc ad tertiam D: Et describatur diametro æquali ipsi D circulus EFG, dico hunc esse eum qui postulabatur; dividatur enim radius EF bifariam in H. Mobile itaque in circulo FG si currat velocitate quam acquirit cadendo ex altitudine HF motuque æquabili, habebit vim centrifugam æqualem suæ gravitati *. Ideoque si tantum ostenderimus dicta velocitate percurri semel circumferentiam totam FG tempore unius secundi, jam constabit circulum EFG proposito satisfacere. Constat mobile motu æquabili atque ea celeritate quam acquisivit in fine casus per HF transiturum spatium ipsius HF duplum, eodem tempore quo cecidit per HF; si ergo dicta acquisita celeritate feratur motu æquabili per circumferentiam FG, erit tempus quo eam absolvet ad tempus casus per HF, sicut circumferentia FG ad duplam HF sive ad EF. Et sumtis

* Prop. v.

tis consequentium duplis erit tempus motus æquabilis per circumferentiam FG ad tempus duplum casus HF, hoc est, ad tempus casus per D (nam D est quadrupla HF) sicut circumferentia FG ad duplam FE, sive ad D; hoc est, sicut C ad D (nam necessario C ipsi circumferentiæ FG æqualis est) hoc est, sicut AB ad C. Sed ut AB ad C, ita est tempus casus per AB, hoc est, tempus unius secundi ad tempus casus per D; quoniam scilicet AB ad D duplicata est ratio ejus, quæ AB ad C; igitur tempus dictum motus æquabilis per circumferentiam FG erit ad tempus casus per D, ut tempus unius secundi ad idem tempus casus per D. Ergo dictum tempus per circumferentiam FG erit æquale tempori unius secundi; quod ostendere necesse erat.

Quum calculus doceat altitudinem AB quam uno secundo mobile cadens perlabitur esse pedum Rhenoland. 15. $7\frac{1}{2}$ pollicum. Cúmque sit AB ad C ut circumferentia ad diametrum, hoc est, ut 22 ad 7, secundum Archimedem, atque ita quoque C ad D sive ad diametrum circuli FG; fiet hæc diameter 19 unciarum proximè; cujus dimidium unciæ 9. lin. 6. Itaque si mobile aliquod tempore secundi unius circuitus singulos absolvat in circumferentia, cujus quæ ex centro est $9\frac{1}{2}$ unciarum vis centrifuga suæ gravitati æquabitur.

Vide Horol. oscill. p. 155.

LEMMA I.

Si pondus C sustineatur in plano inclinato AB a pondere D libere pendente, sitque funis CE horizonti parallelus; erit gravitas D ad gravitatem C, sicut perpendicularis BF, ad basin FA. Constat ex Mechanicis. Hinc si BF æqualis ponatur FA, debebit gravitas D ipsi C æqualis esse.

Vide Fig. 13.

LEM-

LEMMA II.

Vide Fig. 14.

Si pondera æqualia super planis diversimode inclinatis sustineantur retenta per lineas horizonti parallelas, erunt potentiæ sustinentes inter se, sicut tangentes angulorum, quibus plana ad horizontis planum inclinantur.

Propositio VII.

In curva superficie conoidis Parabolici, quod axim ad perpendiculum erectum habeat, circuitus omnes mobilis circumferentias Horizonti parallelas percurrentis, sive parvæ, sive magnæ fuerint, æqualibus temporibus peragentur: quæ tempora singula æquantur binis oscillationibus penduli, cujus longitudo sit dimidium lateris recti Parabolæ genitricis.

Vide Fig. 15.

Sit Parabola HDB, cujus revolutione circa axim BK, fiat Conois Parabolicum. In illo axe sumatur BA æqualis $\frac{1}{4}$ lateris recti, erit ordinatim applicata AD æqualis lateris recti dimidio. Ponatur autem corpus in D circa axim AB circumagi ea velocitate, ut vis centrifuga fiat gravitati æqualis; quæ vis ergo, cum angulus ADE sit semirectus, corpus sustinebit in puncto D *. Si vero corpus rotetur alibi, ut in H, centro K & intervallo KH, erit vis centrifuga, qua sustinetur in puncto H, æqualis vi, qua mobile per rectam HK Horizonti parallelam detineri poterit in plano HF tangente Paraboloidem. Hæc autem vis ex primo Lemmate erit ad vim gravitatis, ut HG ad GF, sive, propter triangula similia, quoniam HL in HF normalis ponitur, ut HK ad KL, sive, ut HK ad AD, cum ex natura Parabo-

* Lemm. 1.

læ

læ KL femper æqualis fit dimidio lateris recti. Vis ergo centrifuga, qua corpus rotando detinetur in H, eft ad corporis gravitatem, five ad vim centrifugam in D, ut HK ad DA. Quare ex converfa primæ eodem tempore fuas circumferentias abfolvent.

Tempus autem quo circuitus peraguntur ita determinabitur. Quoniam fuppofuimus corpus D rotari, ita ut vim centrifugam habeat gravitati æqualem, rotabitur ea velocitate, quam acquireret cafu perpendiculari ex dimidia AD *. Sed ea velocitate tempore hujus defcenfus, abfolveret lineam DA motu æquabili. Tempus ergo gyrationis eft ad tempus defcenfus per dimidium DA; ut circumferentia circuli ad radium DA. Tempus autem ofcillationis minimæ eft ad tempus cafus perpendicularis ex dimidia penduli altitudine *, ut circumferentia circuli ad diametrum, adeoque tempus duarum ofcillationum minimarum penduli DA, eft ad tempus cafus perpendicularis ex dimidia altitudine DA, ut circumferentia circuli ad radium, hoc eft; ut tempus totius gyrationis ad idem tempus cafus perpendicularis per dimidiam DA. Tempus ergo gyrationis in conoide Parabolico æquatur tempori, quo binæ peraguntur ofcillationes penduli, cujus longitudo fit DA, dimidium lateris recti Parabolæ genitricis. Q. E. D.

* Prop. V.

* Prop. XXV. P. 2. Horol. ofcil.

Propositio VIII.

Si mobilia duo ex filis inæqualibus suspensa gyrentur, ita ut circumferentias horizonti parallelas percurrant, capite altero fili immoto manente, fuerint autem conorum, quorum superficiem fila hoc motu describunt, axes sive altitudines æquales, tempora quoque, quibus utrumque mobile circulum suum percurrit, æqualia erunt.

Vide Fig. 16.

Sint fila AC, AD communi vertice A religata, habeantque mobilia singula adnexa in C & D, quæ gyrentur in circulis horizontalibus, quorum radii BC, BD: sit autem AB axis idem utriusque coni, quem fila AC, AD circuitu suo ambiunt; dico tempora circulationum esse inter se æqualia. Ponantur primo mobilia esse æqualia; sit CE perpendicularis in AC, & DF perpendicularis item in AD. Constat igitur vim centrifugam mobilium esse, quæ fila ita obliquè extensa sustineat; cumque mobile C conatum habeat ex gravitate sua descendendi eundem, ac si plano CE incumberet; vis autem centrifuga, qua nititur recedere ab axe AB secundum BC, istum gravitatis conatum inhibeat, necesse est vim dictam centrifugam æqualem esse potentiæ, qua mobile C sustineretur in plano inclinato CE per lineam BC horizonti parallelam. Eadem ratione necesse est vim centrifugam, qua sustinetur mobile D, esse æqualem potentiæ, qua hoc idem sustineretur in plano DF per rectam item horizonti parallelam. Est autem hæc potentia ad priorem illam quæ sustinere dicta est mobile C, sicut tangens anguli BDF ad tangentem anguli BCE*, hoc est, sicut tangens anguli DAB ad tangentem anguli CAB, hoc est, ut DB ad CB: ergo & vis centrifuga quam habet mobile

*Lemm. II.

bile D in circulo suo, erit ad vim centrifugam mobilis C in suo circulo, ut DB semidiameter ad CB semidiametrum. Unde ex Prop. I. conversa, sequitur tempora circulationum esse æqualia.

Si vero inæqualia fuerint mobilia, nihilo secius eadem temporum æqualitas continget. Nam si ex. gr. mobile C gravius ponatur, quam prius fuerat, tanto quoque majori potentia, quanto gravius est, indigebit, qua sustineatur in plano inclinato CE per lineam horizonti parallelam, tantoque proinde majorem vim centrifugam requiret; hanc autem ut habeat debet circulum percurrere eodem tempore, quo antea cum levius ponebatur, ut patet ex iis quæ supra diximus. Ergo constat propositum.

PROPOSITIO IX.

Tempora lationum per circulos horizontales CD, BE, *angulo gyrationis* CAD *eodem existente, sunt in subduplicata ratione longitudinum filorum* AC *ad* AB.

Eadem enim vis centrifuga est in utraque hujusmodi circulatione ad sustinendam eandem fili obliquitatem, si autem dicta vis est eadem tunc ut quadrata temporum quibus circuli absolvuntur, ita debent esse distantiæ ab axe circulationis per conversam IV. Ergo hic erunt, sicut CF ad BG, hoc est, ut AC ad AB ita quadrata temporum circulationum. Q. E. D.

Vide Fig. 17.

Propositio X.

Si mobilia duo quælibet filis suspensa gyrando describant circulos horizonti parallelos; erunt tempora circulationum in subduplicata ratione altitudinum conorum, quorum superficies à filis describuntur.

Vide Fig. 18.

Sint fila AC, AD quibus annexa mobilia C & D circulos horizontales describant, dum capita filorum in A immota manent. Et C quidem ducat filum AC secundum superficiem conicam, cujus axis AB; D vero filum DA per superficiem coni, cujus axis sit AE; dico tempus circuitus mobilis C esse ad tempus circuitus mobilis D in ratione subduplicata AB ad AE. Intelligatur enim mobile aliud religatum ex filo AF, facere sua circulatione conum, cujus latus AF axis AB. Ejus igitur circulationis tempus æquale est tempori circulationis à mobili C *, Est autem tempus circulationis mobilis F ad tempus circuitus mobilis D in subduplicata ratione AF ad AD *, sive AB ad AE. Ergo & tempus circulationis mobilis C ad tempus mobilis D erit in subduplicata ratione AB ad AE. Q. E. D.

* Prop. VIII.

* Prop. IX.

Propositio XI.

Si mobile filo suspensum, capite fili superiore quiescente, describat motu suo circulos horizonti parallelos inæquales, erunt tempora lationum per dictos circulos in subduplicata ratione sinuum angulorum, quibus filum ad planum horizontis inclinatur.

Vide Fig. 19.

Sit filum AB religatum ad A; mobile autem ex eo suspensum ac circumgyratum horizontaliter extendat

dat ipsum primo secundum rectam AB; deinde vero secundum rectam AC; ducantur autem horizonti parallelæ BE, CD, occurrentes perpendiculari AD in E & D. Ergo quia AB, AC æquales sunt, referet AE sinum anguli ABE; AD vero sinum anguli ACD; dico jam tempora lationum per circulos, quorum radii BE, CD fore inter se in subduplicata ratione AE ad AD; patet hoc manifesto ex propositione superiori.

Propositio XII.

Si pendulum motu conico latum circuitus minimos faciat; eorum singulorum tempora, ad tempus casus perpendicularis ex dupla penduli altitudine, eam rationem habent, quam circumferentia circuli ad diametrum: ac proinde æqualia sunt tempori duarum oscillationum lateralium ejusdem penduli minimarum.

Sit filum AC religatum ad A, ex quo suspensum mobile circumgyrando describat circulum Horizontalem, cujus radius DC, æqualis ipsi DA, ita ut angulus CAD sit semirectus, erit vis centrifuga in C æqualis gravitati mobilis *, ideoque percurret circumferentiam radio DC descriptam, ea velocitate, quam acquireret mobile, casu perpendiculari ex altitudine dimidiæ DC aut DA æquali *. Est autem DC ad CA ut 1 ad $\sqrt{2}$, adeoque tempus casus perpendicularis ex dimidia DC ad tempus casus perpendicularis ex dimidia CA, quæ tempora sunt in subduplicata ratione DC ad CA, erit in ratione 1 ad $\sqrt{\sqrt{2}}$. Unde tempus casus perpendicularis ex dimidia DC, ad tempus quo cadit ex dupla CA, quod temporis casus ex dimidia AC duplum est, erit, ut

Vide Fig. 20.
* Lemm. I.
* Prop. V.

ut 1 ad $2\sqrt{\sqrt{2}}$, sive ut radius quilibet, ad duplum ejusdem radii ductum in $\sqrt{\sqrt{2}}$.

Est autem tempus casus perpendicularis ex dimidia DC, ad tempus gyrationis per circumferentiam radio DC descriptam, ut radius ad circumferentiam; tempus autem gyrationis per circumferentiam DC est ad tempus circuitus minimi, in subduplicata ratione AD ad AC * sive ut 1 ad $\sqrt{\sqrt{2}}$: tempus ergo casus perpendicularis ex dimidia DC, est ad tempus circuitus minimi, ut radius ad circumferentiam ductam in $\sqrt{\sqrt{2}}$; tempus igitur circuitus minimi penduli AC ad tempus casus perpendicularis ex dupla penduli altitudine, ut circumferentia ducta in $\sqrt{\sqrt{2}}$ ad duplum radii ductum in $\sqrt{\sqrt{2}}$, sive ut circumferentia ad diametrum. Cum vero tempus oscillationis minimæ lateralis penduli AC ad tempus casus perpendicularis ex dimidia AC, sive sumtis utriusque duplis tempus duarum oscillationum minimarum lateralium penduli AC ad tempus casus perpendicularis ex dupla AC, etiam sit, ut circumferentia ad diametrum, erit tempus circuitus minimi penduli AC, ad tempus casus perpendicularis ex dupla penduli AC altitudine, ut tempus duarum oscillationum lateralium minimarum penduli AC ad idem tempus casus perpendicularis ex dupla AC. Erit ergo tempus circuitus minimi penduli AC æquale tempori duarum oscillationum minimarum lateralium ejusdem penduli AC. Q. E. D

* Prop. x.

PROPOSITIO XIII.

Si mobile in circumferentia feratur, circuitusque singulos absolvat eo tempore, quo pendulum longitudinem semidiametri circumferentiæ ejus habens motu conico circuitum minimum absolveret, vel duplicem oscillationem minimam lateralem, habebit vim centrifugam suæ gravitati æqualem.

Sit filum AC æquale radio circuli, per quem mobile fertur, ita ut angulus CAD sit semirectus; sitque tempus gyrationis per CD, 1. erit tempus gyrationis minimæ ejusdem penduli $\sqrt{\sqrt{2}}$ *. Idem autem ex hypothesi est tempus gyrationis per circumferentiam, cujus radius AC; tempus ergo gyrationis per CD est ad tempus gyrationis per AC, ut 1 ad $\sqrt{\sqrt{2}}$; sive in subduplicatâ ratione CD ad AC, unde ex conversa 4æ, habebunt hæc duo mobilia ita circumlata, vim centrifugam æqualem, adeoque cum in CD vis centrifuga sit æqualis gravitati, idem locum habebit, in gyratione per circulum, cujus radius AC. Q. E. D.

Vide Fig. 20.

* Prop. XI.

PROPOSITIO XIV.

Penduli cujuslibet, motu conico lati, tempora circuitus æqualia erunt tempori casus perpendicularis ex altitudine penduli filo æquali; cum angulus inclinationis fili ad planum horizontis fuerit partium 2, scrup. 54, proxime. Exacte vero, si anguli dicti sinus fuerit ad radium, ut quadratum circulo inscriptum ad quadratum a circumferentia ejus.

Sit AD = DC, a, AE, b; circumferentia circuli ad radium, ut c ad r; tempus casus perpendicularis per di-

Vide Fig. 20.

dimidiam CD sit 1, erit tempus casus per dimidiam AC $\sqrt{\sqrt{2}}$. Est autem tempus per dimidiam AC ad tempus per AC, ut 1 ad $\sqrt{2}$ erit ergo tempus per AC, ut $\sqrt{\sqrt{8}}$. Sed tempus gyrationis per CD est ad tempus casus per dimidiam CD, ut c ad r. Erit itaque tempus gyrationis per CD = $\frac{c}{r}$. Verum tempus gyrationis in C est ad tempus gyrationis in quolibet puncto B, in subduplicata ratione AD ad AE, sive ut $\sqrt{a}$ ad $\sqrt{b}$. Erit ergo tempus gyrationis in B = $\frac{c}{r}\sqrt{\frac{b}{a}}$; quod si nunc ponatur AE sinum anguli ABE esse ad radium AB, ut quadratum circulo inscriptum, ad quadratum circumferentiæ ejus, erit b ad $a\sqrt{2}$, ita $2rr$ ad cc, sive $\frac{bcc}{arr} = 2\sqrt{2}$, vel $\frac{c}{r}\sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{8}$: cumque $\frac{c}{r}\sqrt{\frac{b}{a}}$ sit tempus gyrationis in B & $\sqrt{\sqrt{8}}$ tempus descensus per AC, erit hoc tempus gyrationis in B, æquale tempori casus perpendicularis ex altitudine penduli filo æquali.

Cum autem $2r$ ad c est, ut 7 ad 22, erit $4rr$ ad cc ut 49 ad 484, sive $2rr$ ad cc ut 49 ad 968. Hinc fiat, ut 968 ad 49 ita $a\sqrt{2}$ radius = 100000 ad 5062 sinum anguli ABE gr. 2. 54', proxime. Q. E. D.

Propositio XV.

Si pendula duo pondere æqualia, sed inæquali filorum longitudine, motu conico gyrentur, fuerintque conorum altitudines æquales; erunt vires, quibus fila sua intendent, in eadem ratione, quæ est filorum longitudinis.

Vide Fig. 21.

Sint duo pendula AB, AC diversæ longitudinis, ex quorum extremitatibus B & C suspensa duo pondera æqualia rotentur circa communem axim AD. Dico vim

vim qua tenditur filum AB esse ad vim qua tenditur filum AC, in ratione filorum AB ad AC. Si enim ponamus pondus B in eo situ sustineri per potentiam in A trahentem filum AB, & per potentiam aliam in G vi centrifugæ æqualem trahentem secundum rectam BG constat ex Mechanicis ducta BH horizonti perpendiculari & HL eidem parallela, fore vim in A tendentem filum AB ad gravitatem ponderis B ut LB ad BH, sive ut AB ad AD. Itidem erit vis qua tenditur filum C ad gravitatem ponderis C, sive ad gravitatem ponderis B, quod æquale ipsi C positum fuit, ut AC ad AD. Erit ergo vis qua gyrando tenditur filum AB, ad vim qua tenditur filum AC, ut AB ad AC. Q. E. D.

PROPOSITIO XVI.

Si pendulum simplex oscillatione laterali maxima agitetur, hoc est, si per totum circuli quadrantem descendat: ubi ad punctum imum circumferentiæ pervenerit, triplo majori vi filum suum trahet, quam si ex illo simpliciter suspensum foret.

Si globus C ex A ligatus filo AC per quadrantem circumferentiæ CB descendat, ubi in B pervenerit triplo majori vi trahet filum AB, quam si simplici pondere suo suspensus esset. Primum enim velocitas, qua pergeret moveri secundum rectam lineam BD, si in B filum relinqueret, eadem est, atque ea quam haberet in puncto F, si perpendiculariter per CF decidisset. Ibi autem tantam nactus esset celeritatem, ut ea spatium ipsius CF duplum conficeret motu æquabili pari tempore, quo ex C decidit in F. Ergo in B conatum habet globus transeundi lineam BD duplam AB, pari tempore, quo ex A caderet

Vide Fig. 22.

ret in B; nempe non considerata vi gravitatis suæ, qua deorsum quoque interim descensurus esset & Parabolam aliquam descripturus. Sit BGE Parabola cujus semilatus rectum AB, vertex B. Quoniam ergo recessus globi B à circumferentia BC, dum per rectam BD æquabili motu fertur, initio prope B punctum pro iisdem habentur, cum recessibus à Parabola BGE; constat vim centrifugam quam ex sola circulatione habet globus in B, esse conatum recedendi à centro A vel à circumferentia BC motu accelerato secundum numeros 1, 3, 5, 7, &c. ac proinde similem esse ei conatui quo corpora descendere conantur, quem gravitatem appellamus. Est autem ille conatus in globo B tantus, quantus in corpore sibi æquali quod motu accelerato confecturum sit spatium DE, eodem tempore dum motu æquabili conficeret spatium BD, hoc est, æquali tempore illi quo globus accelerato itidem motu caderet ex A in B. Ergo quia DE est dupla BA conatus centrifugus globi in B duplus est suæ gravitatis. At vero conatus alius ex gravitate accedit hîc, quo globus B (pari tempore quo ex A ad B caderet) nunc quoque tantundem spatii motu naturaliter accelerato deorsum conficere nititur. Ergo utroque simul conatu, nititur conficere, motu accelerato secundum 1, 3, 5, 7, spatium æquale utrisque DE & AB; hoc est ipsius AB triplum; quamobrem etiam, erit vis, qua trahit in B puncto ex C descendens, tripla ejus, quæ fit ex simplici pondere globi B libere pendentis. Quod & ad amussim experientiæ consentit.

Si cupiam scire qua vi trahatur funis AB descendente globo per arcum HB; sit FN dimidiæ AB æqualis & fiat rectangulum BN, ducaturque HL parallela AB; dico vim tractionis quæsitam esse ad pondus simplex globi pendentis, ut HL ad LK. Unde si fuerit BH sextans cir-

circumferentiæ erit ista vis ponderis hujus dupla; eoque filo duplici opus erit ad perferendam ejus tractionis vim, cujusmodi simplici globus suspensus retineri potest, &c.

Propositio XVII.

Globus filo ex centro circuli ad horizontem perpendicularis suspensus, per circumferentiam istius circuli rotari non potest, nisi filum sextuplum ponderis appensi sustinere queat.

Sit circulus perpendiculariter ad horizontem erectus BCDE, ex cujus centro A suspensus sit globus B, dico, ut hic circumgyrari possit per circumferentiam BCDE, opus esse filo, quod sextuplum ponderis B appensum sustinere possit. Ut enim filum extensum maneat cum globus transit D punctum, perque arcum DE descendit, oportet velocitatem globi eam illic esse, quâ, si dimittatur, descripturus sit parabolam DF, cujus semilatus rectum sit AD. Quare tantam habere eum oportet, qualem in D habiturus esset decidens ex altitudine HD ipsius DA dimidia: ut igitur ei ex B per semicirculum BCD ascendenti supersit dicta celeritas in D, necesse est celeritatem in B tantam esse, qua possit ascendere perpendiculariter usque ad H punctum. Hanc enim celeritatem in B habens, quacunque via perveniat ad altitudinem D, semper restabit ei tantum celeritatis, ut possit porro perpendiculariter, vel quacunque etiam via ascendere ad H, hoc est, tanta ei superit celeritas, quantam ex altitudine HD cadens acquireret, qua illi in D opus esse diximus. Celeritas porro, qua ex B ad H perpendiculariter ascendere posset, sive quam haberet ex HB decidens, est ad celeritatem

Vide Fig. 25.

quam acquireret ex A B cadens, in ratione subduplicata horum spatiorum, hoc est, ea quæ $\sqrt{10}$ ad 2. Est autem ostensum in præcedenti, si rotetur in circumferentia ea celeritate, quam acquirit cadens ex A B sive per arcum E B, esse vim centrifugam solam duplam ponderis globi simplicis. Estque celeritas qua hîc in eadem circumferentia rotatur ad illam, ut $\sqrt{10}$ ad 2, ac proinde vis centrifuga in ratione duplicata, hoc est 10 ad 4,* sive ut 5 ad 2. Ergo vis centrifuga hîc erit ad globi gravitatem ut 5 ad 1. Ad hanc vero vim centrifugam, cum globus transit in B, addenda est vis gravitatis, qua deorsum tendere conatur, quæ ad vim dictam centrifugam dicta est se habere, ut 1 ad 5. Ergo tota vis seu attractio quam sentiet filum transeunte globo in B erit sextupla globi gravitatis.

* Prop. 11.

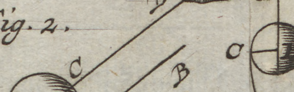
Vide Fig. 24.

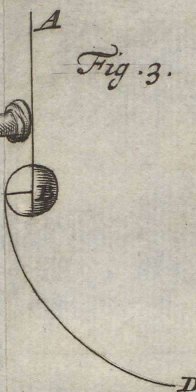
Hinc invenio, si globus ex A B filo ligatus dimittitur ex C, ejusdem cum A puncto altitudinis, dividatur autem AB in D, ut sit DB $=\frac{2}{5}$ AB, atque in D clavus figatur, cui filum occurrat, globo ex C cadente; ita demum globum circa clavum D convolvi posse, circulumque describere; si vero altius figatur clavus D, non posse. Nam cum celeritas globi in B ad circulationem integram perficiendam debeat esse ad celeritatem quam acquireret cadens ex DB ut $\sqrt{10}$ ad 2, ut modo ostensum fuit. Hinc altitudines debebunt esse in duplicatâ ratione istius, nempe ut 10 ad 4 sive 5 ad 2, ex quibus cadendo diversas istas celeritates acquirat. Ergo AB ad DB ut 5 ad 2.

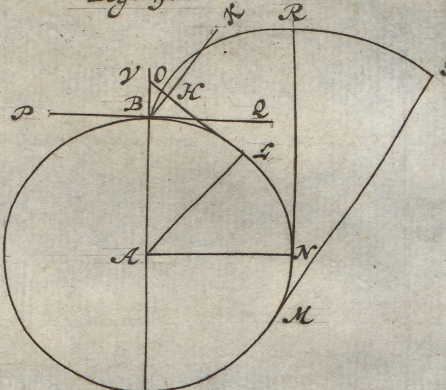
F I N I S.

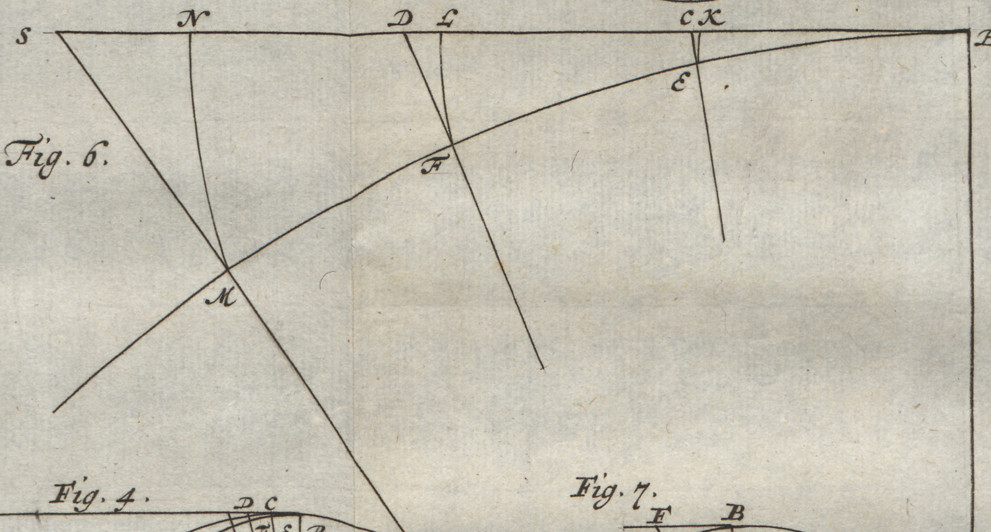
De vi Centrifuga.

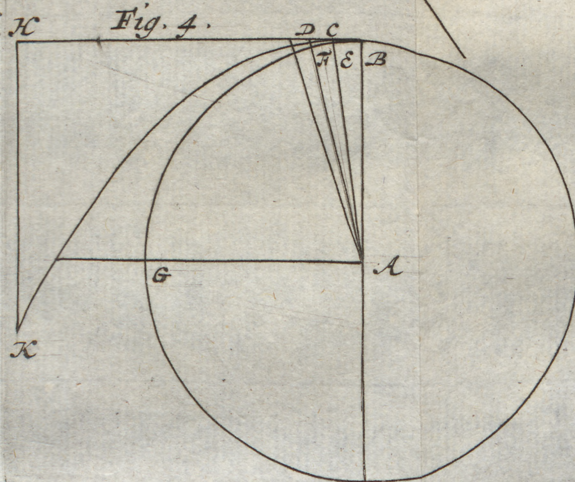
Tab. 1.

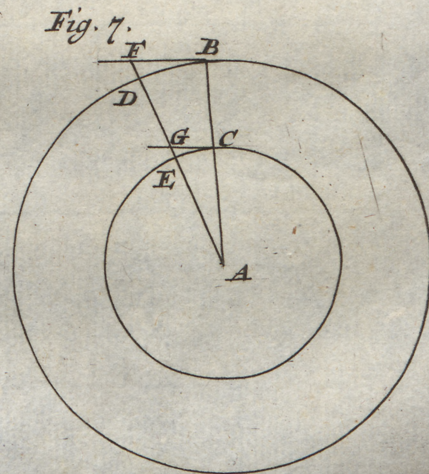


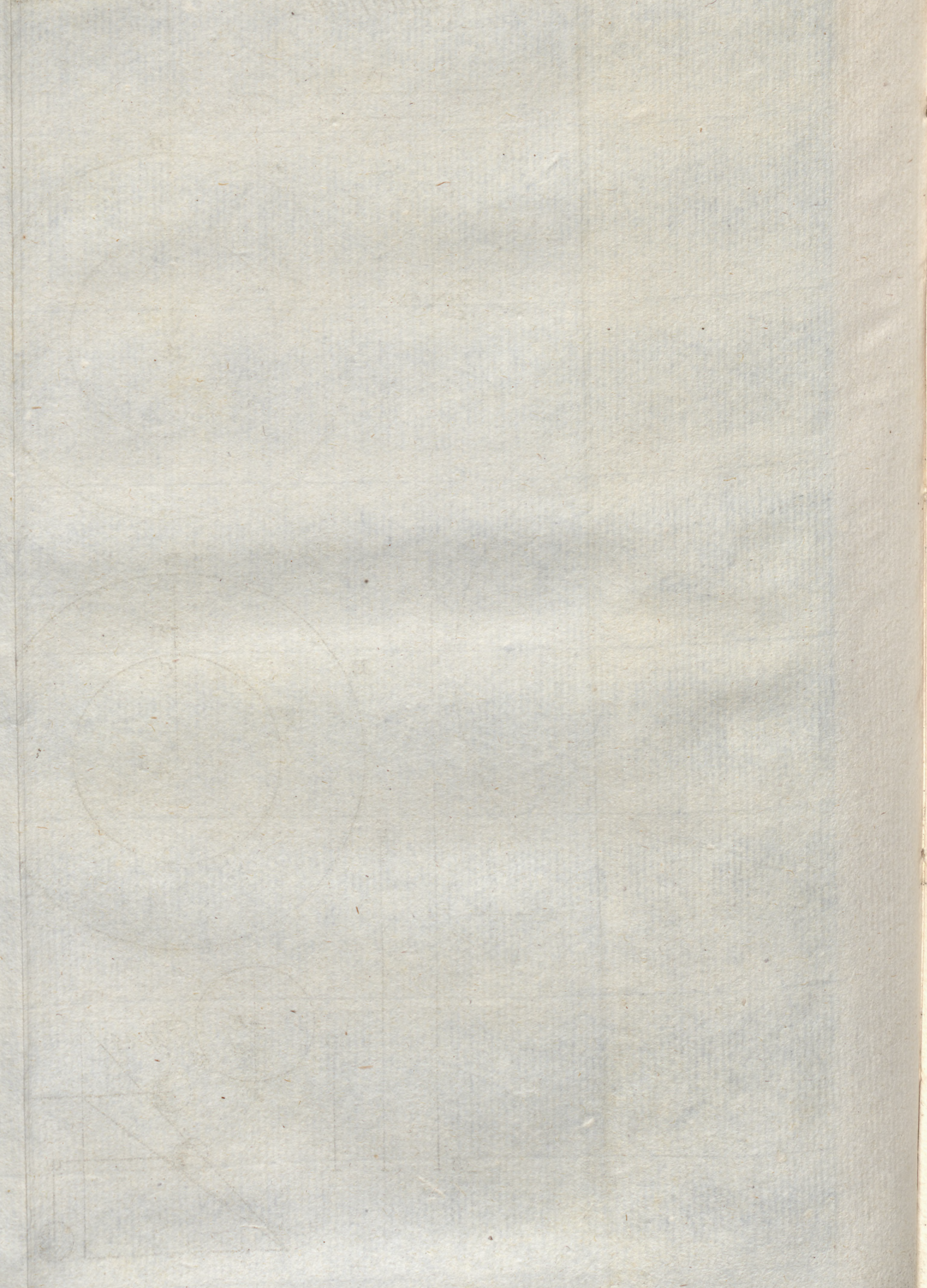




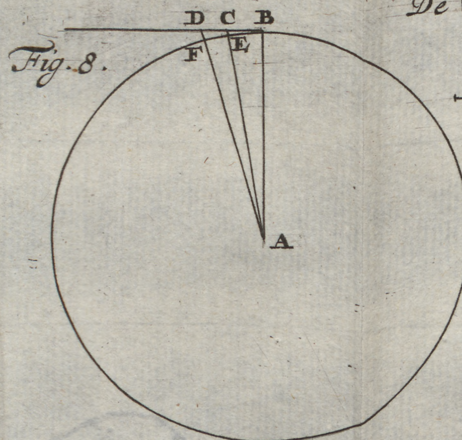


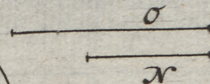


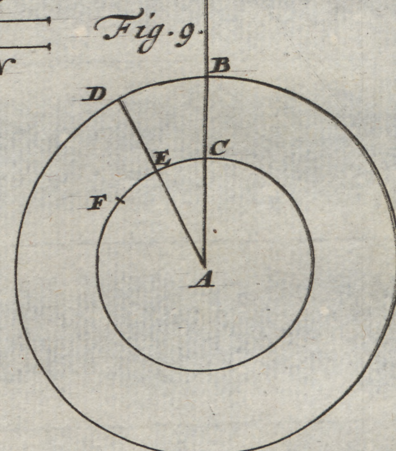




De Vi Centrifuga.







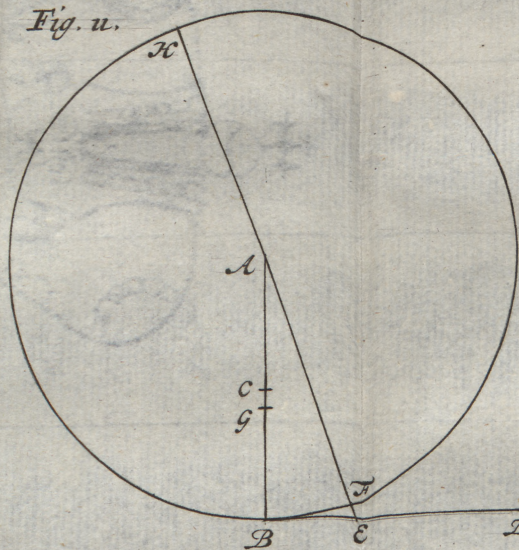
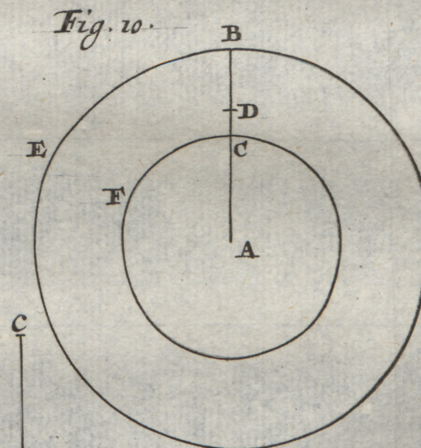
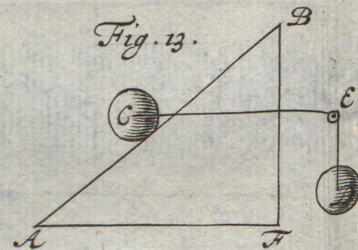


Fig. 12.





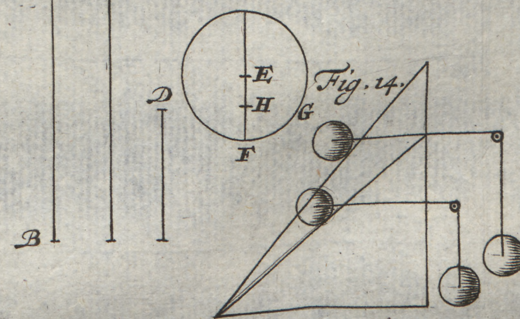
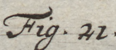
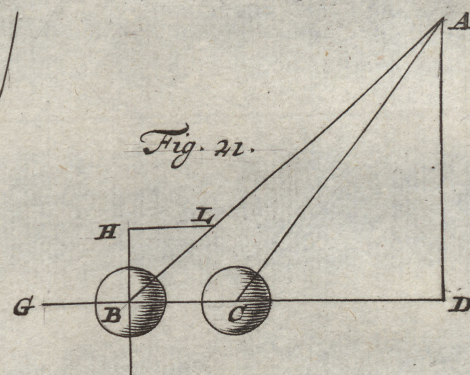
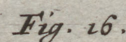


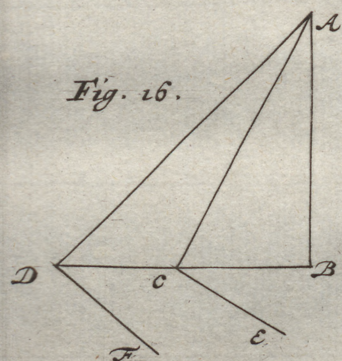
Fig. 15.

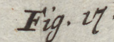
L H K D A G F B E

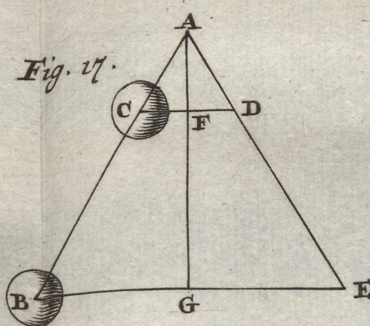


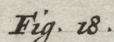


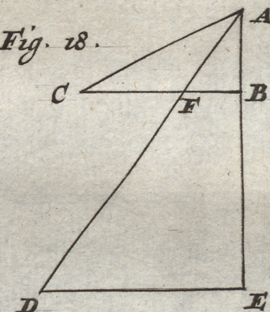


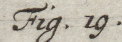


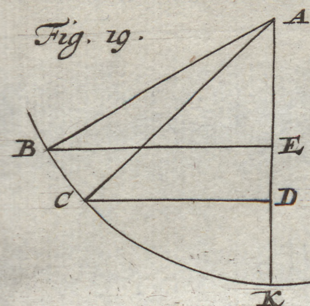


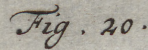


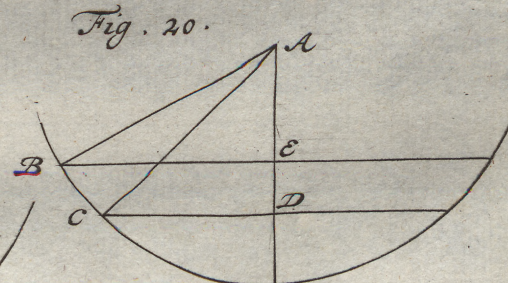




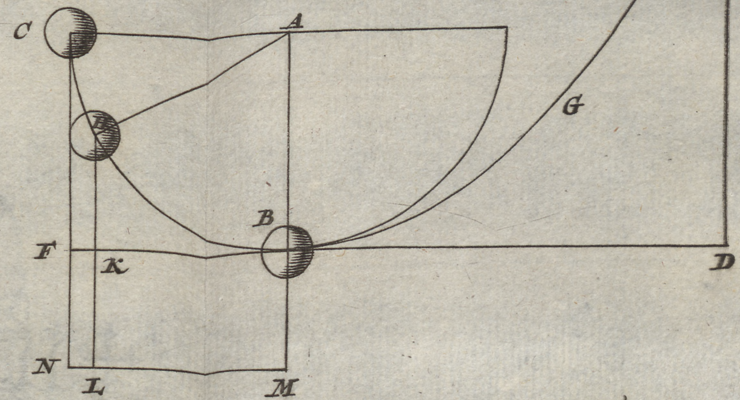


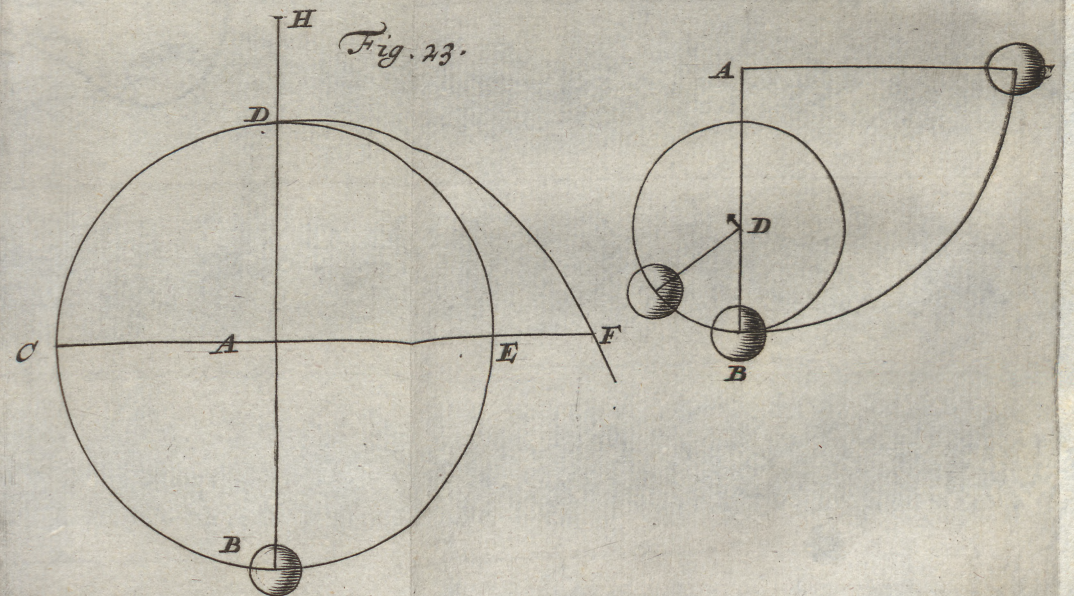






De vi Centrifuga.





POLITECHNIKA GDAŃSKA
BIBLIOTEKA CENTRALNA

CHRISTIANI HUGENII

DESCRIPTIO

AUTOMATI PLANETARII.

CHRISTIANI HUGENII
DESCRIPTIO
AUTOMATI PLANETARII.

RERUM cœleſtium ſcientiam ante bis mille annos inchoatam, magniſque ingeniis excultam, noſtra demum ætate abſolutam, ut mihi videtur, perfectamque habemus; Idque ita, ut centum circiter his proximis annis plus profectum ſit quam reliquo omni tempore. Quæ enim antea in hac arte præcipua erant, loca ſtellarum definire tum fixarum tum errantium; anni ac menſium ſpatia diſpeſcere, Eclipſes prædicere, ea omnia non ſolum multò melius planiuſque nunc facere didicimus; ſed & quod majus eſt, ac præclarius, ordinem, poſitum, proportionem & figuram orbium cæleſtium, quibus circa Solem Planetæ ac Tellus ipſa circumfertur, ſumma certitudine comprehenſa tenemus; ſtellas fixas innumeras, planetaſque alios Teleſcopii obſervationibus perceptos priorum numero addidimus. Quæ omnia ante Copernici ævum, quædam & in noſtrum uſque, profundis tenebris demerſa latebant. Itaque ſi quis cogitet quantarum in arte ſua rerum cognitione veteres Aſtronomi caruerint; adeo ut nec partes Syſtematis ſingulas, nec formam totius habuerint perſpectam; facile quoque intelliget fieri non potuiſſe, ut inſtar ejus aut imaginem aliquam arte effingerent. Quare etſi plurimùm celebretur doctorum ſcriptis Archimedea ſphæra ac Poſſidonii illa, cujus apud Ciceronem mentio facta re-

reperitur, certum tamen est, nullam iis nec archetypi cælestis similitudinem inesse potuisse, nec verorum motuum imitationem, etsi summo ingenio, industriaque fabricatas fuisse credibile sit. Ex eo vero tempore, quo reformata restitutaque in melius fuit Astronomia, sicut facilius res eadem tentari potuit, ita a pluribus quoque susceptam effectamque scimus; quorum & Machinationes quasdam vidimus, vario artificio elaboratas. Nos vero ab his omnibus diversam viam secuti tale fabricari curavimus Automatum, in quo exiguo rotarum continenter euntium numero effecimus, ut in tabulæ planæ superficie Planetarum quinque primariorum corpora circa Solem, Lunæ vero circa Terram, cursus suos absolverent, iisdem quibus in cælo temporibus, atque in iis orbibus excentricis, qui cælestium veram dimensionem positumque exprimerent; servata quoque in singulis motuum inæqualitate, qua celerius feruntur in partibus a Sole minus remotis: & annotata denique exigua illa declinatione qua ab Eclipticæ sive orbitæ Telluris plano evagantur. Adeo ut præter spectaculi elegantiam, etiam positus Planetarum non modo in præsens tempus sed & in futurum aut præteritum, tanquam ex perpetua quadam ephemeride hinc discere liceat, nec non conjunctiones, oppositionesque omnium, cum ad Solem, tum inter se; idque tanto exactius, quanto ampliore forma opus effectum fuerit. Quæ inventio cum a multis expetita sit, qui vel cognoscere, vel imitari eam cuperent, hoc libro cujusmodi sit exponemus. Incipiam vero a Machinæ constructione exteriori, quæ totum opus complectitur.

Itaque Octogonum est è ligno coagmentatum, bipedali diametro, profunditate pollicum sex. Hoc ad parietem ita suspensum est, & cardinibus suis libratum, qui

qui in finiſtro latere affixi ſunt, ut cum libuerit converti machina poſſit, & averſa parte recludi, quo interiora conſpiciantur. Facie anteriori lamina ex ære aurata cernitur toti octogono prætenſa ac Vitro ſpeculari tecta, in qua Planetarum orbes ſecundum Copernici ſyſtema, ſed Keplerianas proportiones deſcripti ſunt, ac penitus exciſi, adeo ut per rimas eas pinnulæ exiguæ commeent, quibus Planetarum globuli dimidiati ſupra laminam ac velut in ſuperficie ejus volvantur, Saturno quinos, Jove quaternos, Tellure unicum comitem, quæ Luna noſtra eſt, ſecum ferente, qui nimirum comites iiſdem orbiculis impoſiti ſunt, quibus Planetarum ipſorum corpuſcula. Nam & cæteris planetis qui comites nullos habent, ejuſmodi tamen orbiculos addidi, qui circumfuſum æthera referrent, ſimulque planetas efficerent viſibiliores. Ac Planetæ quidem primarii omnes, ut ſunt præter jam dictos, Mars, Venus, Mercurius, ita continue motus ſuos circa Solem immobilem peragunt, ut non tantum periodica tempora, ſed & anomaliæ leges exacte ſervent. Circa Terram vero Luna menſtruas revolutiones conficit. At in Saturni Joviſque comitibus idem perficere non licuit; cum ob machinæ parvitatem, tum ne æquo longius labor excreſceret. Itaque hi uno tantum orbiculo affixi tenentur, cujus primarius Planeta centrum occupat.

Vide Tab. 1. Fig. 1.

Porro omnes Orbitas Planetarias Eclipticæ circulus amplectitur, ſignis ſuis duodecim, gradibuſque 360 diviſus. In quo apparentia horum aſtrorum loca, facillime ſic inveſtigantur. Nempe ſi locum Planetæ ſecundum longitudinem, ut vocant, inquirere placet, tantummodo filum è Tellure ad planetam illum extenditur; eique filo alterum ex Solis centro, quod ibi fi-

xum manet, Parallelum ducitur ad Eclipticæ divisiones usque; hoc enim Planetæ longitudinem ostendet. Atque idem hoc parallelogrammo quodam filari ex bacillis duobus æqualibus duo fila itidem æqualia innexa habentibus constante peragi potest, clauso manente vitreo, quod supra indicavimus, operculo. Huic enim parallelogrammum imponitur, atque oculo desuper manente immoto, ita coaptatur, ut altero filo super Terræ ac Planetæ centrum transeunte, alterum Soli immineat, quod simul in Eclipticæ circulo locum Planetæ secundum longitudinem indicabit; de latitudine vero cognoscenda postea dicemus, postquam circulos in hunc usum describere docuerimus.

Inferiori parte Laminæ, inter Saturni Jovisque orbitas foramina bina sunt parvo intervallo distantia, binosque pollices longa, dimidium lata, quorum superiore dies Mensis, altero Annus Epochæ nostræ comparet, itidem ut cætera suis orbibus delati & Automati motu volubiles, quorum ille 365 dierum æquales divisiones habet, hic trecentorum annorum. Motus autem ab incluso horologio oritur, quod idem horas quoque & scrupula prima indicat in semicirculari foramine inter Jovis ac Martis Orbes parte superiori inciso. In eo namque numerus horæ cujusque ordine præterlabens, particulas quoque sexagesimas una opera demonstrat.

Vide Tab. 3. Fig. 4.

Movetur autem & manu machina tota, cum vel spectaculi gratia Planetarum discursus exigui temporis mora transigi placet, vel ad tempus datum futurum præteritumve positus eorum requiritur. Tunc enim lateri octogoni dextro manubrium inseritur, quod levi manus motu conversum, qualibet circumductione annuum motum planetis universis superaddit; vel con-

traria

traria ratione agitatum tantundem illos in præcedentia retrahit, ut retrorsum quidem in centenos annos, in futurum ad ducenos, quæcunque fuit aut futura est cœli positura repræsentari queat. Pari vero facilitate omnia rursus ad præsens tempus reducuntur, converso manubrio, donec ad puncta dictorum foraminum media dies annusque restituantur. Quo peracto auferendum est manubrium, ut rursus automatico motu omnia, sicuti prius, ferantur.

Sed quæ hactenus exposita sunt, quo clarius percipiantur figuram hanc Automati, quale extrinsecus apparet, adjicimus.

Explanatio
Tab. I. Fig. I.

V.V. *Ecliptica divisa in signa 12 & gradus 360.*
B. *Sol.*
C. *Orbita Mercurii.*
D. *Mercurius.*
E. *Orbita Veneris.*
F. *Venus.*
G. *Orbita telluris.*
H. *Tellus cum Luna, quæ circa eam volvitur.*
I. *Orbita Martis.*
K. *Mars.*
L. *Orbita Jovis.*
M. *Jupiter cum quatuor satellitibus.*
N. *Orbita Saturni.*
O. *Saturnus cum quinque satellitibus.*
A. A. *Sunt loca Apogæi in singulis planetis.*
☊ ☋ *Denotant nodos in singulis planetis, illum ascendentem, hunc descendentem.*

P. P. *Sunt circuli latitudinum in singulis planetis.*

Q. *Notat anni mensem & mensis diem.*

R. *Notat annum Epochæ Christianæ.*

S. *Monstrat horas & horarum minuta.*

T. *Figura, quæ denotat Planetarum ad Solem & inter se proportionem, quam Fig. 2. accurate exprimit.*

Fig. 2.

Fig. 2. Exhibet veram proportionem magnitudinis disci Solaris, ad reliquorum omnium Planetarum discos.

Cæterum fieri non poterat, ut ipsa Solis & Planetarum corpora suis proportionibus ad hunc orbitarum modulum exprimerentur; quippe quæ omnia visu percipi ob exilitatem nequirent: idcirco seorsim eos omnes in tabulæ loco vacuo describendos curavimus ea, quæ hic signata est, magnitudine. Itaque major circulus Solem refert, reliqui Planetas juxta Solem positos ut vera eorum tum inter se tum ad Solem magnitudinis ratio appareat. Ea vero & ex distantiarum & ex diametrorum telescopio observatorum comparatione constituta est; quemadmodum in his, quæ de Saturni mirabilibus formis olim conscripsimus, est explicatum. Sunt quidem hæc Planetarum corpuscula ad Solis magnitudinem multo exiliora, quam ab astronomis qui ante nos fuere sunt prodita. E quibus prisci illi qui nec orbium inter se rationem cognitam habebant, & nudo visu atque indiligenter prorsus Planetarum diametros metiebantur, non mirum est si longissime aberrarunt; recentiores vero, quique invento jam telescopio scripsere, etiam hi non parum ab hisce mensuris nostris diversi abierunt. Quas equidem veriores esse adseverare non vereor, quod & ma-

majoribus organis visoriis hæc sidera nos observavimus & certiori ratione diametros dimensi simus. Itaque quæ Solem inter cæterosque Planetas hic cernitur expressa ratio, ea certa est, atque a vera vel nihil vel minimum quid diversa. Una tantum Telluris minus liquido comperta est, quam nos hac ratione definivimus; ut sicut loco inter Martis & Veneris stellas media est Tellus, ita ponatur & magnitudine; exinde distantia Solis circiter 12000 Terræ diametrorum efficitur, Terræque diameter ad Solarem ut 1 ad 110; quas tamen mensuras subtilissima illa parallaxium observatio a summis astronomis postea adhibita, qua Veneris perigæi distantiam ad calculos revocarunt, egregie confirmavit.

Motus autem, qui in hoc Automato cernitur, ratio converso pegmate, inspectaque intus machina cognoscitur. Reducto enim quod hac parte eam claudit operculo, apparet intus lamina ex ære octogonum totum, uti anterior, occupans, atque ab illa anteriore pollicis unius intervallo remota, & columellis pluribus conserta. Porro axis quidam ferreus hic apparet bipedalis transversim objectus, ac totidem, quot sunt Planetæ, rotis instructus, quarum unaquæque cochlea una per modiolum trajecta affigitur. Harum rotarum dentes dentibus majorum rotarum Planetas singulos circumferentium, interque binas laminas jacentium aptantur. Porro eidem axi communi alia præterea rota insidet circulo dierum ac mensium convertendo destinata; itemque cochleæ, quam infinitam vocant, particula, quæ circulum cum inscriptis annis trecentis, totidem annorum spatio semel circumducit, intercedente axiculo quodam dentato.

Vide Tab. 2. Fig. 3.

Positum vero axis ferrei quod attinet, is horizonti quidem parallelus est, non autem laminæ magnæ quam

jam demonstravimus, sed parte ea, quæ inspicienti dextra est, multo magis ab illa recedit, quod ita faciendum fuit, ut commodius unius axis conversio omnium planetarum diversis motibus sufficeret.

Dentium vero numeri certa ratione, quam mox exponemus, reperti sunt, tamque exacte mediis motibus aptati, ut in annis viginti Saturnus tantum scrupulo 1, 34″ promovendus sit, Jupiter 1′, 9″. Mars 24′, 0″. Venus gradibus 3. scrup. 37′, Mercurius 7′, 47″. Luna parte 1, scrup. 31′. Cæterum non tantum motus medios exhibuimus, sed & cum inæqualitate ea quæ reipsa planetarum cursibus inest; idque secundum anomalias a Keplero excogitatas, quarum apud astronomos maxima auctoritas. Quo pacto autem hæc inæqualitas conficiatur suo loco ostendemus.

Porro etiam horologium Automaton hac parte conspicitur paulo supra axem dictæ laminæ adfixum, cujus horologii vi axis ille magnus annuas conversiones facit, ac per eum omnia continuo motu cientur; transit enim motus ab horologio in rotam axi infixam quam dierum ac mensium circulo aptari diximus, quemadmodum in adscripto typo apertius liquebit. Interiora horologii percensere nihil necesse est, cum vulgo notum sit inventum, cujus nimirum vis a lamina in helicem convoluta. Hic vero motus æqualitatem alia ἑλικώδῃ lamina adjuvimus, quæ libramento recursus temperaret; quod alterum post inventa pendula remedium excogitavimus non æque tutum quidem, quod frigore & calore elater vires suas paulatim quid intendat ac remittat, sed hîc aptius convenientiusque. Intenditur autem lamina illa prior motus effectrix septenis quibusque diebus.

Ex-

EXPLANATIO
TAB. 2. FIG. 3.

A. A. *Sunt lamellæ quadratæ, quæ columellarum Fig. 4. Tab. 3. litteris* TT. *designatarum capita cochleis astringunt.*

C. B. *Est axis bipedalis ferreus.*

D. *Est rota, quæ Mercurii rotas movet constans dentibus* 121.

E. *Rota Veneris constans dentibus* 52.

F. *Telluris, dentibus* 60.

G. *Martis, dentibus* 84.

H. *Jovis dentibus* 14.

K. *Saturni dentibus* 7.

L. *Rota dentium* 73. *movet circulum, cui menses diesque inscripti sunt.*

M. *Est cochleæ infinitæ particula, cujus convolutio annorum* 300 *circuitum efficit, intercedentibus binis rotulis communi axiculo Tab.* 2. *designato* E *affixis; quibus singulis dentes* 6. *quarumque altera huic cochleæ convenit; altera interior rotæ annorum* 300. *dentibus inseritur.*

N. *Horologium.*

V. *Rota est, per quam horologium movet axim* CB.

P. *Sunt dentes quatuor in extremitate axis rotæ* V.

O. *Rota, quæ a dentibus* P. *movetur, & dentes habet* 45.

Q. *Tympanum est axi rotæ* O. *inhærens constans dentibus novem, quibus movetur rota* L *& per eam axis.*

R. *Est lamella ærea huic laminæ majori affixa, cujus orificio parvulo inhæret annulus dentatus* E *Tab.* 3. *depictus.*

In

Vide Tab. 2. Fig. 3.

In ſchemate adſcripto, quæ converſæ machinæ faciem amoto operculo exhibet, lamellæ quadratæ, quibus adſcriptum eſt A, reliquæque iis ſimiles, eæ columellarum capita cochleis adſtringunt, quibus columellis laminæ, quæ hic cernitur, connectitur anterior illa Planetarum orbibus in partes diſſecta.

Axis bipedalis ferreus eſt CB, parte ea, qua C adſcriptum eſt, pollices binos a lamina diſtans.

In hoc axe defixæ rotæ orbes planetarum circumagunt, D quidem Mercurii, E Veneris, F Telluris, G Martis, H Jovis, K Saturni. Circulum vero cui menſes dieſque inſcripti ſunt rota L movet, ac denique annorum 300 circuitum efficit cochleæ M convolutio, intercedentibus rotulis binis communi axiculo affixis, quibus ſingulis dentes 6, quarumque altera cochleæ huic convenit, altera interior rotæ annorum magnæ dentibus inſeritur.

Per unum igitur axem CB annuas converſiones peragentem, (namque & rota L & cochlea M ipſi inhærent) tot motuum diverſitas perficitur; axis autem ab horologio hoc modo cietur. Eſt in horologio rota V, cujus hic particula tantum cernitur horis 96. ſingulas converſiones faciens. Hujus axi altero capite ad P dentes additi ſunt quaterni, hi inſeruntur rotæ O dentibus 45. cui rotæ in communi axi jungitur tympanum Q. novem dentibus inciſum; qui denique aptantur dentibus 73 rotæ L.

Oportet nunc & interjectas utrique laminæ planetarum rotas inſpiciundas dare, ut quomodo conſtructæ ſint & quo pacto circumeant, appareat.

Ex-

Explanatio

Tab. 3. Fig. 4.

A. *Rota Saturni constans dentibus* 206.
B. *Brachiolum, cui Saturnus infigitur.*
C. *Rota est, cui anni trecenti inscribuntur, ut annum designet illo temporis spatio semel circumvoluta. Constat dentibus* 300. *Circumvolvitur autem ope cochleæ infinitæ, quæ in Tab.* 2. *Fig.* 3. *littera* M *designatur, idque ope axiculi dentati* E.
D. *Rota, quæ mensem diemque mensis sua circumvolutione ostendit, constans dentibus* 219.
F. *Rota est, quæ circumducit Jovem brachiolo* G *infixum. Constat dentibus* 166.
H. *Rota Martis cum suo Brachiolo constans dentibus* 158.
I. *Rota telluris simul cum Luna, quæ habet dentes* 60.
K. *Circulus dentatus, qui fixus inhæret anteriori laminæ totius machinæ, & qui, dum rota Telluris circumducitur, movet rotulas, quibus Tellus simul cum luna infigitur. Habet autem dentes* 137.
L. *Rota Veneris, constans dentibus* 32.
M. *Rota Mercurii dentes habens* 17.
N. *Axis fixus, cui ab altera parte Sol infigitur.*
O. *Axiculus Mercurii una ex parte infixus axi Solis, ex altera columellæ* P *lamellæ Telluris immobili insistenti. Habet autem ille duas rotulas, quarum illa* R, *quæ movet Rotam Mercurii, habet dentes* 7. *altera vero* Q *dentes* 12. *Hic autem axiculus ita supra planum hujus figuræ elevatus est, ut Rotæ Veneris & Mercurii sub eo motus suos exercere queant.*

s. *Apertura per quam lamina horas monſtrans circumducitur.*

T. T. T. T *Deſignant columellas, quibus hæc omnia illi laminæ quam ſecunda Tabula Fig. 3. repræſentat affiguntur cochleolarum ope.*

ab. Eſt annulus planus, quo Planeta circumvolvitur.

cd. Armilla dentibus inciſa.

ee. Repagula annulum planum in ambitu continentia.

lm. Brachiolum.

Singulis igitur Planetis annulus planus ad orbitæ eorum amplitudinem dicatus eſt, cui armilla dentata rectis angulis inſiſtit, æqualiter undique ab annuli peripheria diſtans. Annulus iſte Tabulæ octogonæ anteriori intus applicitus globulum, Planetæ corpus referentem, circumfert, ſtylo exiguo ſibi infixum, quo extra laminam anteriorem tantillo promineat. In circumferentia annuli hujus repagula quædam collocata ſunt laminæqne adfixa intra quæ circulari motu ipſi moventur, ſimulque ut ne a jam dicta lamina recedant continentur. Horum in Planetis ſuperioribus Saturno ac Jove quina aut ſena adjecta ſunt propter annulorum magnitudinem, in reliquis quaterna aut trina ſufficiunt.

Vide Tab. 3. Fig. 4.

In figura hic deſcripta annulus planus eſt *ab*, ſuper hunc erecta armilla ac dentibus inciſa *cd.* Repagula annulum planum in ambitu continentia *ee.* Hæc ſingula duabus partibus conſtant, inferiore quam extrema annuli circumferentia radit, quæque ſeorſim laminæ Planetariæ adfixa eſt; tum alia huic ſuperpoſita & cochleis conjuncta, quæ paulum ſupra annuli marginem protenditur, atque ut ne excidere poſſit impedit, ſicut in figura videre eſt.

Hu-

Hujusmodi itaque annulis singuli Planetæ feruntur, ac circulares orbitas percurrunt. Quod si Ellipticas voluissemus, nullo negotio id quoque efficere licebat, defixo scilicet Planeta non in annulum ipsum *ab*, sed in brachiolum *lm*, ipsi inhærens, quod movetur in axiculo M; in L vero Planetam tubulo insertum gerit; qua parte annulus laxiori foramine perforandus, sic enim facile per rimam Ellipticam planeta ducetur. Sed cum parum adeo a circulis Ellipses istæ differant, non satis caussæ visum, ut eas adhiberemus. In Saturno autem ac Jove, quo liberius per rimas angustiores circuli laberentur hac ipsâ ratione effecimus. Est autem his prorsus similis ille, cui dierum divisiones inscriptæ sunt; at annorum circulus solum annulum planum habet dentibus in circumferentia incisis, qui quomodo motum accipiat jam ante dictum. Et his quidem dierum & annorum annulis locus repertus est inter illos qui Saturni & Jovis Planetas vehunt; Eoque & foramina, quibus divisiones illæ spectentur, inter istorum orbitas Planetarum in anteriore tabula sunt incisa.

Jam de menstruo Lunæ motu ostendendum qua ratione ordinatus sit. Inter Martis ac Terræ orbitas quod interjacet laminæ Planetariæ segmentum, in eo intus defixus est annulus, interiore circumferentia dentes habens 137, quem in hoc schemate significant inscriptæ literæ AB. Circumferentia hæc dentata paulo major est orbita terræ annuâ, atque ipse annulus AB paulum supra planum, cui affixus est, attollitur, ut sub ipso collocari queant repagula, intra quæ volvitur annulus Tellurem ferens, qui notatus est literis CD. Hic porro annulus axiculum circumfert ad rectos angulos sibi insistentem, rotulasque utroque capite affixas habentem E, F, quarum inferior duodenos dentes habet commissos denti-

Vide Tab. 3. Fig. 5.

 bus

bus annuli AB, ſuperior tredecim. Superioris dentes inſeruntur dentibus 12 rotulæ G juxta collocatæ, axemque itidem annulo CD infixum habenti, qui quidem axis cavitatem habet in partem anteriorem tabulæ Planetariæ patentem, in quam cavitatem defigitur ſtylus exiguus ac lunari circello conjunctus. Cæterum nec retinaculum quoddam annulo CD affixum & utroſque, quos diximus, axiculos parte ſuperiori detinens, uti nec armillam dentatam exprimendam duxi, ne quid rotularum EF conſpectum impediret.

Revoluto itaque annulo Terreſtri CD ſecundum ordinem literarum AEB, quæ revolutio anteriori tabulæ parte ſpectata incedit ſecundum ordinem ſignorum zodiaci; neceſſe eſt contrario motu circumire rotulas E & F, atque huic rurſus contrario rotulam G, hoc eſt, in partem eandem cum annulo Telluris: diximus autem in axem cavum rotulæ G ſtylum inſeri, cui cohæret orbiculus Lunam in circumferentia gerens, Tellurem vero in centro; quare recte ordinatus eſt Lunæ circuitus; quam bene vero tempori Menſis Periodici conveniat inferius manifeſtum fiet.

Expoſitis hactenus ſingulis machinæ partibus, dicemus jam, quibus ſemidiametrorum inter ſe proportionibus, quibuſque centris orbitas Planetarum in tabula anteriore deſcripſerimus, item ubi Apheliorum ac Nodorum puncta conſtituerimus; deinde quem dentium numerum rotæ cuique tribuerimus, ut mediorum motuum conſtaret ratio, deque ejuſmodi numerorum inventione; ac denique qua dentium conſtructione debitas motuum anomalias expediverimus.

Igitur octogonæ laminæ ſtatuta hac magnitudine, ut quæ ex centro in latus perpendicularis ducitur ſit pollicum $11\frac{1}{2}$, centro eodem, ubi & Sol collocandus, circulum

culum Eclipticæ signorum descripsimus radio pollicum $10\frac{2}{5}$. Hunc circulum in partes 360 partiti sumus, Signaque 12 suis locis adscripsimus, collocato Arietis signo in parte, quæ spectanti ad dextram est, ac pari cum centro altitudine.

Vide Tab. 1. Fig. 1.

Porro Apheliorum loca in laterculo adjecto notata, in quam partem uniuscujusque Planetariæ orbitæ centrum sumptum fuerit, declarat. Ex proportione vero semidiametrorum juxta collocata etiam mensura harum linearum intelligitur, si una ipsarum quæ est orbitæ Telluris semidiameter definita fuerit, quam quidem pollicis unius statuimus, seu pedis Rhenolandici duodecimam partem, qualium enim hæc partes 100000 continere censetur, talium radii orbitarum cæterarum partes in laterculo descriptas habent. Earundem quoque partium sunt excentricitates hic adnotatæ, quas ex centro Eclipticæ, ubi locus Solis, versus Apheliorum loca accipere oportet, atque ibi centra cujusque orbitæ signare.

Ita ex. gr. Saturni orbitam descripturus initio Anni Christi 1682. lineam ex Eclipticæ centro duco ad Sagittarii grad. 27, scr. 40′. in ea pono ex centro eodem particulas 54, qualium semidiameter orbitæ telluris sive pollex unus 100 continet, non possumus enim in hac parvitate ulteriores minutias prosequi. Ita centrum orbitæ Saturni reperio. Tum deinde accepto semidiametro partium earundem 951, orbitam Planetæ describo, cujus Aphelium signo litera A ad intersectionem rectæ ejus, quam ex centro ductam ostendi. Cum vero orbitæ Planetariæ in cœlo omnes non nihil declinent a plano Eclipticæ seu plano orbitæ telluris, quod planum hic ipsius tabulæ superficies esse intelligitur; ut nimirum dimidiâ sui parte supra attollantur, altera dimidia infra descendant, perspicuum est, non esse ipsas Plane-

tarum orbitas, quæ a nobis ſunt deſcriptæ, ſed lineas ejuſmodi in quas incidunt ductæ in Eclipticæ planum perpendiculares ex orbitarum quibuſlibet punctis, quas tamen lineas pro orbitis ipſis habemus, quod ſecundum illas Planetæ motus in longitudinem examinetur; revera autem ſunt orbitæ ad Eclipticæ planum reductæ. Itaque puncta bina, quibus orbita quæque planum Eclipticæ interſecat (hi nodi vocantur) ſuis ſignis ☊ & ☋ notavimus, quorum illud nodo aſcendenti tribuitur, unde nimirum Planeta ad partes Eclipticæ boreas feratur, quas ſupra tabulam exiſtere intelligendum; alterum nodo deſcendenti, quo præterito in partes auſtrinas tranſeat. Hi vero in eadem linea recta per Solis centrum ducta oppoſitos locos obtinent communi Aſtronomorum conſenſu, etſi non plane ad amuſſim res ſeſe hoc modo habere videatur, ut ſuo loco amplius declarabitur. Cæterum loca nodorum aſcendentium; Et quali angulo plana orbitarum Planetarum ad Eclipticæ planum inclinentur in tabella hic expreſſimus; auctores eos ſecuti qui maxime nobis probandi videntur; adeoque in Venere & Mercurio recentiſſimorum adhibitis obſervationibus, quibus in Sole ipſo hi Planetæ apparuerunt.

ANNO 1682. Januarii 1mo.

	Aphelia.	*Nodi ascendentes.*	*Inclinationes.*	*Semid. orbium Planetarum.*	*Excentricitates in iisdem partibus.*
	Gr. ' ''	Gr. ' ''	Gr. ' ''		
Mercurii	15 : 11 : 19. ♐	14 : 29 : 47 ♉	6 : 54 : 0	38806	8149
Veneris	2 : 59 : 44 ♒	13 : 54 : 52 ♊	3 : 22 : 0	72400	500
Martis	0 : 30 : 17 ♍	17 : 38 : 12 ♉	1 : 50 : 30	152350	14115
Telluris	7 : 7 : 20 ♋			100000	1800
Jovis	7 : 55 : 43 ♎	5 : 30 : 42 ♋	1 : 19 : 20	519650	25058
Saturni.	27 : 39 : 46 ♐	21 : 36 : 26 ♋	2 : 32 : 0	951000	54207.

Diam. annuli Saturni	*ad diamet. Solis*	*ut*	11 *ad* 37
Diam. annuli	*ad diametr. globi Saturn.*	*ut*	9 *ad* 4
Diam. Iovis	*ad diametr. Solis*	*ut*	2 *ad* 11.
Diam. Martis	*ad diametr. Solis*	*ut*	1 *ad* 166
Diam. Terræ	*ad diametr. Solis*	*ut*	1 *ad* 110.
Diam. Veneris	*ad diametr. Solis*	*ut*	1 *ad* 84
Diam. Mercurii	*ad diametr. Solis*	*ut*	1 *ad* 308

Porro ut apparentes Planetarum latitudines cognoſcere liceat ſuper linea recta nodos oppoſitos jungente arcus circunferentiæ circularis utrinque deſcripſimus, alterum extra orbitæ portionem boream, alterum intra portionem auſtralem, tanto intervallo ab ipſis portionibus, ubi maxime abſunt, recedentes, quanto orbita ipſa ſupra atque infra planum Eclipticæ iis ipſis in locis extare deberet; atque ibidem angulos inclinationis adſcripſimus. In quocunque vero orbitæ ſuæ reductæ puncto Planeta reperietur, ſi ab eo puncto ad adſcriptum arcum minima diſtantia accipiatur, ea quam proxime intervallum indicabit, quo ab Eclipticæ plano illic vera Planetæ orbita recedit, quod intervallum cum diſtantiâ Planetæ a Tellure comparando, ipſe quoque

que latitudinis angulus ex triangulorum doctrina facile investigabitur; atque hæc de exteriore Automati forma deque usu ejus dixisse sufficiat: Nunc ad interiorem fabricam pergamus.

Dentium in rotis numerus hoc modo a nobis inventus fuit; Motum Medium cujusque sub Ecliptica Planetæ annuum seu dierum 365 ad Telluris Medium annuum motum, quales in Tabulis Astronomicis exhibentur, comparavimus; reductis ad tertios scrupulos arcubus eorum motuum integris. Numeri hinc orti, cum eam inter se proportionem habeant, quam arcus circulorum eodem tempore a Planeta, atque a Tellure in orbitis suis emensi, sequitur tempora utriusque Periodica ejusdem rationis contrariam continere; quam itaque, vel similem minoribus numeris expressam, etiam dentium numeri habere debent, quibus nempe rota tum Planetaria, tum altera ipsi congruens, atque axi magno imposita incidantur; singulis enim axis hujus conversionibus Tellus integram orbitam suam percurrit; quoniam æqualem dentium numerum rotæ Tellurem ferenti, itemque ei, quæ in axe magno respondet, attribuimus, sexagenarium puta, vel alium pro lubitu, qui commode in rotas inducatur.

Huc itaque res tota recidit ut datis numeris duobus magnis certam inter se rationem habentibus, alii minores inveniantur rotarum dentibus multitudine sua non incommodi, quique eandem proxime rationem ita exhibeant, ut nulli ipsis minores propius. Sed exemplo rem totam melius exponemus; Sunto igitur inveniendi dentes in rota Saturni, inque minore illam movente, quæ axi magno est imposita, quam indicabat superius litera K.

Vide Tab. 2. Fig. 3.

Annuus Saturni motus (sequor autem tum in hoc tum in cæteris Riccioli recentissimas Tabulas) proditus

tus eſt gr. 12, 13′, 34″, 18‴. Annuus Telluris, quem ille Solis vocat, gr. 359°, 45′, 40″, 31‴. Reductis igitur omnibus ad ſcrupula tertia, fit proportio 2640858 ad 77708431. Itaque quam rationem habet poſterior horum numerus ad priorem, eam habet Saturni tempus Periodicum ad tempus, quo circa Solem Tellus convertitur, ac proinde & rotæ Saturniæ dentium numerus ad ſuæ motricis rotæ dentes hanc rationem quam proxime ſervare debet. Inveniendis igitur numeris minoribus qui proxime rationem iſtam exprimunt; divido majorem per minorem, & rurſus minorem per eum qui a diviſione relinquitur, & hunc rurſus per ultimum reſiduum, atque ita porro continenter pergendo invenio quod ſit ex primâ diviſione

$$29 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{5 + \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{4} \text{ \&c.}}}}}}$$

nempe numerum cum adjuncta fractione, cujus fractionis numerator eſt unitas, denominator vero rurſus fractionem adjunctam habet, cujus numerator unitas, denominator ſimiliter ac præcedens componitur; idque ita conſequenter; qua via, ſi, quo uſque poteſt, continuetur, eo devenitur, ut a diviſione tandem unitas ſuperſit.

Jam ab hac fractionum ſerie poſteriores aliquouſque præcidendo, velut hic $\frac{1}{5}$ cum cæteris deinceps ſequentibus, reliquaſque cum numero ipſas præcedente reducendo ad communem denominatorem, erit hujus ad numeratorem ratio propinqua ei, quam datorum numerorum minor habet ad majorem; adeo quidem ut minoribus numeris propius ad eam accedere non liceat.

 Re-

Reductionis modus facilis est; nempe posteriores, unde hic incipimus fractiones, $\frac{1}{2+\frac{1}{1}}$, tantundem valent ac $\frac{1}{3}$, unde ad proxime præcedentem pergendo ac reducendo $\frac{1}{2+\frac{1}{3}}$, faciunt $\frac{3}{7}$; denique & numerum integrum includendo ac reducendo $29+\frac{3}{7}$, fiunt $\frac{206}{7}$. Itaque numeri 7 ad 206 propinqua ratio est rationis 2640858 ad 77708431. Eoque rotæ Saturniæ dentes 206 dedimus, ipsam vero moventi dentes 7. Quod autem minores numeri non inveniuntur, qui propius rationem propositam exprimant, ita ostendemus. Principio certum est numeros hujusmodi reductione factos, esse inter se primos, ex Prop. 1. l. 7. Elem. quia nihil aliud est divisio nostra continua quam subtractio illa Euclidea, quæ si numeris nostris 206 & 7, reductione effectis adhibeatur, planum est unitatem tandem relinqui, quia fractionum istarum omnium numerator est unitas. Quod si jam duo quivis alii numeri propius ad proportionem magnorum accedunt, eos necesse est, facta continua divisione majoris per minorem, donec unitas supersit, quotientem efficere 29, cum fractionibus iisdem, quæ supra, continue adjectis, atque ulterius continuatis quam unde reductionem incepimus, cum inveniremus numeros 7 & 206. alioqui enim ad primæ divisionis quotientem qui dictas fractiones omnes quousque possunt continuatas adjectas habet propius accedi nequit. Sic quoniam continua divisione 206 per 7, invenitur

$$29+\frac{1}{2+\frac{1}{2+\frac{1}{1}}}$$

necesse esset divisione simili numerorum propiorum unam saltem insuper fractionem istis adjici, vel $\frac{1}{5}$ vel aliam qua propius ad quotientem universalem perveniatur

tur, quam si ad $\frac{1}{1}$ subsistamus. Hinc vero facta reductione, manifestum est, numeros majores effici, quam si a citeriori fractione cæptum fuisset, quandoquidem accessione cujusque fractionis reductæ efficitur fractio constans numeris inter se primis, quæque propterea ad minores reduci nequit; quod examinanti manifestum fiet si ad sequens theorema attenderit demonstratu facillimum: nempe Propositis duobus numeris inter se primis, eorum alteruter ad se ipsum vel sui multiplicem altero numerorum auctum primus erit. Si enim non, ergo ita compositum metietur, sed & partem metitur, hoc est, se ipsum, vel sui multiplicem; ergo & reliquum metietur; quod absurdum, quandoquidem numeri inter se primi ponebantur. Itaque propiores numeri proportioni propositæ, non minores, sed majores erunt inventis 206 & 7.

Porro facile intelligitur reductionem fractionum ab ea utilius semper incipi, quam proxime insequens fractio majorem denominatorem habebit vicinarum comparatione; sicut & antecedenti exemplo inde reductionem incepimus, ubi $\frac{1}{7}$ sequebatur.

Utilitas vero methodi ad alia multa porrigitur, ubi proportio quæpiam numeris comprehensa ad proxime æqualem aliis minoribus numeris est redigenda. Velut cum peripheriæ circuli ad diametrum ratio ad notas veras plures datur, nempe quæ 31415926535 ad 100000000000. Hîc facta divisione fit,

$$3 + \frac{1}{7} + \frac{1}{15} + \frac{1}{1} + \frac{1}{292} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1}$$

ubi si reductionem inchoaremus a fractione $\frac{1}{7}$ fit proportio Archimedea 22 ad 7, si vero ab $\frac{1}{1}$ fit alia multo propinquior quam Adr. Metius prodidit 355 ad 113; sicut enim

 113

208341 : 66317. Ver. min.
Log. 0.4971499

113 ad 355 ita 10000000 ad 31415929 &c. Eodem modo alias ad verum propius accedentes rationes invenire licet; sed hæc Metiana, cum ad usum habilis est, tum pro numerorum parvitate eximia, ob exiguam particulam $\frac{1}{292}$ citra quam reductio cœpta est; Cujusmodi non facile similis reperitur ulteriores numeros tentanti. Sciendum vero, reductione hac nostra majorem proportionis terminum alternis majorem minoremve vero reperiri, prout a prima, tertia, quinta aut alia deinceps impari fractione reductio inchoata fuerit. Ita cum a tertia fractione, quæ est $\frac{1}{1}$ reductionem præcedentem inceperimus, fit proportio circumferentiæ ad diametrum, ut 355 ad 113 major vera; at si a secunda quæ est $\frac{1}{15}$ incepissem, extitisset inde proportio 333 ad 106 minor verâ; rursus si a prima quæ est $\frac{1}{7}$ initium fiat oritur proportio Archimedea 22 ad 7 major vera; veram autem proportionem hic appello, quæ iis, qui adsumti sunt, magnis numeris exprimitur, quam nimirum pro ipsa proportione circumferentiæ ad diametrum accepimus. Horum vero demonstratio hoc fundamento nititur notissimo, Fractionem quamcunque, aucto denominatore, fieri minorem; imminuto, majorem.

Sit enim numerus ex prima divisione ortus A, fractionibus vero deinceps descendentibus quotlibet BCDEF & ad infimæ F denominatorem adjecta intelligatur fractio quæ ex omnibus ulterioribus fractionibus reductis conficeretur, quæ dicatur Z. Cum itaque fractio, cui superscriptum F, sit major vera, quia denominatorem habet minorem vero denominatore, qui esset $1+Z$, hinc augendo denominatorem fractionis E fractione F, fiet reducta fractio ex fractionibus E, F, minor vera, ideoque rursus augendo denominatorem fractionis D, ista fractione re-

du-

A B C D E F

$3 + \frac{1}{7} + \frac{1}{15} + \frac{1}{1} + \frac{1}{292} + \frac{1}{1}$

ducta, fiet fractio ex D E F reductis major vera, ac proinde rursus augendo denominatorem fractionis C ista ultima, fiet fractio, ex C D E F fractionibus reductis, minor vera.

Cumque ita necessario fractiones ex reductione fractionum sursum tendendo effectæ, alternatim nunc majores, nunc minores evadant Veris, sitque infima, unde initium fit, semper vera major; facile apparet, si hæc sedem imparem obtineat, etiam ex omnium fractionum reductione effectam vera majorem fore, ideoque numero A additam, daturam terminum proportionis majorem vero. Si vero illa, unde initium fit, sedem parem obtineat, tum ex reductione omnium exstituram fractionem vera minorem, ac proinde numero A additam, daturam terminum proportionis vero minorem. Quare patet propositi veritas. Sciendum porro, si omnes ordine terminos proximos datæ proportioni desideremus, tunc & ab omnibus fractionibus imparium sedium, & rursus ab omnibus sedium parium faciendam reductionem, idque ita, ut pro singularum fractionum denominatore, qui unitate major erit, ponantur seorsum denominatores omnes ab unitate ad illum usque, & cum iis singulis reductio inchoetur perficiaturque. Hoc enim si fiat in fractionibus sede impari locatis, omnes termini veris majores ordine existent; si verò fiat in fractionibus sedium parium, habebuntur ordine omnes termini veris minores. Ita in proposito exemplo si pro fractione prima $\frac{1}{7}$ ponantur singulatim $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}$, facta hinc reductione existent proportiones vera majores: 4 ad 1, 7 ad 2, 10 ad 3, 13 ad 4, 16 ad 5, 19 ad 6, 22 ad 7. deinde a fractione tertia D incipiendo fiet

proxima ratio major 355 ad 113. Et ab quinta F incipiendo fiet proxima ratio major 104348 ad 33215. Rursus si pro fractione secunda $\frac{1}{15}$ ponantur singulatim 15 fractiones, $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, &c. Item pro quarta $\frac{1}{292}$ ponantur omnes ab unitate, $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, usque ad $\frac{1}{292}$; factis reductionibus habebuntur ordine proportiones veris minores, quæ quidem ad fractionem E procedendo dari possint. Quod si denique seriem continuam mixtam terminorum tam majorem quam minorem vera proportionem exhibentium velimus, quorum quique præcedentibus ad veram propius accedant, tunc hoc observandum, ut in fractionibus quibusvis, quarum denominator unitate major erit, ponantur, non ut modo factum omnes deinceps minores denominatores ab unitate, sed ab ea incipiendo quæ dimidio illius denominatoris proxime major erit.

Hac igitur ratione in cæteris quoque Planetis usi, rotæ Jovis dedimus dentes 166, rotæ vero ipsam moventi dentes 14. rotæ Martis dentes 158, ipsam vero moventi dentes 84. Rotæ Veneris dentes 32, ei quæ movet dentes 52; qui numeri sunt inter se ferme, ut 70 ad 43. Quibus numeris si usi essemus, & Rotæ Veneris dedissemus dentes 43, rotæ vero hanc in axe magno agitanti, 70, aliquantulum perfectius vero Veneris motui respondisset Machina. Priores enim numeri, quos adhibuimus, efficiunt, ut Venus post 20 annos a vero loco deficiat gr. 3, 37′. cum posteriores in iisdem 20 annis tantillulum ultra verum locum Venerem promoveant, sed excessu 15′. non plene æquante.

Nec multum dissimili ratione inveniuntur dentes rotularum, quæ Mercurium movent. Assumta enim Periodo telluris sub Ecliptica dierum 365. hor. 5. 49′. 15″. 46‴., Mercurii vero sub eadem dierum 87. Hor. 23,

14′,

14′, 24″, aut facilitatis ergo assumta illa d. 365. hor. 5. 50′ & hac dierum 87. Hor. 23. 15′. invenietur ratio revolutionum Mercurii ad illas Telluris ut 105190 ad 25335, sive 21038 ad 5067; quorum divisione, eo, quo dictum, modo, instituta

$$\frac{21038}{5067} \Big| 4 + \frac{1}{6} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{7} \text{ \&c.}$$

& neglecta ultima fractione reliquis ad communem denominatorem deductis fiet $\frac{847}{204}$, qui numeri proportioni motuum, quibus hi Planetæ moventur, quam proxime respondent. Verum cum 847 fiat ex ductis in se numeris 121, & 7, & 204 ex ductis in se numeris 12 & 17, rotæ annuæ, quæ est in axe communi, inditi sunt dentes 121, & axiculus interpositus rotatilis circa duo puncta fixa, quorum alterum est in axe per Solem & annulum Mercurii transeunte; alterum in columella inhærente lamellæ fixæ Telluris. Sunt autem hæc puncta ita remota ab ipsis orbitis Mercurii & Veneris, ut dentes rotarum Veneris & Telluris libere sub axiculo transeuntes ab eo in motu suo non impediantur; Hic autem axiculus duas rotulas habet circa unamquamque extremitatem unam, quarum altera, cujus dentes committuntur rotæ annuæ, est dentium 12; altera vero, quæ armillæ dentatæ Planetam vehenti committitur dentium 7, cum ipsa armilla habeat dentes 17. quo ipso inter motum axis communis, & rotæ Mercurium vehentis eandem proportionem servari, quæ est 204 ad 847, manifestum est.

Vide Tab. 3. F. 4.

Ro-

Rotularum, quæ Lunam vehunt dentes ut inveniantur, assumto eodem motu annuo d. 365. hor. 5. 50′, & Lunari motu d. 29 hor. 12, 44′, 3″ sive scrupulorum 45, ob faciliorem calculum invenietur ratio revolutionum Lunæ ad eas Telluris, ut 105190 ad 8505, sive 21038 ad 1701: quibus numeris, ut prius, divisis fit

$$\frac{21038}{1701} \Big| \; 12 + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{1} + \frac{1}{1} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

Quod si pro ultima fractione sumatur $\frac{1}{6}$, & præcedentes ad eundem denominatorem deducantur, fient numeri 1546 & 125, quorum cum prior nullas partes aliquotas habeat, præter 2 & 773; hic, autem nimium dentium numerum faciat, præstabit si loco fractionis $\frac{1}{6}$ proxime minorem sumamus $\frac{1}{7}$, quo facto orientur numeri 1781 & 144, quorum prior fit ex 137 & 13, posterior ex 12 in 12. Ex quibus descripta ratio dentium tum in majori rota, tum in minoribus axiculis dentatis facile constabit.

Ex ipsa autem hac inventione numeri dentium, qui tum in axe communi, tum in rotis singulos Planetas deferentibus incidi debent, manifestum est non posse has circumvolutiones ita fieri, quin tractu temporis aliquantulum ab ea ratione quam motus telluris ad motum uniuscujusque Planetæ ex observatis habere assumsimus, aberret; Cujus tamen aberrationis quantitatem, quantula sit, facile est determinare. Nam ut exacte in machina eadem ratio veri motus observaretur, necessum foret,

ret, ut ratio motus præcise numero dentium in rotulis respondeat. Nimirum in Saturni, ut hoc exemplo res plana fiat, rota, quæ in axe communi est, dentes sunt 7, in ea vero, quæ Saturnum vehit, dentes 206. Necessum igitur est, ut tempore 206 annorum Saturnus periodum suam absolvat septies; Verum cùm ratio motus Telluris ad Saturnum sit, ut 7708431, ad 2640858, invenietur, Saturnum spatio 206 annorum, absolvere periodum suam non præcise septies, sed circiter $7\frac{1}{1346}$. Singulis ergo 206 annis Saturnus in motu suo in hac machina retardatur $\frac{1}{1346}$ sui circuli, singulisque annis tantundem uniuscujusque dentis, & annis 1346 retardabitur ejus motus unico dente, quo igitur post id tempus rota Saturni promovenda erit. Hæc autem rota cum constet dentibus 206, qui integrum circulum 360 graduum constituunt, unicuique denti præterpropter respondebunt 10′5 scrupuli, per quos itaque promovendus erit Saturnus post exactos annos 1346, adeoque post 20 annos 1′: 3″4. Eademque ratio est in cæteris.

Restat explicemus quanam ratione ex harum rotarum revolutione debitæ motuum anomaliæ sequantur. Hunc in finem sit ANP orbita Planetæ, cujus centrum C; Sol S; sumaturque in SC punctum E ad lubitum, fiatque, ut excentricitas SC ad radium CA, ita CE ad ED, quo radio ac centro E describatur circulus DM. Intelligatur porro circulo AL super centro suo C mobili affixum esse immobiliter circulum DM incisum dentibus æqualibus super circuli plano erectis, qui proinde circulus necessario quoque circa centrum C movebitur. Ponatur autem moveri versatione æquabili tympani KH axem ad C directum habentis, cujusque dentes congruant dentibus rotæ DM. Satis enim convenient, etsi ob excentricitatem hujus rotæ non semper tympano ad re-

Vide Tab. 4. Fig. 7.

rectos angulos subjiciantur: dico hoc motu Planetam inæqualiter ferri in sua orbita, idque ita, ut ejus motus hypothesi Keplerianæ proxime æquipolleat.

Vide Tab. 4. Fig. 7.

Sumto enim in circulo DM. centro E descripto quolibet arcu DO, ponatur ejus arcus dentes versatione tympani HK pertransiisse rectam CD, erit necessario recta CO in recta CAD, etsi non ita, ut punctum O sit in D, sed interius in R, cum CD, quæ æqualis est duabus CE, EO, major sit, quam CO. Quantus igitur est angulus OCD, tantus quoque erit angulus, quo recta CAD mota erit circa Centrum C; ideoque si faciamus angulum DCT æqualem angulo DCO, erit CT recta, in quam promota erit CAD, adeo ut Planeta processerit ex A in punctum N, ubi recta CT secat circumferentiam AN centro C descriptam. Circulus autem DM centro E promoto in F, factoque FT æquali ED, habebit situm circuli TR. Apparet autem ob eandem angulorum OCD, DCT æqualitatem arcum DM, quem recta CT abscindit in circumferentia ODM esse æqualem arcui DO. Unde juncta ME, erit & angulus MED æqualis DEO. Itaque si fiat arcus AL totidem graduum, quot continet arcus DM, jungaturque CL, erit hæc parallela EM. In triangulis igitur CEM, SCL erunt anguli LCS, MEC æquales, & circa hos æquales angulos latera proportionalia. Est enim ex constructione SC ad CL, ita CE ad EM, quoniam CL ipsi CA & EM ipsi ED est æqualis. Erunt ergo æquales etiam anguli MCE & LSC, ac proinde latera CM, SL parallela. Hac igitur rotatione circulorum DM, AL Planetam in A positum ita moveri per circulum AL, ut ejus motus quam proxime respondeat *Hypothesi Kepleri* ita ostendetur: Ponatur Planeta motus ab A versus N, erit spatium NSA anomalia ejus media; atqui propter lineas parallelas SL, CN erit triangulum NSC æquale triangulo CLN, quod insensibili dis-

discrimine differt a ſectore CLN. Spatium itaque CLA, adeoque & arcus AL reſpondebit anomaliæ mediæ; promoto Planeta ex A in N. Quod ſi ponamus AQP eſſe ellipticam Kepleri orbitam, erit quidem Planeta in Q, ubi ſcilicet NQ perpendicularis in AP Ellipſin AQP ſecat, non in N, ſed hæ Ellipſes tam parum a circulis recedunt, ut differentia in machina animadverti nequeat. Erit itaque N locus Planetæ debitus medio motui AL, qui arcus tot gradus, ac arcus DO ſive DM complectitur. Quod ſi tympanum ponatur quovis alio loco velut in G æque diſtante a centro C verſus quod tympanum dirigitur, collocetur vero punctum D, quod in rota ODM maxime a Centro C diſtat ſub tympano, & Planeta rurſus in A loco Aphelii ſui, apparet æquali verſatione tympani in G atque in D eoſdem angulos tranſire circa centrum C. Quare ubicunque collocetur tympanum, eodem ritu motus Planetæ inæqualis fiet, licet dentes rotæ DM æquales ponantur, modo dentes tympani K directe ſpectantis ad punctum C aliquam habeant longitudinem, qua committi queant dentibus circuli DM aliis & aliis in punctis ſecantis rectam DC; & ſimul obſervetur, ut poſita recta longiſſima, quæ a centro C ad circulum DM duci poteſt directe ſub tympano K, Planeta ponatur in Aphelio circuli ANL. Verum cum noſtra in machina omnia tympana in uno eodemque axe ſint poſita, non poterit ille niſi ad duorum Planetarum centra debite collocari; quare porro conſiderandum eſt, qui idem per inæquales dentes perfici queat. Quem in finem ſupponamus circulum DMP in partes æquales D*a*, *ab*, *b*M, M*g* ſectum eſſe, & ad illas ſingulas duci ex puncto C rectas, C*a*, C*b*, CM, C*g* illæ in partes inæquales A*d*, *de*, *e*N, N*f* ſecabunt orbitam Planetæ ANL. Qua ratione invenientur in circulo ANL totidem dentes inæ-

 qua-

quales, quot æquales positi sunt in circulo D M. Quibus si nunc porro tympanum K applicetur, (satis enim convenient, licet alibi minores, alibi vero majores paulo evadant,) cum eodem numero dentium tympani K, quo transiere prius dentes arcus D M, jam transeant dentes arcus A N, fiet, ut simul eadem motus Planetæ oriatur inæqualitas, quam Hypothesi Keplerianæ proxime respondere ostendimus.

FINIS.

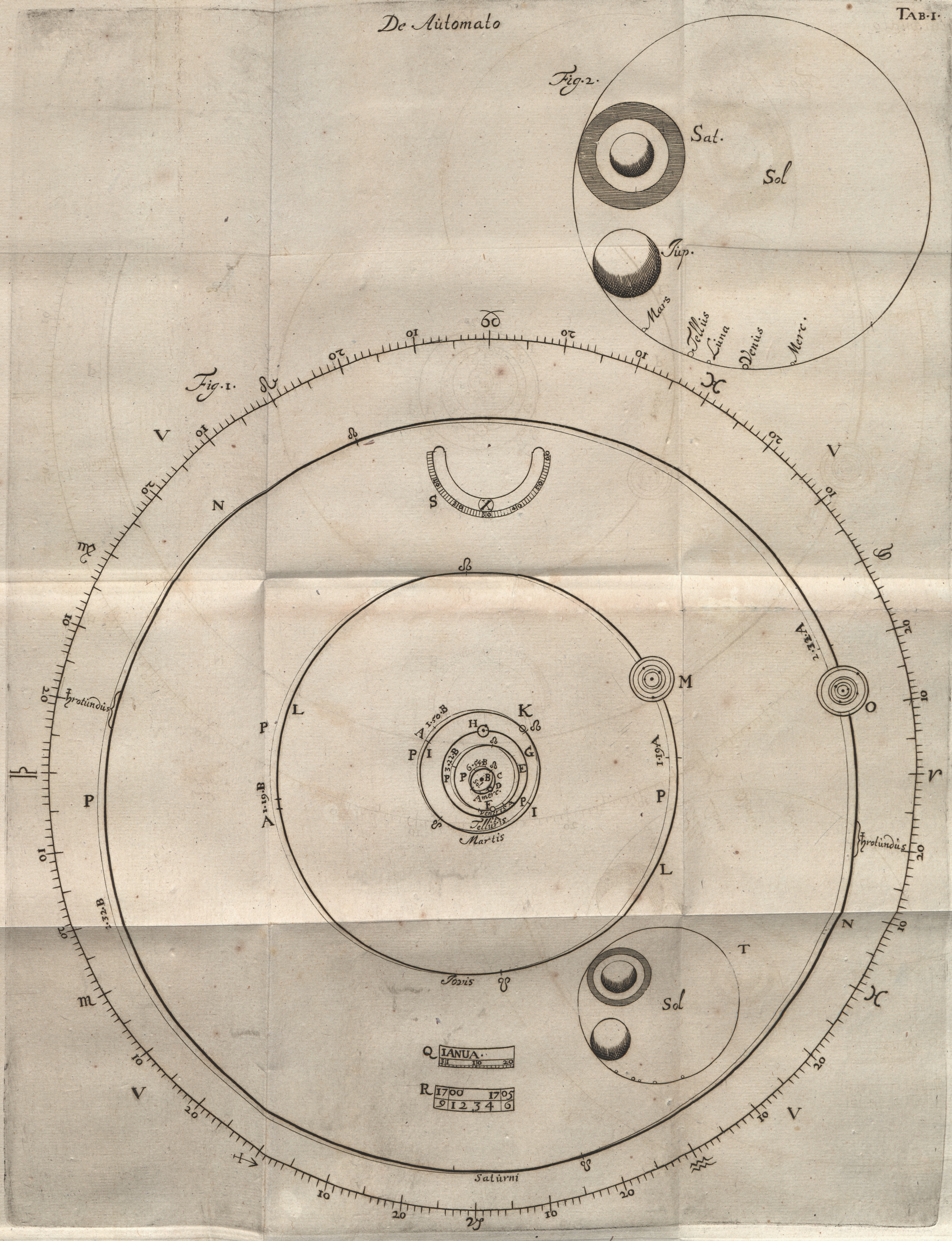


Fig. 2.
Sat.
Sol
Jup.
Mars
Tellus
Luna
Venus
Merc.
Fig. 1.
S
M
O
K
P
L
Martis
Jovis
Saturni
Sol
T
Q IANUA
R 1700 1705

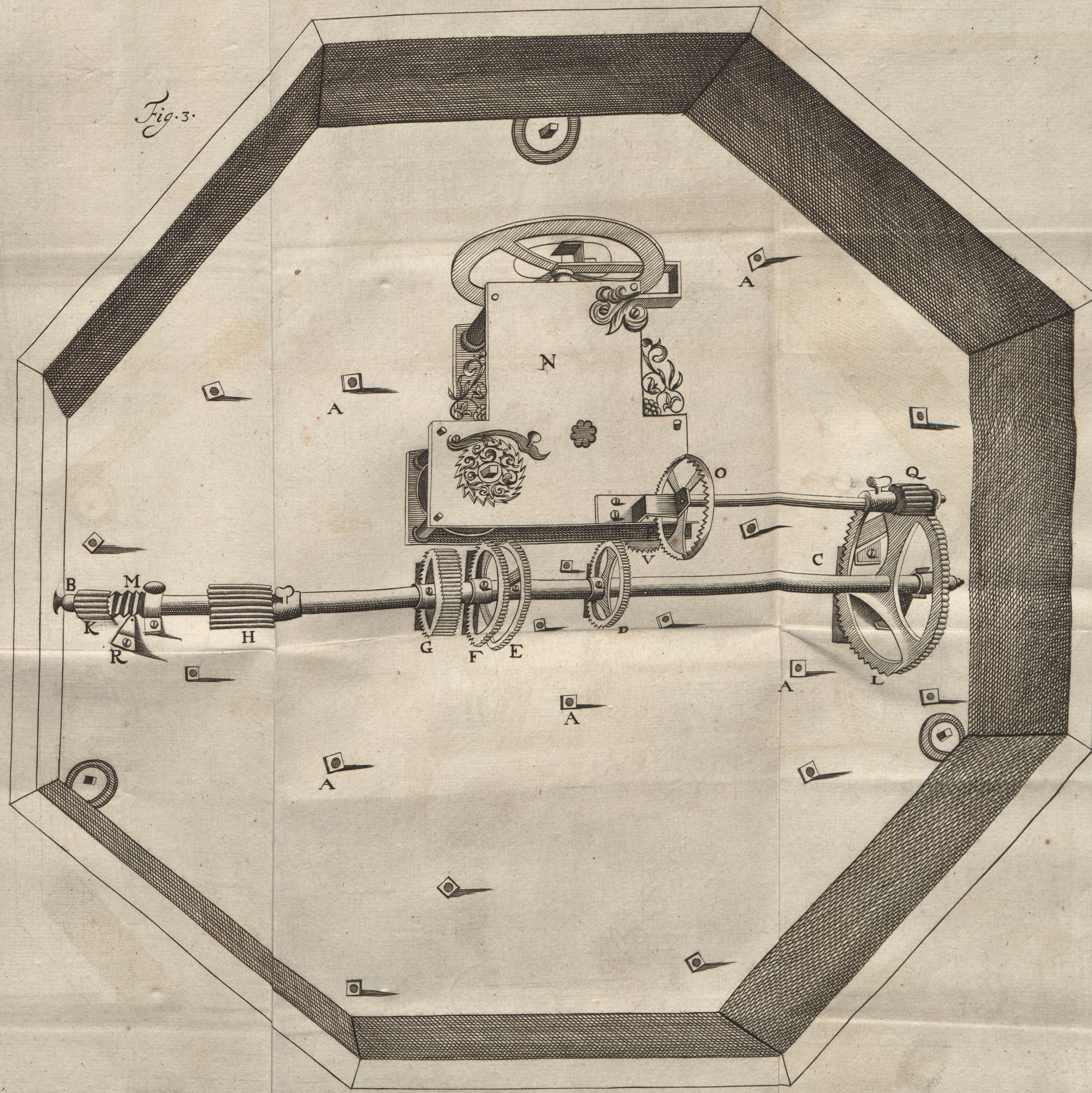
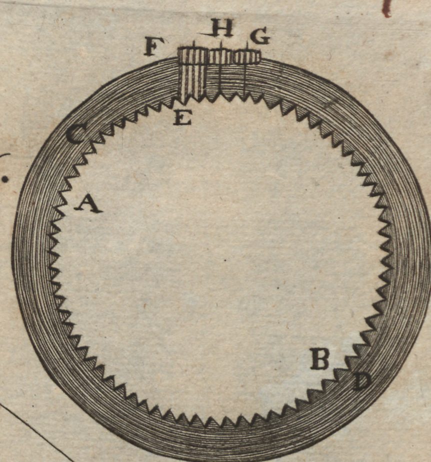
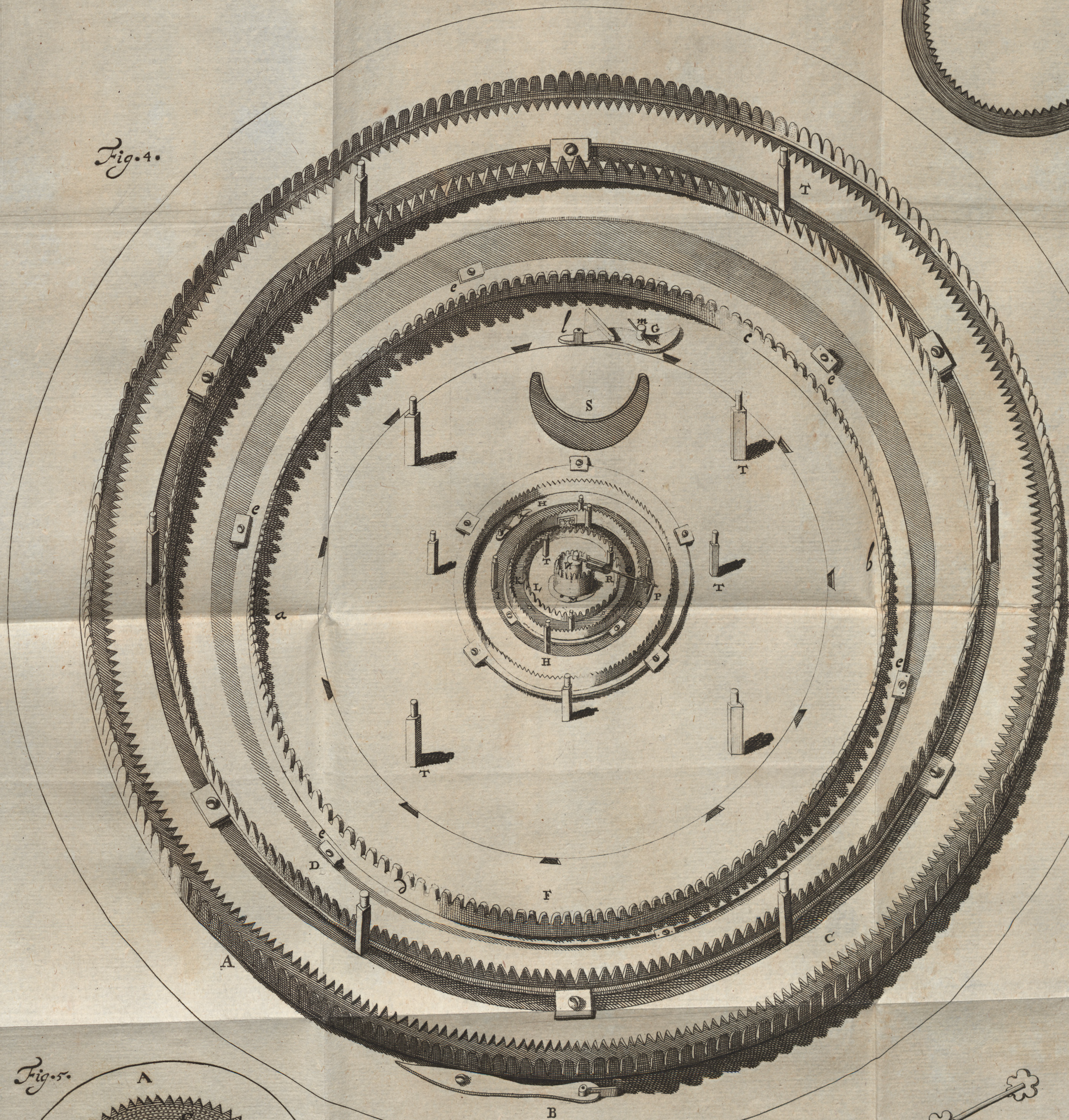
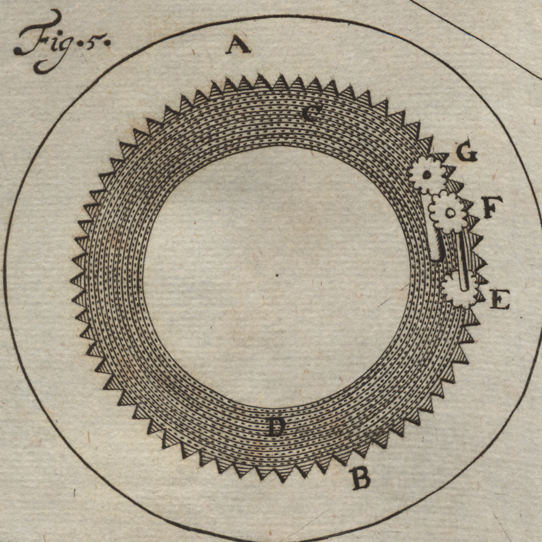


Fig. 3.
A
N
O
Q
C
B
M
K
R
H
G
F
E
D
V
L

De Automato. TAB. 3.







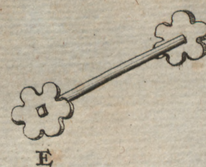


Fig. 7.